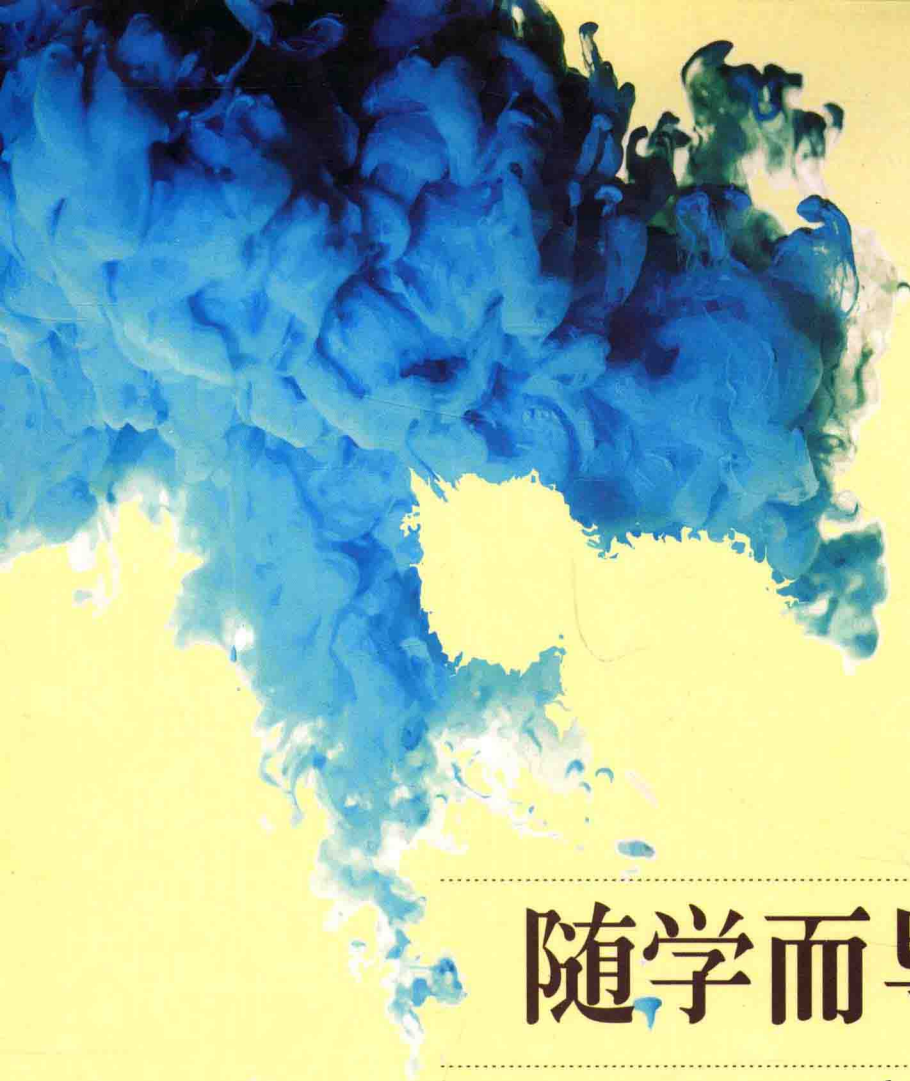




# 随学而导

*suixue er dao*

顾建芳◎著



苏州大学出版社  
Soochow University Press

# 随学而导

顾建芳 著

苏州大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

随学而导 / 顾建芳著. — 苏州: 苏州大学出版社,  
2017. 12

ISBN 978 - 7 - 5672 - 2303 - 5

I. ①随… II. ①顾… III. ①小学数学课-教学研究  
IV. ①G623. 502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 321247 号

书 名: 随学而导  
作 者: 顾建芳

---

责任编辑: 管兆宁  
装帧设计: 刘 俊

---

出版发行: 苏州大学出版社(Soochow University Press)  
社 址: 苏州市十梓街 1 号 邮编: 215006  
印 装: 宜兴市盛世文化印刷有限公司  
网 址: [www.sudapress.com](http://www.sudapress.com)  
邮购热线: 0512-67480030  
销售热线: 0512-65225020

---

开 本: 700mm × 1000mm 1/16 印张: 14.5 字数: 284 千  
版 次: 2017 年 12 月第 1 版  
印 次: 2017 年 12 月第 1 次印刷  
书 号: ISBN 978-7-5672-2303-5  
定 价: 36.00 元

---

凡购本社图书发现印装错误, 请与本社联系调换。服务热线: 0512-65225020

## 序 言

第一次近距离接触特级教师顾建芳时,知道他来自昆山市实验小学,是苏州市小学数学学会副理事长、昆山市小学数学学会理事长、昆山市实验小学校长兼书记。顾校长长期从事小学数学教学研究,目前已形成了“民主开放、宽松和谐、随学而导”的教育教学特色,扎实的业务素质和出众的教学能力,使其在省市小学数学教学领域具有较高的知名度和影响力。

我初次拿到顾校长的这部书稿,认真拜读后的第一感觉是:这是一本具有较强的时代性、理论性与实践性的教育著作,是一本贴近一线教师教学实践的工具书。这本著作是顾校长平日勤于读书、善于笔耕的成果,体现出很强的整合、建构能力。例如,关于数学思维这一概念的解读,顾校长用通俗易懂的文字,结合大量案例,将在小学数学教学中涉及的、常见的、重要的内容加以整合和概括,选取精髓,列举了在数学实践、数学探索和数学研究等数学思维过程中常用的三种思维方法、六种思维形式和思维品质,可谓是“增一字则肥,减一字则瘦”。对于在不同的学段如何培养学生的数学思维,顾校长也有自己独到的见解,如对于低年级学生,“兴趣是最好的老师”,这就要求教师学会激发学生学习数学的兴趣,重视直观教学,增加动手操作活动,加强语言训练,培养学生合作学习、沟通交流等能力。

“随学而导”是这本书的主题,也是顾校长小学数学教学的主张。对于一本书而言,有了主题和主张,书就有了“魂”。所谓“随学而导”,是“以学生为本,以学为本”基本教学理念的体现,在尊重学生的主体地位的同时,也关注了教师的恰当引导。其“学”引出了三个关注,即备课时要关注学生的想法,上课时要关注学生的学况,评价时要关注学生的感受;其“导”指明了三条路径,即备课时要善于整合学生的想法和教材的要求从而设计教学,上课时要善于捕捉学生反馈的信息从而组织教学,评课时善于利用评价手段发挥评价的激励和引导功能。

同时顾校长在教学中还提倡创设“民主开放、宽松和谐”的课堂氛围,希望最大限度地给予学生自由,他所提倡的“七允许”让课堂多了几许“茶馆”

味儿。即想说允许自由说,说错了允许重说,说不完整允许补充,说完了允许自由坐下,不同意允许争辩,不清楚的问题允许提问,老师结论允许评价。由此,“随学而导”的课堂得以日趋活泼、高效,师生关系开始变得民主、平等,学习也越发有了趣味;学生不仅能得到更多的自主学习机会,还能有独立思考的空间;学生的个性得以尊重,思维得以激发,勤学好思的习惯也得以日渐养成。

2016年9月13日,《中国学生发展核心素养》总体框架发布,从文化基础、自主发展、社会参与三个维度定义学生应具备的,能够适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力。原国家教委副主任柳斌在2016年中国教育明德论坛上指出,素养是由后天训练和实践而获得的。学而得之,习而得之,学而时习而得之;是教而得之,化而有之,因教化熏陶而有之。

与之相关,顾校长也在本书中多处谈到要关注小学生的数学素养的培养与提升,以学生为主体、教师为主导,构建学校、家庭、社会全方位的教育体系;以课堂教学为主阵地,构建班级授课、社团活动、实践活动等多层次教学途径。这样多角度的立体培育模式,能面向全体学生,适应学生个性发展的需要,使得“人人都能获得良好的数学教育,不同的人在数学上得到不同的发展”。顾校长和他的数学团队经过多年的实践研究,最终形成了“以学定教,随学而导”的教学思想,形成了“精致、灵动、高效”的数学课堂教学风格。

日本教育学家佐藤学曾说,做教学研究要具备三种视角:一是飞鸟之眼,高瞻远瞩;二是蜻蜓之眼,聚焦中观;三是蚂蚁之眼,精心细微。顾建芳校长具备了这三种视角,他有“飞鸟之眼”,为学生终身发展和数学素养提升,努力打造智慧课堂;他有“蜻蜓之眼”,聚焦数学课堂,紧扣前沿热点做研究;他有“蚂蚁之眼”,从教育现状的疑难问题着手,开展小专题研究。也正因为具有此“三眼”,他才能成为一位把研究当成乐事、趣事的专家,我想这也正是值得我们学习之处。

江苏省教育科学研究院副院长 徐国华

## 访谈

## 随学而导 其妙无穷

——特级教师顾建芳访谈(2009年)

夷浩方

提及昆山,人们首先想到的是:东临上海、西接苏州,得天独厚的区位优势,位居全国百强县首位,强劲迅猛的经济发展。昆山的朋友介绍说,其实昆山的文化底蕴也十分深厚。不说昆剧,也不说周庄,单就几所学校的名称也能感受到它的厚重。震川中学、亭林中学、柏庐实验小学,取名



分别源于明清时期的昆山“三贤”:归有光、顾炎武、朱柏庐。归有光,别号震川,“唐宋派”之首;顾炎武,学者尊称为“亭林先生”,“天下兴亡,匹夫有责”,成为激励中华民族奋进的精神力量;朱柏庐,“一粥一饭,当思来处不易;半丝半缕,恒念物力维艰”“宜未雨而绸缪,毋临渴而掘井”等语句,堪称训导之经典。这次访谈的人物,正是柏庐实验小学的校长——特级教师顾建芳。

**记者:**当下的教育理论、教学主张、教改经验可谓丰富多彩,层出不穷,而最受教师青睐并乐意借鉴运用的,莫不具备真切实在、深入浅出、轻灵鲜活等特点。顾校长,你的“随学而导”教学特色令人耳目一新,它是怎样形成的?

**顾建芳:**记得20世纪90年代,在我担任昆山市数学教研员的时候,为了强调学生的主体作用,为了提醒教师关注学生的学情,我先后在许多学校以“备课时想学生所想”为题讲过课。当我发现很多老师上课时经常束缚于自己的教案时,就主张“由教的方案向学的预案转变”,并以此为题写文章发表在当时的《小学数学教育》刊物上。后来,我又在《小学数学教师》(上海)上发表了《上课要追求大气》一文,主要观点就是在设计教学时要敢于突破教

材,上课时要敢于突破教案,主张顺着学生的思路组织教学。在新课程改革中,我和其他同志共同承担了“构建科学的小学数学评价体系”的课题研究。研究过程中,我们主张多元评价的方式,同时我特别主张要“关注评价认同,提高评价效能”,其实,这是“随学而导”思想在评价中的应用。

**记者:**显然,“随学而导”是你不断求索、用心提炼而成的,请你谈一谈其蕴含的教育理念和核心要义。

**顾建芳:**“随学而导”是以学生为本的需要,体现了尊重学生的主体地位的同时,应该关注教师的恰当引领。一个随学而导的“学”,说的是:备课时要关注学生的想法,上课时要关注学生的学况,评价时要关注学生的感受。一个随学而导的“导”,说的是:备课时,要善于整合学生的想法和教材的要求从而设计教学,上课时要善于捕捉学生反馈的信息从而组织教学,评价时善于利用评价手段发挥评价的激励和引导功能。

**记者:**刚才一番话可见师生的作用与关系,可感课堂教学的情状与趋势,而且你在理论和实践的契合点上把握得相当灵巧。更难能可贵的是,在新课改实施之前,你已有如此识见。我有一个疑问:“随学而导”的起点是如何确定的?

**顾建芳:**如说起点,概括地讲,就是学生的学况和学生的认知规律。也就是说,“学”是起点,“导”是着力点。教师的“导”,一方面体现在课堂中,依据学生的反应而进行的适时的引导;另一方面也体现在设计方案时,依据学生的认知规律,提供适合的材料和创设适合的情景。可见,“导”之前,先要考虑三个要素,就是学生的想法、学生的学况、学生的感受,这是以学生为本的要求。所以我一贯主张要顺着学生的思路组织教学。具体地讲:

## 1. 顺着学生的思路,创设情景

在小学数学中,从生活实际出发,把教材内容与生活现实有机结合起来,特别符合小学生的认知特点,从而能激发起学生学习数学的兴趣。例如,“圆的认识”一课中,认识圆心时,教师可出示一个没有标出圆心的圆形纸片,要求学生把它想象成一个车轮,那么车轴该装在哪儿呢?为什么呢?怎样才能找到圆心呢?教学画圆时创设情景,问:“见过操场上白粉画的圆吗?假如你是体育老师,你会怎么画呢?”

## 2. 顺着学生的思路,提供材料

曾听过“口算两位数加两位数的进位加”一课,教师先放手让学生用自己的思维方式来计算例题“ $36+27$ ”,学生得出了多种凑成整十再计算的方法,这时有学生提出把“ $36+27$ ”拆成4个9和3个9,一共是7个9得63,回答得太妙了!其他同学都认为这种方法最简单。可教师却说,这种方法是简单,

但不是所有的题目都可以这样做的。其实,何不顺着学生的思路,另出一题如“ $35+26$ ”,让学生自己去实践、去发现呢!

### 3. 顺着学生的思路,组织讨论

当学生的思路与教材或教师事先设计好的教学思路不同步时,可顺着学生的思路组织讨论。曾听过“笔算万以内的进位加”一课,一位学生在学完例题后提出:“老师,为什么要从低位加起,能不能从高位加起呢?”老师顺势让学生讨论:“能不能从高位加起,再想想‘ $56+27$ ’,发现了什么?请大家讨论。”通过讨论,使学生明确能从高位加起,如遇到进位就需要修改,比较复杂,所以要从低位加起。

教学中要充分体现学生的主体地位,促使每位学生自主发展,就需要顺着学生的思路组织教学。

记者:顺着学生的思路组织教学,旨在打破课堂教学气氛沉闷、教师牵着学生走的状态。如此,教师在课堂教学的具体情境中,就不能总是按部就班地走既定的路径,而必须相机而行,顺势而为。你是如何把握学生的学习状况的?

顾建芳:现实的课堂是随着教学的展开而不断地生成的。有些生成是在教师的预期之中的,教师自然能因势利导、驾轻就熟,朝着达成教学目标的方向行进。然而有些生成却是无法预料的,完全需要教师的教学机智去理性地把握,顺着学生的思路,另辟蹊径也完成教学目标。当然,这种意外的生成,恰恰像战场上的有利战机,稍纵即逝。

比如,我在教学二年级“可能性”这一课时,为了让学生在游戏活动中理解“一定是”“不可能是”“可能是”这三个事件发生的不同情况,我有意在第一个口袋里全装了红球,在第二个口袋里装了黄球和绿球,在第三个口袋里装了红球和黄球。让学生分三组进行摸球,每组6人。每人每次从口袋里任意摸一个球,摸到红球记一个红五星,摸完后放回袋子里,由下一个同学继续摸。最后分组统计,看哪一组红五星摸到最多,摸到最多的一组就是胜者。

游戏活动中,学生都为摸到红球而高兴,为摸不到红球而沮丧。其中最感到失望、最不服输、最充满企盼的是第二组,因为他们总是摸不到红球。

摸球游戏进行到最后一轮时,第二组的最后一个同学,趁老师不注意时,打开袋口,往里偷看。不巧被旁组的同学发现。

“老师,他违反比赛规则,打开袋口,往里偷看。”旁组的同学毫不留情地检举。

这是典型的、完全出乎教师预设外的情景生成!

此时我们只要认真分析一下那个“偷看”学生的心理状态,不难知道,他

就是对前五轮摸球的结果产生了怀疑,怀疑第二组的口袋里可能没有装上红球,所以每次摸出的都不是红球,强烈的好奇心促使他敢违反游戏规则,而去“偷看”。课堂上我利用这一个预设之外的情景生成,通过下面几个简单的问题很自然地引出教学内容——“不可能”这种事件发生的情况:

“你为什么要‘偷看’?”

“你是不是有什么疑问?”

接着就顺水推舟,倒出第二组口袋里所有的球,验证一下学生的猜想。马上板书出示:因为第二个口袋里装的是黄球和绿球,所以任意摸一个,“不可能”是红球。

这样,学生很自然地接受了“不可能”这个概念。

记者:在实践“随学而导”教学理念的过程中,很明显,教师的作用是:在学生自主开放学习的基础上,加以有针对性的引导,导方向、导方法、导规律。而其中你特别强调能“放”则“放”,增强“放”的意识,讲究“放”的艺术。此中有什么奥妙?

顾建芳:很多老师以为“导”主要体现在“收”,在我看来,“放”是“收”的前提,没有“放”何来“收”,其实“放”和“导”关系亲密。一方面,在哪里“放”,何时“放”,怎样“放”,都体现了教师的“导”,这是无形的“导”,是不留痕迹的“导”;另一方面,“放”是“导”的基础,开放后,学生的想法、学况可以得到充分展示,这时的“导”才有的放矢。所以,我始终认为,开放是前提,没有“放”的意识谈“放”的艺术是纯粹的空谈。开放之后的“收”,其实就是在“放”的基础上进行组织交流、引导归纳和概括,这是知识迁移的过程。

开放是创新的源泉。“放”是指让学生不受约束地探索和研究一些问题。课堂教学中,老师能不能“放”,怎样“放”,既是一个教学观念的问题,又是一个教学艺术的问题。课堂教学中应本着“放”的意识,根据学生已有的知识基础、已有的生活经验,以及现有的思维水平,尽可能考虑“放”的可能,鼓励学生有不同的见解,从而达到“收”“放”自如的境界。“放”不是漫无边际地放,而是有的放矢。在学生明确了探究目标的前提下,要鼓励学生大胆猜想和推断。例如,在教学“推导三角形的面积公式”一课时,学生并非漫无边际地去探究,而是参照平行四边形剪、拼、移的方法,用两个完全一样的三角形拼成一个平行四边形,此时,应再引导学生观察这两个三角形的形状,紧接着又有学生发现当两个三角形是完全一样的直角三角形时,拼成的是一个长方形,根据长方形和三角形的关系,也可以推断出计算三角形面积的方法。

开放性问题可以是问题的开放,也可以是条件的开放,还可以是问题答案的开放。开放性问题的教学能很好地促进学生创新精神和创新能力的

培养。

有“放”就有“收”，真正做到收放自如并非易事。收，重在组织交流、引导归纳和概括。例如，在教学“分数的初步认识”时，让学生用一张长方形纸折出它的二分之一。学生有不同的折法，可以组织交流，拓宽学生的思维，引导学生通过比较概括出不管怎样折都是把这张长方形纸平均分成了2份，每份都是它的二分之一，让学生对分数和平均分之间的关系有了深刻的理解。

记者：你倡导在课堂上“最大限度地给予学生自由，尊重学生的想法，鼓励学生大胆猜想和推断，鼓励学生有不同的见解”，真正操作起来，可能会有相当难度。放得太开，收得好吗？

顾建芳：要实现课堂民主化，首先，教师要转换角色定位，由教学中的“主角”转向对话中的“首席”，由知识的传授者转向学生进步的促进者。老师要放下架子，走下讲台，到学生中间去，了解学生的思想，解答学生的问题，做学生攀登高峰的阶梯、追寻真理的拐杖、扬弃错误的导师，时时处处让学生感到安全、平等、民主。其次，教师要以自身人格中的民主素养去接纳、包容学生，对学生在不同背景下形成的个性特征给予充分的尊重。

学生在课堂中的自由状态是主动参与、独立思考的表现。没有自由的学生，在课堂上就容易导致思维僵化，就谈不上主动参与，因此也就不可能有课堂的民主化。当然，自由不等于自流，不能失去目标和方向。

我在课堂上始终希望最大限度地给予学生自由，希望课堂有点“茶馆”味儿。在自己的课堂中提倡“七允许”，即想说允许自由说，说错了允许重说，说不完整允许补充，说完了允许自由坐下，不同意允许争辩，不清楚的问题允许提问，老师结论允许评价。我想，当教师的讲课或某个学生的发言引发学生的好奇心和兴趣点，启动学生思维的关口时，学生往往很难控制自己“有口欲言”的迫切心情，或几个一起小声议论开来，或你一言我一语脱口而出，表达自己的见解，思维呈灵动的飞扬状态。假如此时教师硬要学生举手，然后由他一个一个地点名再站起来表达，那表达的效果不知会逊色多少。

追求民主开放就要关注每一位学生的发展，课堂上要充分提供给学生自主学习、自主活动的时间和空间，学生可以自由选择学习的素材、自由选择解题方法。例如，在教学“8+9”课例时，未做任何暗示，先让学生尝试着做。一般学生按照8加几的计算方法思考，把9分成2和7，8加2得10，10再加7得17。部分思维活跃的学生却打破“看到8，想到2”的思维定式，认为8比9小，分8比较简便，于是他们把8分成1和7，9加1得10，10再加7得17。这样，学生在学习过程中，不受教师“先入为主”的观念制约，有足够的思考时间、广阔的思维空间，不时迸发出创新的火花。

记者：如此看来，“收”得精彩，源于“放”得洒脱，“放”是为了更好地“收”，在一定意义上说，“放”得高妙，“收”必自成。难怪有些教师拘泥于“收”，课堂偏重于控制或牵引，收到的效果往往很有限。

顾建芳：是的，“收”的过程渗透了“导”的成分，当学生在感知基础上，还不能有效地领悟，或者说学生虽然有所领悟，还不能把领悟的知识融入自己的已有生活经验和知识结构中，这时教师利用适当的“收”发挥指导作用是需要的。如果学生在开放的学习活动中，在有效感知的基础上，已经有效领悟，并且自己能够把领悟到的知识有效迁移成自己的经验和知识，此时再为“收”而“收”，已成蛇足。

记者：收放之间，尽显魅力。我极力主张教师要学好哲学，善于辩证地看问题，尤其是要结合自身的实践，放开眼光去关注课堂，今天，我又发现了一个很好的范例。顾校长，不妨把相关方面的感受和体验也说一说，这样给大家的启发就更多了。

顾建芳：学生自己探究所得远比教师给予的知识有用，学生由感悟得到知识，除了获取知识以外，还可获得自己获取知识的本领。所以我特别崇尚“让学生在感悟中提高数学素养”，让学生有效领悟是我们的期待。要让学生有效领悟，首先要让他们有效感知，而学生的感知是在情景中、材料中、体验中感知的，设计怎样的情景、提供怎样的材料、让学生经历怎样的探究过程，这里都充分体现了教师的“导”。在充分感知后，如果学生还不能领悟或领悟不透，这时教师的引领就显得尤其重要，当然，怎样引领，怎样点拨，把握分寸点到学生自己能领悟就可。所谓“点悟”“启悟”就是在学生遇到困难时，希望通过老师的点拨、启发后仍由学生自己领悟所得。例如，我在教学“中位数”一课时，当学生理解极端数据对平均数和中位数的影响有困难时，我仅用一个手势就让学生很快体会到其中的奥秘。很多学生马上准确地用自己的手势表示，当大数变得很大时，中位数不变，平均数会变大，两者会逐渐远离；当数据比较接近，不出现极端数据时，或两端对称地出现极端数据时，两者会比较接近。

以上我讲的是“点”和“悟”以及“启”和“悟”的关系，前面还讲到“放”和“收”、预设和生成的关系，其实数学教学中还有很多问题需要我们用辩证的眼光去看待和研究。

记者：在顾校长的办公室，我见到了真人，也取到了真经。“随学而导”，其妙无穷，妙在神韵，足以在张弛开合、动静自如、愤启悱发间自由舞蹈。

# 目 录

## 第1章 培养数学思维 / 1

- 1.1 思维与数学教学 / 1
- 1.2 数学思维方法 / 4
- 1.3 数学思维形式 / 7
- 1.4 数学思维品质 / 18
- 1.5 低年级学生数学思维的培养 / 22
- 1.6 中年级学生数学思维的培养 / 26
- 1.7 高年级学生数学思维的培养 / 30

## 第2章 构建智慧课堂 / 33

- 2.1 教学设计, 运筹培智 / 33
- 2.2 课堂导入, 激趣启智 / 38
- 2.3 情境创设, 激情开智 / 42
- 2.4 师生互动, 激辩生智 / 44
- 2.5 动手操作, 乐探蕴智 / 48
- 2.6 习题训练, 弘用见智 / 51
- 2.7 教学案例 / 53

## 第3章 渗透数学思想 / 81

- 3.1 数学思想的本质 / 81
- 3.2 数学思想的渗透 / 82
- 3.3 渗透数学思想的着力点 / 91
- 3.4 函数思想在教学中的渗透 / 100
- 3.5 数形结合思想在教学中的渗透 / 103
- 3.6 “转化”策略在数学问题解决中的应用 / 106
- 3.7 教学案例 / 108

第4章 提升数学素养 / 144

- 4.1 小学生数学素养的基本结构 / 144
- 4.2 小学生数学素养培养的整体视角 / 145
- 4.3 数学素养的基本内涵及教学策略 / 151
- 4.4 培养“解决数学问题”的能力,提高数学学习素养 / 155

第5章 实践与反思 / 162

- 5.1 “教学方案”向“学习预案”的转变 / 162
- 5.2 能“放”则“放” / 166
- 5.3 精心设计开放性问题,培养学生创造性思维 / 169
- 5.4 以整体视角提升数学课程实施品质 / 170
- 5.5 对发挥评价引导与激励功能的辩证思考 / 175
- 5.6 以学生学习活动为核心组织数学课堂 / 178
- 5.7 让学生在感悟中提高数学素养 / 186
- 5.8 以心灵共鸣为切入点,构建和谐数学课堂 / 191
- 5.9 随学而导,巧妙生成 / 194
- 5.10 提升小学生数学素养的关注点 / 200
- 5.11 引导学生手脑并用,有效提升数学素养 / 203
- 5.12 有效提高小学生数学素养的途径和方法的研究 / 206

后记 / 218

## 第1章

## 培养数学思维



## 1.1 思维与数学教学

## 1.1.1 思维

如何给思维下定义?目前心理学范畴尚无一致的定论。在认识世界、解决问题的过程中,人脑要通过思考问题的内部活动来认识事物的本质,了解事物间的相互联系及其规律,人脑的这种活动就是思维。实际上,也就是人们用智能寻求问题的答案或寻求达到实际目的的手段。

人们通过思维,探求解决问题的方案和策略,探索大自然的规律,形成多种多样、丰富多彩的精神产品——概念或思想。因此,人类认识发展的历史,就是人类思维发展的缩影。

在心理学研究中,普遍认为思维是人脑借助语言实现的对客观事物概括的、间接的反映,是反映对象本质和规律的认识过程。

思维具有问题性、间接性、概括性和逻辑性四种特性。

第一,思维的问题性又称目的性。有目的地认识、了解和解决问题,是人类思维独有的本领。有意识地、能动地改造自然、改造社会,只有人类思维才具有这样的目的性。所以,目的性是人类思维的根本特征。如果没有问题,就不会导致思维的产生。因此,问题对思维具有激励(或刺激)作用。事实上,许多科学家的发现、发明和创造正是在解决人类提出问题的基础上,通过解决问题而产生的。同时,问题对思维具有定向作用,它是探索活动中的方向标。

第二,思维的间接性是指思维能借助已有的知识和经验,对客观事物进行间接的反映,做出正确的判断。比如:由枪炮声联想到战争;小学生可以通过思考了解光在一秒内走过的路程,相当于汽车以100千米/时的速度连续行驶125个日夜的路程,从而把握光速之快;我们平常说的,举一反三、闻一

知十等,就是指这种间接性的认识。

第三,思维的概括性是指概括思维不仅能认识个别事物的特有属性,而且能从个别属性推及一般属性,这就是思维的概括性。比如,数字1可以是一个苹果、一支铅笔、一副手套等,而抽象出来的一般概念是数量1。又如,我们通过研究一系列特殊的指数函数可以概括出指数函数的一般性质。因此,概括是在已有的知识和经验的基础上,舍去某类事物个别的特点,抽象出其共有的东西而形成的。在某种程度上,没有抽象—概括的活动,就没有概括性的认识,也就没有思维。

第四,所谓思维的逻辑性是指人脑在思维过程中是按照一定的形式、方法和规律进行的。而逻辑是人的一种抽象思维,是人通过概念、判断、推理、论证来理解和区分客观世界的思维过程。逻辑的概念特征包括内涵和外延。只有具有思维逻辑性,才能成为一个有智慧的学习者、实践者。

### 1.1.2 数学思维

数学是研究现实世界中空间形式和数量关系的科学。通过什么途径与方法将现实问题转化为数学问题,再用数学方法解决这些数学问题从而解决实际问题,数学家们为此做了大量的探索和研究。他们借助于试验、分析、抽象和概括等思维方法形成了一套较为完整的数学理论体系,这套理论体系的形成就是通过数学思维来实现的。那么,什么是数学思维呢?张乃达先生认为:数学思维就是以现实的数学问题为研究对象,通过发现问题、解决问题的形式,达到对现实世界空间形式和数量关系的本质的一般性认识的思维过程。它具有以下几个特点:

一是抽象性。在数学研究过程中,数学家往往抛弃研究对象的特性,只保留事物的空间形式和数量关系,如数学中的点是没有大小的,线是没有粗细的,即这些点、线不同于现实中的点、线,而是一种抽象的“事物”。又如,数学中的三角形,也不同于生活中的三角形物体。在数学思维过程中,舍去了思维对象非本质的属性,而是抽取出具有一般意义的数学量来研究的。可见,抽象之后的数学内容具有高度的概括性,深化了对事物的本质和规律的认识。

二是严密性,表现为数学思维过程中的逻辑性和精确性。数学思维是按照一定的形式和方法进行的,它的理论是按照严格的逻辑推得的。例如,几何的推理过程要求步步有理,言必有据。此外,数学思维要求定量把握事物间的量的关系,要求具有一定的精确性。爱因斯坦曾这样描述数学:为什么数学比其他一切科学受到特殊的尊重,一个理由是,它的命题是绝对可靠和

无可争辩的。可以这样讲,没有数学的科学是不可靠和不完善的。

三是探索性与创造性。数学来源于实际问题,同时又用来解决这些实际问题。数学思维总是围绕解决某一问题而展开,如数学概念的建立、一个定理的推证、一种新算法的形成等都是通过数学思维寻找、探索其解决问题的方法来实现的。因此,数学思维就被赋予探索的性质。探索的结果,必然有新的联系的产生、新的规律的出现,这就是创新的结果。

四是统一性,是指数学思维有本质上的一致性。许多数学知识表面看上去没有明确的联系,但我们通过深入的分析和研究,发现它们是有一定的内在联系性的。例如,数与形之间的联系、数与数之间的联系、形与形之间的联系,可以从不同的角度进行不同层次的抽象,经过一定层次的抽象之后,往往经历(或产生)相同或相似于其他已有的数学模式,然后用已有的模式及方法解决问题。统一性体现了数学模式之间的转化,强化了各分支之间的关联性,反映了“大数学”的整体观念,拓展了思维空间。在问题解决过程中,运用联想、类比等我们熟知的数学方法和思维策略,往往能达到“柳暗花明”的效果。

### 1.1.3 数学思维与数学学习

数学学习与数学思维具有密切的关系。数学学习主要是通过数学思维来实现的,数学思维的训练有利于数学学习能力的提高,从而又促进数学思维更进一步发展。所以,数学教学不仅仅要学习数学知识本身,更重要的是学习思维的方式和方法。因为在某种意义上,方法论是最重要的知识。我们知道,呈现在我们面前的数学知识,都是数学家思维活动的结果,许多实际问题的解决不仅仅是依赖数学知识,更重要的是运用了合理的数学思维方法。

数学中的思维材料极其丰富,思维方法非常齐全,为我们培养小学生的思维能力提供了很好的素材。它不仅概括性特别高,而且间接性特别强。特别是作为思维载体的数学语言的精炼与形式化,更使得它不同于一般的思维。比如,“千姿百态的几何图形,变幻无穷的数的世界,却能被为数极少的几条公理所穷竭;成百上千条定理、公式在它的基础上令人信服地展现在眼前,怎能不叫人惊奇;看起来完全不同的对象却有着本质上的一致;无关的事物之间有着深刻的联系;复杂、多变、形态各异的式子、图形存在着不变的规律和简捷的结果”。

数学思维方法是数学乃至科学技术中的美丽花朵,只要我们用心去领悟它、运用它,一定会结出丰硕的果实。

因此,我们在小学数学的教学中,需要帮助学生了解数学思维,做一个明

白的人;需要引导学生懂得数学思维,做一个聪明的人。



## 1.2 数学思维方法

数学思维方法是指进行数学实践、数学探索和数学研究等数学思维过程中所运用的基本方法。它们是:观察与试验、抽象与概括、分析与综合、联想、分类、比较、类比、不完全归纳法、完全归纳法、一般化、特殊化等,这些方法都是数学思维操作的基本手段。在这里,我们重点讨论前三种方法。

### 1.2.1 观察与试验

观察和试验是人类科学认识活动中的初始阶段,也是实验性自然科学研究中的一种最基本、最普遍的方法。数学是建立在公理化体系基础上的一门演绎性科学,虽然不能把观察与试验所得的结果作为数学命题正确与否的充分依据,但可作为一种重要的辅助的研究方法,可为问题的解决提供思维材料,为方法的选择提供必要的信息。同学们在做图形习题时,通过观察几何图形的结构特征,会试着添加辅助线,经思考和分析之后,重新观察,重新添加辅助线,再思考和分析,往返进行,直到问题解决。这一过程就是观察与试验的过程。

观察是人们对客观事物或自然对象的数学特征,运用思维辨认其形式、结构及数量关系,从而发现某种性质或规律的方法。一方面,观察是数学思维的首要方法,是发现问题和解决问题的有效途径;另一方面,所谓试验就是根据所要解决的问题的需要,按照研究对象的自然状态和发展规律,人为地设置条件使所希望的现象或结论产生,从而达到深入了解事物的目的的方法。试验是一种较为主动的行为,无论是定量试验还是定性试验,都可以使观察到的性质或规律得以重现或验证,同时在试验的过程中,还能够有所发现、有所创新。

大数学家欧拉说:数学这门科学,需要观察与试验。在全面实施素质教育的今天,数学仅仅重视演绎已经暴露出许多问题,在许多场合下需要归纳,而归纳的前提是观察与试验。通过观察与试验可以提供思路,发现问题之间的联系。观察与试验并不是简单地看一看、试一试,而是在大脑的参与和积极配合下进行的有目的的思维活动。它们既有区别又有联系,试验时必须先进行观察,这是它们相联系的一面,但试验是比观察更为主动的数学实践活动,对问题的解决具有直接的意义。