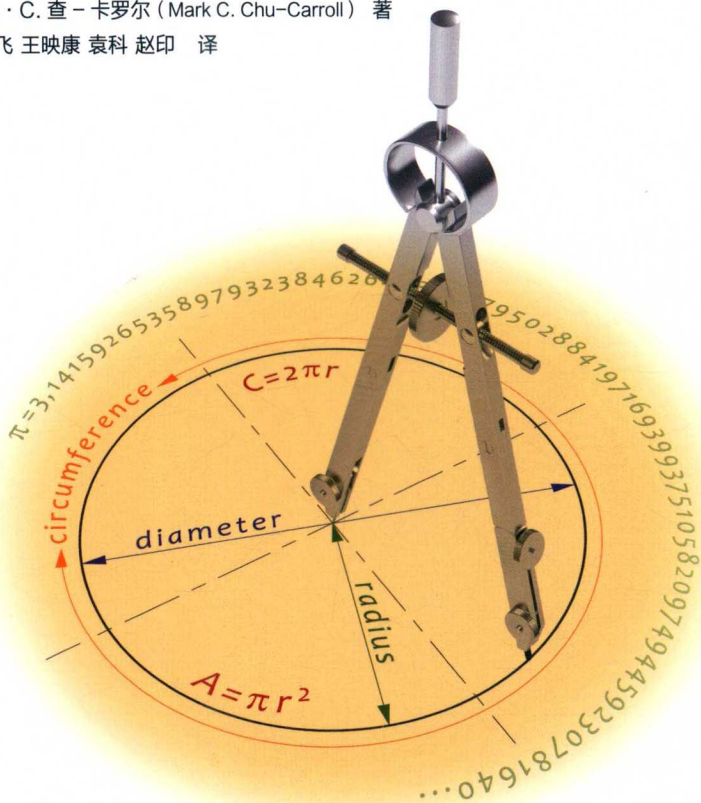


数学极客

探索数字、逻辑、计算之美

[美] 马克·C·查-卡罗尔 (Mark C. Chu-Carroll) 著

罗文俊 唐飞 王映康 袁科 赵印 译



GOOD MATH

A Geek's Guide to the Beauty of
Numbers, Logic, and Computation



机械工业出版社
China Machine Press

数学极客

探索数字、逻辑、计算之美

[美] 马克·C. 查-卡罗尔 (Mark C. Chu-Carroll) 著

罗文俊 唐飞 王映康 袁科 赵印 译

GOOD MATH

A Geek's Guide to the Beauty of
Numbers, Logic, and Computation



机械工业出版社
China Machine Press

图书在版编目 (CIP) 数据

数学极客: 探索数字、逻辑、计算之美 / (美) 马克·C. 查-卡罗尔 (Mark C.Chu-Carroll) 著; 罗文俊等译. —北京: 机械工业出版社, 2018.6

书名原文: Good Math: A Geek's Guide to the Beauty of Numbers, Logic, and Computation

ISBN 978-7-111-60259-0

I. 数… II. ①马… ②罗… III. 数学-普及读物 IV. O1-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 137850 号

本书版权登记号: 图字 01-2016-4308

Mark C. Chu-Carroll: Good Math: A Geek's Guide to the Beauty of Numbers, Logic, and Computation (ISBN 9781937785338).

Copyright © 2013 The Pragmatic Programmers, LLC.

Simplified Chinese translation copyright © 2018 by China Machine Press.

No part of this book may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying, recording or any information storage and retrieval system, without permission, in writing, from the publisher.

All rights reserved.

本书中文简体字版由 The Pragmatic Programmers, LLC 授权机械工业出版社在全球独家出版发行。未经出版者书面许可, 不得以任何方式抄袭、复制或节录本书中的任何部分。

数学极客: 探索数字、逻辑、计算之美

出版发行: 机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码: 100037)

责任编辑: 迟振春

责任校对: 李秋荣

印 刷: 中国电影出版社印刷厂

版 次: 2018 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

开 本: 147mm × 210mm 1/32

印 张: 8.5

书 号: ISBN 978-7-111-60259-0

定 价: 45.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

客服热线: (010) 88379426 88361066

购书热线: (010) 68326294 88379649 68995259

投稿热线: (010) 88379604

读者信箱: hzit@hzbook.com

版权所有·侵权必究

封底无防伪标均为盗版

本书法律顾问: 北京大成律师事务所 韩光 / 邹晓东

数学是什么？想必大家都知道，这是一个非常有用并且我们每个人都学习的门类。数字是什么？可能有些人会觉得这个问题太简单了，12345，不就是数字吗？其实有关数学和数字的故事远远不是这么简单。这是一件复杂而有趣的事情。

曾经有学生问我：数学是不是科学？我认为数学不是科学。因为科学的研究成果需要通过实验检验并可重复验证，是实证的；数学的研究成果需要通过逻辑推理证明正确，可称心证。数学是非常美好的。数字世界中，有哪些种类的数？有哪些有趣的数？如何表示这些不同的数？如何书写出这些数？什么是逻辑？什么是集合？如何通过编程使用计算机进行推理？抽象的机器如何完成计算？

本书给出了特别深入浅出的回答。

本书的作者 Mark C. Chu-Carroll 从解读数字的角度为我们打开了重新认识和了解数学的大门。作者在自己的博客上长期向社会大众开展有关数学基本概念的解读，以幽默的方式和独特的理解表达了自己对数学和数字的热爱之情，并在世界范围内极大地推广了学习数学之道。本书共设有六大部分，分别从数字的分类、数字的趣味性、美学性、逻辑性等方面介绍了数字之美、数字之理、数字之用。本书具有非常好的可读

性和趣味性，同时也能够为很多没有坚实数学基础的人提供学习和参考的帮助。

通过阅读本书，也让我想起了我曾经给学生讲密码时所用到的“数字”。在给学生讲授“安全信息系统概论”时，我用“一二三四五六七”介绍了密码的理论、实现、应用等问题，即以“一种美、两类函数、三个假设、四项操作、五大属性、六难问题、七例应用”来作讲解。这也说明了我们在日常的学习、工作和生活中可以灵活运用数字来帮助我们理解其他问题。

承蒙罗文俊教授邀请，为本书中译本写序。故为之，朋友们权且看之。

吕述望

丁酉年岁末于北京

译者简介

罗文俊 男，1966年生，重庆合川人，博士，教授。重庆邮电大学网络空间安全与信息法学院教师。

唐飞 男，1986年生，重庆垫江人，博士，副教授。重庆邮电大学网络空间安全与信息法学院教师。

王映康 男，1965年生，四川苍溪人，硕士，高级工程师。国网重庆市电力公司信息通信分公司副总工程师。

袁科 男，1982年生，河南南阳人，博士。2014年毕业于南开大学，现为河南大学副教授，主要研究方向是密码学、信息安全、区块链。

赵印 武汉大学信号处理实验室硕士，阿里巴巴高级算法专家，主要研究方向是推荐算法、深度学习和用户增长与体验优化。

前言

Good Math

这本书来自哪里

在成长过程中，我对父亲最早的记忆是数学。我爸爸是一位物理学家，他在 RCA 公司做半导体制造，所以他的工作涉及很多数学知识。周末他有时会带着一些未完成的工作回家。他会坐在我们家的客厅里，身边散落着一堆纸张和他那把可靠的计算尺。

作为一个极客小孩，我认为他做的东西看起来很酷，我问他相关的一些事情。当我这样做的时候，他总是停下手上的工作，向我解释。他是个了不起的老师，我从他那里学到了很多数学知识。在我上三年级的时候，他就教给我贝尔（钟形）曲线、标准差和线性回归的基本知识！直到我上大学之前，我在学校的数学课上从来没有学过任何东西，因为在我上课之前，我爸爸已经教给我更多的数学知识。

他做的不仅仅是向我解释内容。他教我如何教书。他总是告诉我，在你向别人解释某事之前，你自己不会真正明白它。所以他会让我把内容解释给他听，好像他不知道那些似的。

那些和爸爸在一起的时光奠定了我对数学的热爱之情，并且一直持

续了几十年。

大约在 2006 年，我开始读科学博客。我觉得这些博客的内容真的很吸引人，真的令人激动。但我不认为我有什么话可以引起别人的兴趣，所以我只是读别人写的，有时候做点评论。

然后有一天，我读了一个叫“Respectful Insolence”的博客，作者的笔名是 Orac，是一名专业的肿瘤外科医生。他谈到几个怪人完成了一篇论文，他们从数据中得出了荒谬的结论，并将它发表在了公共数据库中。Orac 精心地驳斥了他们的论点，解释为什么作者声称的基础医学和生物学是荒谬的。但在阅读原文后，令我印象深刻的是，反驳作者对生物的理解是不必要的，他们解释图形数据的整个论断完全是虚假的。那时候我意识到，存在大量的生物学家、医生、神经病学家、生理学家、物理学家的博客，并且各有特点，但是没有一个博客是关于数学的！

于是我去 Bolgger 网站创建了一个博客。我写了我对草率数学的批判，然后把链接发送给 Orac。我想可能会有几十人来读它，我可能会在几个星期后放弃它。

但是，我在我的新博客上发表了第一篇文章之后，我就想起了我的爸爸。他是那种不喜欢花时间取笑别人的人。偶尔做这件事很好，但要把整个爱好都放弃呢？他是不会引以为傲的。

记得他教我的方法，我开始写我喜欢的那种数学，努力帮助其他人看到为什么它是如此美丽、如此有趣、如此迷人。最终的结果是我的博客——Good Math/Bad Math。我写博客已经快七年了，现在我的文章数以千计！

当我开始写博客的时候，我想没人会对我说的话感兴趣。我想我可能会被几十人读到，我会在几个星期后放弃。相反，几年后，我获得了成千上万的粉丝，他们阅读了我写的每一篇文章。

这本书是我接触更多读者的方式。数学是有趣的、美丽的、迷人的。我想与你分享乐趣、美丽和魅力。在这本书中，你会发现我和我爸爸一

起度过的时光，他教我热爱数学，教我如何教别人。

我一直保留着他的计算尺。这是我最珍贵的财产之一。

读者对象

如果你对数学感兴趣，这本书是给你的！我试着把它写出来，以便任何一个有高中数学基础的人都能阅读。具有更多的背景知识，你会发现更具深度的内容，但是即使你只学习了高中代数，也应该能读懂。

如何读这本书

这不是一本需要你逐页阅读的书。每一章几乎都是独立的。你可以选择感兴趣的话题，按任意顺序阅读。在这本书的六部分中，各章将经常引用同一部分的前几章来介绍细节。如果你阅读参考章节，会从这些章节中得到更多知识，但如果你不喜欢，仍然可以读懂。

你需要做什么

对于大部分书中内容，你只需要好奇心。在几章中，有几个程序。如果你想运行它们，程序中有链接和说明。

致谢

感谢每个对这本书有贡献的人，总是很难。我确信我会忘记某人：如果你应该得到感谢，但我把你忘记了，我提前道歉，谢谢你的帮助！

非常感谢以下人士：

- 我的“blogfather”和朋友 Orac (又名 David Gorski)，开始的时候他给了我写博客的动机，并且帮助我引起读者的注意。
- 我博客的许多读者，他们指出了我的错误，帮助我成为一个更好的作家。
- 我在 Scientopia 的朋友们。
- 献出时间和精力对这本书的草稿进行技术审校的人：Paul Keyser、Jason Liszka、Jorge Ortiz 和 Jon Shea。
- 我在 Foursquare 的同事，他们给我支持和反馈，让工作成为一个有趣的地方。
- The Pragmatic Bookshelf 的员工，尤其是 David Thomas 和 David Kelly，他们超越职责地排版这本数学书。
- 当然，还有我的家人，他们忍受着疯狂的极客作者。

目 录

Good Math

序

译者简介

前言

第一部分 数 字

第 1 章 自然数 /2

- 1.1 自然数的公理化定义 /3
- 1.2 使用皮亚诺归纳法 /6

第 2 章 整数 /8

- 2.1 什么是整数 /8
- 2.2 自然地构造整数 /10

第 3 章 实数 /14

- 3.1 实数的非正式定义 /14

3.2 实数的公理化定义 /17

3.3 实数的构造性定义 /20

第4章 无理数与超越数 /23

4.1 什么是无理数 /23

4.2 聚焦无理数 /24

4.3 无理数和超越数有什么意义，为什么它们很重要 /26

第二部分 有趣的数字

第5章 零 /30

5.1 零的历史 /30

5.2 一个令人生厌的困难数字 /33

第6章 e：不自然的自然数 /36

6.1 无处不在的数字 /36

6.2 e的历史 /38

6.3 e有什么含义 /39

第7章 φ ：黄金比例 /41

7.1 什么是黄金比例 /42

7.2 荒唐的传奇 /44

7.3 黄金比例真正存在的地方 /46

第8章 i：虚数 /48

8.1 i的起源 /48

8.2 i是做什么的 /50

8.3 i有什么意义 /51

第三部分 书写数字

第9章 罗马数字 /56

9.1 进位系统 /56

9.2 这场混乱来自哪里 /58

9.3 计算很简单(但是算盘更简单) /59

9.4 传统的过失 /63

第10章 埃及分数 /66

10.1 一场4000年前的数学考试 /66

10.2 斐波那契的贪婪算法 /67

10.3 有时美胜过实用 /69

第11章 连分数 /70

11.1 连分数简介 /71

11.2 更干净,更清晰,纯粹是为了好玩 /73

11.3 作计算 /75

第四部分 逻辑

第12章 斯波克先生与不符合逻辑 /80

12.1 什么是真正的逻辑 /82

12.2 一阶谓词逻辑 /83

12.3 展示一些新东西 /88

第 13 章 证明、真理和树 /93

13.1 用树来建立简单的证明 /94

13.2 零基础的证明 /96

13.3 家族关系的例子 /98

13.4 分支证明 /100

第 14 章 使用逻辑编程 /103

14.1 计算家族关系 /104

14.2 使用逻辑计算 /109

第 15 章 时序推理 /118

15.1 随时间变化的命题 /119

15.2 CTL 擅长什么 /124

第五部分 集 合

第 16 章 康托尔对角化：无穷不仅是无穷 /128

16.1 朴素的集合 /128

16.2 康托尔对角化 /132

16.3 不要保持简单和直接 /136

第 17 章 公理化集合论：取其精华，去其糟粕 /139

17.1 ZFC 集合论公理 /140

17.2 疯狂的选择 /147

17.3 为什么 /150

第 18 章 模型：用集合作为搭建数学世界的积木 /151

18.1 构建自然数 /152

18.2 从模型到模型：从自然数到整数，以及超越 /154

第 19 章 超限数：无限集的计数和排序 /158

19.1 超限基 /158

19.2 连续统假设 /160

19.3 无限何在 /161

第 20 章 群论：用集合寻找对称性 /164

20.1 费解的对称性 /164

20.2 不同的对称性 /168

20.3 走入历史 /170

20.4 对称性之源 /172

第六部分 机械化数学

第 21 章 有限状态机：从简单机器开始 /178

21.1 最简单的机器 /178

21.2 实际使用的有限状态机 /182

21.3 跨越鸿沟：从正则表达式到机器 /185

第 22 章 图灵机 /192

22.1 添加磁带让一切都变得不同 /193

22.2 变元：模仿机器的机器 /198

第 23 章 计算的核心与病态 /204

23.1 BF：伟大的、光荣的、完全愚蠢的 /206

23.2 图灵完备还是毫无意义 /209

23.3 从庄严到荒谬 /210

第 24 章 微积分：不是那个微积分，是 λ 演算 /213

24.1 写 λ 演算：几乎就是编程 /214

24.2 求值：运行 /218

24.3 编程语言与 λ 策略 /221

第 25 章 数字、布尔运算和递归 /224

25.1 λ 演算是图灵完备的吗 /224

25.2 计算自身的数字 /225

25.3 决定？回到 Church /228

25.4 递归 /231

第 26 章 类型，类型，类型：对 λ 演算建模 /238

26.1 类型简介 /239

26.2 证明 /244

26.3 类型擅长什么 /246

第 27 章 停机问题 /248

27.1 一个杰出的失败 /249

27.2 是否停机 /251

参考文献 /256