


基于混合智能优化算法的 车辆路径优化研究

JIYU HUNHE ZHINENG YOUHUA SUANFA DE CHELIANG LUJING YOUHUA YANJIU

宁 涛 著

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

本书由大连市人民政府资助出版
由中国博士后科学基金委资助出版 (2017M611231)



基于混合智能优化算法的 车辆路径优化研究

JIYU HUNHE ZHINENG YOUHUA SUANFA DE CHELIANG LUJING YOUHUA YANJIU

宁 涛 著

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内 容 简 介

本书主要对带时间窗车辆路径问题、不确定需求车辆路径问题和动态车辆路径问题进行研究。全书共分 11 章, 内容包括调度优化问题概述、车辆路径问题研究、智能量子算法研究、云计算模式下的路径问题研究等, 贴切地表现了车辆不确定需求路径和动态路径之间定性和定量之间的转换关系。

本书在遗传算法的基础上结合云模型具有随机性和稳定倾向性的特点, 通过云发生器改进传统遗传算法的交叉和变异操作, 以克服传统遗传算法搜索速度慢、易陷入局部最优解的缺陷, 同时提高了算法的收敛性和健壮性。

本书适合作为交通运输和管理科学相关专业学生、研究人员及管理人士的参考书, 也可以作为管理科学、交通运输、运筹学、计算机科学等专业研究生及高年级本科生的教材。

图书在版编目 (CIP) 数据

基于混合智能优化算法的车辆路径优化研究/宁涛著. —
北京: 中国铁道出版社, 2018. 6
ISBN 978-7-113-24353-1

I. ①基… II. ①宁… III. ①最优化算法-应用-车辆
调度-研究 IV. ①U491

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 107235 号

书 名: 基于混合智能优化算法的车辆路径优化研究
作 者: 宁 涛 著

策 划: 李志国 读者热线: (010) 63550836
责任编辑: 张文静 彭立辉
封面设计: 刘 颖
责任校对: 张玉华
责任印制: 郭向伟

出版发行: 中国铁道出版社 (100054, 北京市西城区右安门西街 8 号)
网 址: <http://www.tdpress.com/51eds/>
印 刷: 北京虎彩文化传播有限公司
版 次: 2018 年 6 月第 1 版 2018 年 6 月第 1 次印刷
开 本: 710 mm×1000 mm 1/16 印张: 12.25 字数: 231 千
书 号: ISBN 978-7-113-24353-1
定 价: 39.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书, 如有印制质量问题, 请与本社教材图书营销部联系调换。电话: (010) 63550836
打击盗版举报电话: (010) 51873659

前言

本书在一般智能算法的基础上结合云模型具有随机性和稳定倾向性的特点,通过云发生器改进传统遗传算法,将混合智能算法的研究应用于带时间窗车辆路径问题、不确定需求车辆路径问题和动态车辆路径问题,重新刻画了不确定性和动态等问题定性和定量之间的转换关系,以克服传统遗传算法搜索速度慢、易陷入局部最优解等缺点,并提高了算法的收敛性和健壮性。

第 1 章、第 2 章分别对调度问题、车辆路径问题以及不同类问题的解决方法进行了阐述和介绍。

第 3 章介绍了量子计算与智能优化的产生背景、研究意义和国内外研究现状;从量子计算的物理基础出发介绍了量子比特的概念、常用的量子比特门;从量子计算的数学基础方面介绍了向量空间、线性算符、内积、外积、张量积等基本含义,给出了量子力学的 4 个基本假设;同时介绍了基于量子理论的量子粒子群算法、量子蚁群算法和量子免疫算法的基本思想和算法的基本原理。

第 4 章从混合云智能算法的角度对不同类问题的求解思路进行了综述。

第 5 章提出了改进的量子遗传算法和混合量子粒子群优化算法。改进的量子遗传算法提出对量子门旋转角进行动态调整设计。IQGA 能够在较短的时间内收敛到最优解和避免早熟。HQPSA 在总结比较 IQGA 和一般量子粒子群算法的基础上,根据优化变量的特征,将量子粒子群分成几个子相粒子群。

第 6 章针对不确定需求车辆路径问题,在介绍基本云遗传算法的基础上,通过 Y 条件云发生器和正向云发生器产生云交叉概率和变异概率,通过 X 条件云发生器生成交叉算子和变异算子;设计云自适应遗传算法(CAGA)求解 VRPUD 问题,为了能够在一组非支配解中决策出最优方案,引入 AHP 策略。

第 7 章分析了用结合精英量子均值和混沌扰动理论改进旋转门旋转角的量子进化算法来求解带同时集送货需求的车辆路径问题。禁忌搜索算法

是解决 VRPSDP 的常用算法,但是此算法执行效率过多地依赖于初始解和对复杂问题的禁忌长度等参数选取困难等缺点,因此使用量子进化算法。考虑到旋转角的计算算法的影响较大并且查找方式产生的旋转角是不连续和离散的,所以结合了混沌理论和精英量子均值。在理论上对影响 VRPSDP 的约束条件可行性和产生问题的弱可行和强可行解条件进行了分析,并引入 Lyapunov 指数、关联维数和功率谱等混沌运动判断标准。把所提算法应用于 VRPSDP 问题的典型实例并与其他算法进行对比分析,研究结果验证了所提算法的有效性。

第 8 章根据不同的约束条件,建立了多目标动态 DVRP 数学模型。考虑到量子算法的并行性特点以及混合量子粒子群算法并行搜索效率高的优点,本章在算法初期提出双链量子算法生成车辆链和货物链种群,然后设计混合量子粒子群算法与基于周期与事件驱动的滚动窗口策略相结合求解动态 DVRP 问题。考虑到云计算具有较好的动态性和灵活性的特点,本章又在此基础上提出了基于双链量子进行编码的方法;设计云交叉算子和云变异算子对一般遗传算法的交叉和变异操作进行改进;进而提出了基于云计算理论的自适应遗传算法求解 DVRP 问题。

第 9 章和第 10 章分别从物流“最后一公里”问题和行驶受扰延迟下配送车辆干扰管理问题的角度进行实例研究。针对物流“最后一公里”的问题提出了模式 C 的效率对订单数量更为敏感。如果订单数量不超过 80 个,则模式 D 的效率相对较高。考虑到车辆的成本,如果订单不是太多,则模式 D 具有显著的优势。模式 C 的费用涉及第三方合作商店的投产,而模式 S 的成本则涉及自助柜的成本。因此,随着订单数量的增加,选择模式 C 或 S 取决于具体的佣金成本和柜体的成本。针对干扰管理不同模式进行了分析,提出了两阶段管理的方法,即第一阶段进行干扰管理模式的选择,第二阶段应用 MQPSO 算法对配送路线进行设计。

本书由宁涛撰写,大连海事大学郭晨教授审阅了全部书稿,并提出了许多宝贵修改意见,在此表示感谢。

由于编写时间仓促,作者水平有限,书中疏漏和不妥之处在所难免,恳请读者和专家批评指正。

作者

2018 年 3 月



目 录

● 第 1 章 调度优化问题概述.....	1
1.1 调度问题概述.....	1
1.1.1 调度的定义.....	1
1.1.2 调度问题的特点.....	2
1.1.3 调度管理的必要性.....	4
1.2 优化的相关概念.....	4
1.2.1 优化的发展及分类.....	4
1.2.2 优化问题的求解.....	5
1.3 调度优化问题应用研究概述.....	7
1.3.1 物流配送调度问题研究.....	7
1.3.2 作业车间调度问题研究.....	8
1.3.3 生产批量计划问题研究.....	10
小结.....	11
● 第 2 章 车辆路径问题.....	12
2.1 车辆路径问题背景.....	12
2.2 车辆路径问题概述.....	13
2.3 车辆路径问题数学描述及评价指标.....	16
2.4 车辆路径问题的分类和研究现状.....	17
2.4.1 车辆路径问题的分类.....	17
2.4.2 车辆路径问题研究现状.....	18
2.5 车辆路径问题的几种研究方法.....	26
2.5.1 精确算法.....	27
2.5.2 启发式算法.....	27
2.6 研究中存在的问题及发展趋势.....	31
小结.....	31

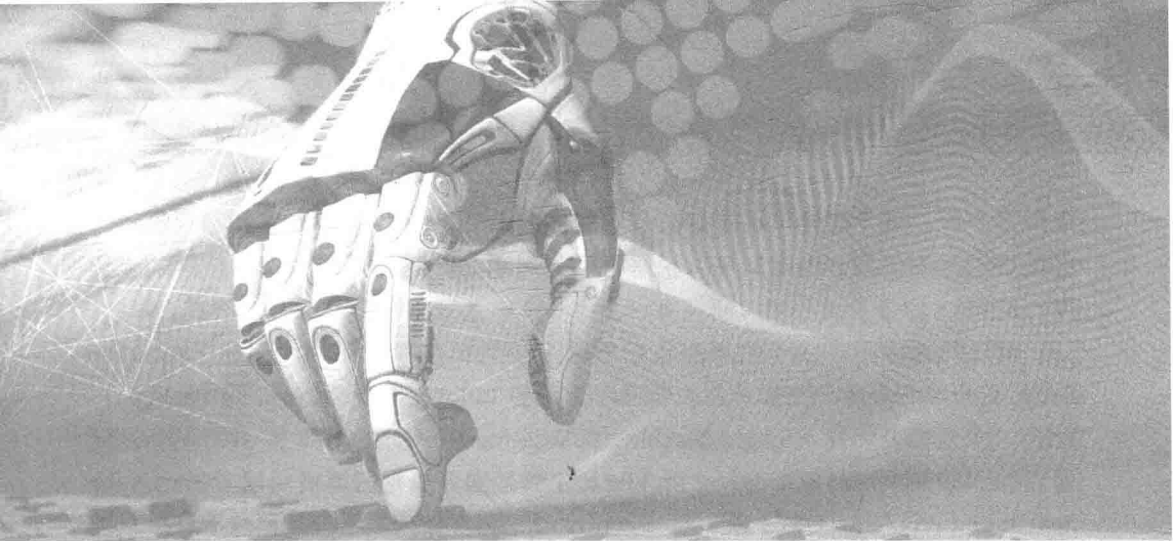
● 第 3 章 智能量子算法	32
3.1 研究现状	32
3.1.1 与其他算法的比较	33
3.1.2 优势	34
3.2 量子计算逻辑体系	35
3.2.1 量子比特	35
3.2.2 量子门	36
3.2.3 向量空间	38
3.2.4 量子理论假设	40
3.2.5 量子纠缠	42
3.2.6 量子计算特性	42
3.3 量子计算的内涵及外延	44
3.3.1 量子计算原理	44
3.3.2 基于量子理论的优化算法原理	45
小结	54
● 第 4 章 云智能算法下的车辆路径问题	55
4.1 云算法概述	55
4.1.1 云模型的定义	55
4.1.2 云模型发生器	56
4.1.3 云模型的性质	58
4.2 云计算的概念	58
4.3 云遗传算法概述	59
4.3.1 云遗传算法研究现状	59
4.3.2 云遗传算法的特点	61
4.3.3 基本云遗传算法	62
4.3.4 云自适应量子遗传算法	62
小结	66

● 第 5 章 云计算模式下带时间窗车辆路径问题.....	67
5.1 问题概述	67
5.1.1 问题分类.....	67
5.1.2 数学模型.....	68
5.2 VRPTW 的改进量子遗传算法研究.....	70
5.2.1 量子遗传算法工作原理.....	71
5.2.2 改进量子遗传算法	73
5.2.3 算法复杂度分析	74
5.2.4 实验及分析	74
5.3 VRPTW 的混合量子粒子群算法研究	77
5.3.1 量子粒子群优化算法	77
5.3.2 粒子编码.....	78
5.3.3 评价函数的计算	78
5.3.4 混合量子粒子群算法计算步骤	79
5.3.5 仿真实验及分析	80
小结	82
● 第 6 章 云计算模式下的不确定需求车辆路径问题.....	83
6.1 不确定需求车辆路径问题描述.....	83
6.2 不确定需求车辆路径问题分析.....	84
6.2.1 模糊需求量描述	84
6.2.2 VRPUD 模型描述.....	85
6.3 不确定需求车辆路径问题数学模型	87
6.3.1 静态需求优化阶段	87
6.3.2 动态实时需求优化阶段.....	88
6.4 云自适应遗传算法	89
6.4.1 云遗传算法组成要素	89
6.4.2 基本云遗传算法操作	91
6.4.3 云自适应遗传算法	92
6.4.4 基于 AHP 的决策策略.....	94

6.5	数据分析与仿真验证	95
	小结	98
● 第 7 章	有同时集送货需求车辆路径问题	99
7.1	求解方法对比	99
7.2	问题描述和数学模型	100
7.2.1	问题描述	100
7.2.2	数学模型	101
7.3	集送货问题模型分类	102
7.3.1	调度路径的可行性分析	103
7.3.2	问题解的可行性分析	105
7.3.3	静态调度问题	107
7.3.4	动态调度问题	108
7.4	基于混沌理论的改进量子算法	109
7.4.1	量子算法的优势	109
7.4.2	混沌理论	110
7.4.3	量子算法的实现	112
7.5	实例研究与分析	114
7.5.1	混沌方法初始化	115
7.5.2	改进方法计算旋转角	116
7.5.3	量子进化算法	117
	小结	119
● 第 8 章	云计算模式下的动态车辆路径问题	120
8.1	问题概述	120
8.2	DVRP 调度模型	121
8.2.1	DVRP 描述	121
8.2.2	目标函数	121
8.3	DVRP 调度策略	122
8.4	DVRP 的混合量子粒子群算法	123
8.4.1	双链量子编码	123

8.4.2	基于 Logistic 映射的粒子群算法	124
8.4.3	改进算法设计步骤	125
8.4.4	数据分析与验证	126
8.5	基于云计算理论的自适应遗传算法	128
8.5.1	求解策略	128
8.5.2	数据分析与验证	128
小结	132
● 第 9 章	智能量子算法在物流“最后一公里”问题中的应用	133
9.1	应用背景	133
9.2	不同模式的配送效率模型	134
9.2.1	问题描述	134
9.2.2	配送模型分析	135
9.2.3	有关服务时间 (t^s) 的分析	137
9.3	改进的量子细菌觅食算法	139
9.3.1	传统的 BFOA 算法	140
9.3.2	改进的 QBFO 描述	140
9.4	QBFO 的性能分析	142
9.4.1	初始值的设置	142
9.4.2	绩效评估	143
9.4.3	基于 MAGTD 的调度决策	143
9.5	案例研究	144
9.5.1	仿真示例	144
9.5.2	实例测试	144
9.5.3	不同配送模式下的成本比较	145
小结	147
● 第 10 章	智能量子算法在物流配送干扰管理中的应用	148
10.1	应用背景	148
10.2	干扰管理模型	149
10.2.1	问题描述	149

10.2.2	干扰管理模式	150
10.2.3	问题目标函数	151
10.3	配送干扰管理求解算法	153
10.3.1	双链量子编码	153
10.3.2	基于 Logistic 映射的粒子群算法	154
10.3.3	改进算法设计步骤	154
10.3.4	算法收敛性比较	155
10.4	数值实验	156
10.4.1	测试算例	156
10.4.2	算例验证	157
	小结	160
● 第 11 章	总结与展望	162
11.1	总结	162
11.2	工作展望	163
	参考文献	164



第 1 章 调度优化问题概述

调度 (Scheduling) 是对生产、交通等过程进行规划的行为, 其含义是在满足一定约束条件的前提下, 以最优化给定的性能指标 (Performance Criteria) 为目标 (最小化调度时间、最小化调度成本、最大化客户满意度等), 对资源 (Resource) 进行合理的分配以完成要求的任务 (Task) 或作业 (Job)。此处的资源可以包括原料、物料、货币、人力、能源、机器设备等。

1.1 调度问题概述

1.1.1 调度的定义

调度管理对企业生产管理有着重要作用, 是影响企业内部资源配置以及管理科学化的核心部分, 它被定义为“将有限的资源在时间上分配给若干个任务, 以满足或优化一个或多个目标”^[1]。以制造企业为例, 机器制造过程中近 95% 的时间是消耗在与加工无关的调度环节, 有效的调度能够提高生产率、节省生产时间、充分利用生产资源, 直接影响企业的成本和效益, 也是使生产能有序、可控和高效运行的核心保证。

在一些有关制造车间机器加工问题或物流车辆配送问题的研究文献中^[2-3]也把调度问题叫作排序 (Sequencing) 问题。但严格地讲, “调度”不能等同于“排序”^[4]。以物流中心的货物配送为例, “排序”考虑的是配送车辆中货物的收集

或配送序列，而“调度”在考虑配送车辆序列和货物序列的前提下还必须重点考虑配送的时间问题。因此，可以说“排序”问题是一种不考虑时间的特殊的“调度”问题。

调度问题最早产生于机器制造领域，主要包括作业车间调度问题（Job-shop Scheduling Problem, JSP）、流水车间调度问题（Flow Shop Scheduling Problem, FSP）、单机调度问题（Single Machine Scheduling Problem, SSP）、并行机调度问题（Parallel Machine Scheduling Problem, PSP）和开放车间调度问题（Open Shop Scheduling Problem, OSP）等。后来，调度理论逐步被应用于交通运输、计算机辅助制造、物流配送等领域，典型的问题包括港口泊位调度问题（Berth Allocation Problem, BAP）、物流车辆配送路径问题（Vehicle Routing Problem, VRP）和自动化产品装配问题（Automated Product Assembly Problem, APAP）等。

以集装箱码头港口泊位调度为例。随着国际航运系统的发展，港口码头的严重拥挤、压港现象随之产生。泊位是港口码头的主要稀缺资源，港口调度中最能体现港口作业水平的就是泊位问题。决定泊位分配的因素主要有：①船舶相关信息，如船期计划、最大吃水深度、装卸箱量等；②岸边资源情况，如泊位数量、泊位最大深度、岸桥设备配置等。理想的船舶调度无须等待泊位，并且泊位的利用率达到100%，但实际作业过程中这种目标几乎不能实现。如果泊位调度不合理，将会造成巨大的经济损失；而如果来港船舶较少时，将造成泊位资源浪费。港口的生产管理周期是从接待船舶入港开始，经过船舶集装箱的装卸，直到送船舶离港为止。对港口的合理调度就是按照一定方案对船舶、泊位进行统筹安排，使得港口生产各环节的能力与船舶流、货物流在空间和时间方面保持一致。为了使不同型号的集装箱船舶能够安全有序地出入港口、在港口泊位停靠，港口管理部门必须采取合理的调度方法尽可能缩短船舶的在港时间，提高泊位的利用率。因此，如何有效利用港口泊位资源，优化船舶的调度效率是现代化港口调度管理亟待解决的重要课题，这也是优化调度理论在实际生产的重要应用。

1.1.2 调度问题的特点

调度问题属于难于求解的组合优化问题，且大多数问题并没有找到获取最优解的多项式算法，因此这类问题被叫作 Nondeterministic Polynomial-Hard 问题，简称 NP 难题。根据调度在不同领域的实际应用，其特点可归纳如下：

1. 计算复杂性

调度问题具有复杂性，其可行解的数量随规模的变大而呈指数级增加。例如，求解作业车间调度的 10 工件×10 机器问题时，如果优化目标是加工时间最短，则可能的组合数将达到 $(10!)^{10}$ 个。

2. 多目标性

实际生产中的目标通常是对多个指标性能的综合结果。例如,车辆路径问题中的调度指标通常包括最大化载货率、最小化行驶时间、最小化总里程、最小化派车成本、最小化延期时间和最大化客户满意度等。港口泊位调度的指标通常包括最小化船舶的等待时间、最小化泊位和相应堆场的距离以及最大化泊位和岸边起吊设备的利用率等。调度问题的多个指标之间可能不一致甚至冲突,不可能找到满足所有目标的最优解,只能够根据具体实际情况权衡多个目标,取其折中的最适宜值。

3. 不确定性

在实际调度过程中,事先无法预料的不确定情况时有发生,调度的不确定性主要反应在决策者对系统输入信息掌握的不确定上。不确定性又表现为非实时不确定性和实时不确定性。如果调度结果是由一系列非确定输入信息计算而得到的规划好的方案,则属于非实时不确定调度(随机问题、模糊问题);如果调度结果是由一系列非确定输入信息计算而得到的变化的方案,则属于实时不确定性调度(动态问题)。例如,运钞车向 ATM 机补充钱款之前,无法确切知道顾客需求钱款数量。在作业车间调度问题的机器加工过程中也存在不确定因素(例如,原材料不足、机器临时故障、技术工人短缺、机器和原料耗损过多等),而理想的、一成不变的加工信息很难在加工前获取。

4. 动态性

调度问题的动态性是指由于输入实时不确定的数据而输出变化了的调度方案,主要体现在两方面:本时段的调度方案直接决定下一时段的任务分布情况(机器、车辆),从而影响下一时段的调度;制定本时段的调度方案时不仅要考虑本时段的任务分布情况,同时还要考虑未来各时段的任务分布情况。例如,动态车辆路径问题中存在许多不确定因素,如客户需求、运输需求、路径制定者的主观认识、交通路况及车况等,这些信息的变化都需要调度管理员借助调度系统在短时间内对被更新的信息做出快速正确的响应,并修改生成新的路径规划。

5. 离散性

调度问题是典型的离散优化问题,在整个调度过程中存在大量离散的、非线性的事件。例如,车辆开始配送时间、货物分配、集送货订单变更、车辆故障和路况变化等,因此可以利用离散系统建模、数学规划与仿真等方法对调度问题进行研究。

6. 多约束性

在一般情况下,调度方案的路线会受到生产任务环境等的约束,从而要求各生产或运输设备间具有先后约束关系。同时,待调度的设备、人员及物料等是已知的,调度任务必须在满足这些客观约束条件下完成。

1.1.3 调度管理的必要性

在信息日益密集化的环境下,为了适应市场的国际化竞争,改变产品生产和配送过于单一,满足小批量产品多元化需求的现状,物流企业的计划管理面临着严峻挑战和前所未有的发展机遇。提高企业的调度管理水平不论对产品的生产加工还是对产品的配送环节都是至关重要的,具体体现在如下几方面:

1. 管理目标方面

市场竞争国际化程度的提高和市场需求多元化的加强迫使制造企业尤其是离散化生产企业必须具有对市场需求的快速反应和多元化生产能力。在这种要求的基础上,制造企业面向订单的多元化、小批量的市场需求,提高了柔性化生产、柔性管理和控制能力的要求,这对充分发挥企业的动态生产应对能力、提高生产灵活性、改善和增强企业核心竞争力都是必要的。

2. 管理技术方面

经济形式的全球化发展使供应链在制造企业竞争中占据越来越重要的地位。要实现企业竞争的胜利就必须依靠先进的管理手段和技术来提高供应链上企业间协作、沟通以及及时有效共享信息的能力。智能化的分析和调度管理技术对保证生产计划的高效性、准确性,应对生产的多目标性和不确定性,有效降低生产成本,提高生产效率,实现企业内部和供应链上信息的共享起到促进作用,这更有利于实现生产资源的整体性配置。

3. 管理理念方面

知识型密集的生产环境要求制造企业从全局的角度出发,以面向订单的生产计划管理和控制为目标,优化资源配置,建立以信息技术为辅助,以供应链管理模式为基础,以实时数据为依据的现代集成化生产计划管理体系。但是,我国现有的制造企业信息化管理现状不容乐观,对生产中不确定性问题控制和应对的能力偏弱,亟待科学的管理理念与先进技术相结合。

1.2 优化的相关概念

在科学发展的进程中,人们从未停止过对最优目标的探索 and 追求。对问题最优目标的求解就是优化问题,它是指从所有可能的方案中选出最合理的、最可能达到最优目标的方案。优化问题存在于关系国民经济各个部门以及科学研究的不同领域。

1.2.1 优化的发展及分类

优化是一种以数学为基础,用于求解各种工程问题优化的应用技术。作为一

个重要的科学分支,它一直受到人们的广泛关注,并在诸多工程领域得到迅速推广和应用,如车辆调度、系统控制、模式识别、生产调度等。它的历史可以追溯到古希腊时代的极值问题,诸如等周问题、谷物的堆砌问题等。但由于缺乏完整的理论和适用的计算工具,一直没有得到很大的发展。

自18世纪牛顿发明了微积分后,优化方法和理论的研究有了本质的飞跃,研究人员设计了诸多基于梯度的优化方法,例如解决无约束优化问题的牛顿法,解决有约束优化问题的拉格朗日乘数法等。从19世纪40年代开始,实际生产中出现了以大规模线性规划问题为代表的复杂问题,优化方法也在泛函分析等理论的基础上得到迅速发展,并逐渐发展成为一门新的应用教学分支学科。优化问题已经渗透到管理、生产、军事、商业等各个领域,并衍生出非线性规划、动态规划、整数规划、网络流规划等多个研究分支。20世纪80年代以来,一些新颖的优化算法先后出现,这些算法通过模拟或揭示某些自然现象而得到发展,其思想和内容涉及数学、物理学、生物进化、人工智能等多个领域,为解决复杂问题提供了新方法和新思路。

按照不同的标准,最优化问题又有许多不同的分类。根据约束条件出现与否可分为无约束的优化问题和有约束的优化问题,而有约束的组合优化问题可划分为P类优化问题和NP类优化问题。当数学模型中的目标函数和约束条件均为线性时,称为线性优化问题;否则称为非线性优化问题。根据决策变量的取值是离散的还是连续的,可以分为离散最优化和连续最优化。离散最优化也称为组合最优化,是相对于连续最优化求解难度更大、应用更为广泛的一种优化问题,如整数规划、报品配送、校车调度、排产计划等。离散优化问题(组合优化问题)可描述为:令 $\Omega = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 是所有状态构成的解空间, $C(s_i)$ 为状态 s_i 对应的目标函数值,要求搜索最优解 s^* ,使满足 $\forall s_i \in \Omega, C(s^*) = \min C(s_i)$ 。组合优化涉及排序、分类和筛选等问题,是运筹学领域的重要分支。

典型的组合优化问题包括车间调度问题(Shop Scheduling Problem, SP)、车辆路径问题(Vehicle Routing Problem, VRP)、旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP)、装箱问题(Bin Packing Problem, BP)以及0-1背包问题(Knapsack Problem, KP)等。

1.2.2 优化问题的求解

解决优化问题的关键是建立问题的数学模型和设计求解算法。

一个优化问题的数学模型主要包括目标函数、约束条件、可行域三部分。目标函数是评价优化效果的标准,用 $f(x) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 表示,最优化问题包括最小化和最大化两类问题。由于函数 $f(x)$ 的最大化等价于 $-f(x)$ 的最小化,所以

最小化问题和最大化问题在求解手段上没有本质区别。约束条件是求目标函数极值时，对于自变量的某些限制，例如在整数规划中要求变量全部为整数，在某些资源规划问题中，要求作为资源数量的变量全部是正数。此外，有些问题中自变量还必须满足物理系统的基本方程和性能方程。这些约束条件用等式或不等式来表示。

$$\text{等式约束: } g_i(X)=0, X \in E^n, i=1,2,\dots,m \quad (m < n)$$

$$\text{不等式约束: } h_i(X) \geq 0 \text{ 或 } h_i(X) \leq 0 \quad (i=1,2,\dots,r)$$

可行域是指目标函数的待优化自变量在约束条件下可行的搜索范围，用 A 表示。以等式约束、最小化情况为例，一个优化问题可以表述如下：

$$\begin{aligned} & \min f(X) \\ & \text{s.t. } g_i(X)=0 \quad (X \in A) \end{aligned}$$

现代优化算法大多是基于生物学和人工智能发展起来的启发式算法，这类算法不但具有全局优化的性能，而且通用型强，已经被广泛应用于工业生产、交通运输、社会保障、人工智能研究等多个领域。其中，典型的算法包括遗传算法（Genetic Algorithm, GA）、模拟退火算法（Simulated Annealing Algorithm, SA）、蚁群算法（Ant Colony Optimization, ACO）、粒子群优化算法（Particle Swarm Optimization, PSO）、禁忌搜索算法（Tabu Search Algorithm, TS）等。下面介绍几种近年较为流行的优化算法。

1. 遗传算法

1975年，美国密西根（Michigan）大学的 John Holland 教授借鉴生物界的自然选择和遗传机制首次提出了 GA^[5]。这种算法利用染色体的适者生存过程来表示优化问题的求解，用编码空间代替问题的参数空间，将适应值函数作为评价依据，通过对编码群体内个体位串的遗传操作实现了选择和变异。GA 是一种通用的优化算法，其最大的优点是能够进行全局空间搜索和隐含并行性^[6]。

2. 模拟退火算法

SA 的思想最早是由 Metropolis 在 1953 年提出的，Kirkpatrick 于 1983 年将其正式应用于组合优化。SA 也是一种通用优化算法，它是从自然界固体退火过程中得到启发并从中抽象得来，是解决优化问题的一种随机优化算法。这种算法用于求解优化问题的出发点是基于物理现象中固体物质的退火过程与一般优化问题间的相似性，在对固体物质进行退火处理时，常先将其加温致使其粒子可自由运动，随着温度的逐渐下降，粒子逐渐形成低能态晶格。如果在凝结点附近的温度下降速度足够慢，则固体物质定会形成最低能量的基态^[7]。优化问题则是每一个点代表一个解，不同的解有不同的目标函数。