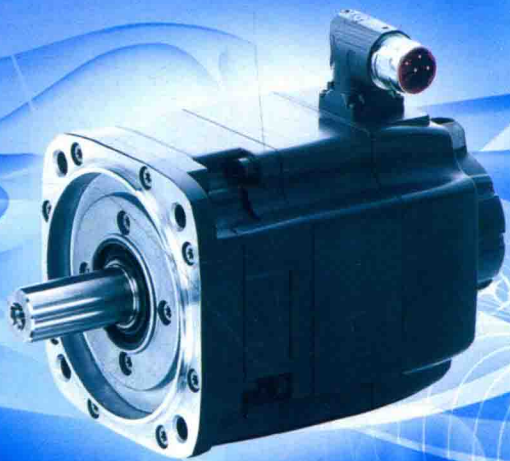


同步电机模型参数 及动态分析

TONGBU DIANJI MOXING CANSHU
JI DONGTAI FENXI

郭可忠 王建辉 编著



非
外
借



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

同步电机模型参数 及动态分析

TONGBU DIANJI MOXING CANSHU
JI DONGTAI FENXI

郭可忠 王建辉 编著



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书是一本关于同步电机基本理论及动态分析的科研参考书,着重讨论数学模型及其参数计算和动态分析方法。

全书共分七章。包括基础知识、同步电机的 Park 和 Canay 模型、用综合矢量表示的同步电机基本方程和结构框图、同步电机的稳态及动态分析、大型汽轮发电机的失磁异步运行、用逆变器供电的同步电动机系统仿真及近十年 Canay 模型在国内的应用简介等内容。

本书可供电机、电力系统自动化、电网等专业的本科生和研究生,电机制造厂、电力设计院、电力公司、电力集团公司、电机研究所的科研人员,以及从事电力系统机网结合研究的技术人员使用。

图书在版编目(CIP)数据

同步电机模型参数及动态分析/郭可忠,王建辉编著. —北京:中国电力出版社,2018.7
ISBN 978-7-5198-1959-0

I. ①同… II. ①郭… ②王… III. ①同步电机—模型—参数—研究 ②同步电机—动态分析
IV. ①TM341

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 077218 号

出版发行:中国电力出版社

地 址:北京市东城区北京站西街 19 号(邮政编码 100005)

网 址: <http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑:刘 薇(010-63412357)

责任校对:王小鹏

装帧设计:张俊霞 郝晓燕

责任印制:邹树群

印 刷:三河市百盛印装有限公司

版 次:2018 年 7 月第一版

印 次:2018 年 7 月北京第一次印刷

开 本:710 毫米×1000 毫米 16 开本

印 张:12.25

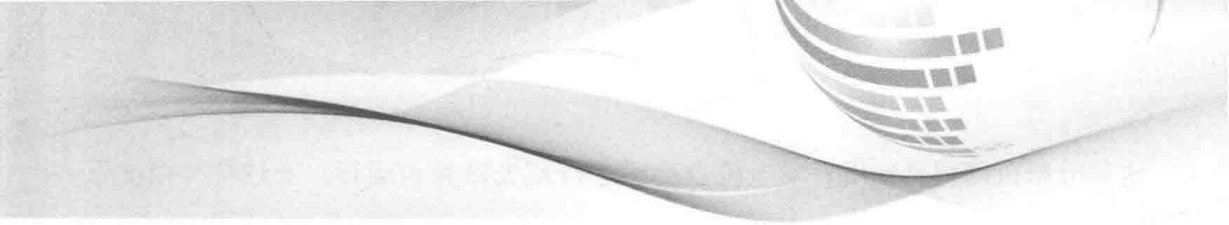
字 数:230 千字

印 数:0001—1500 册

定 价:48.00 元

版 权 专 有 侵 权 必 究

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换



序 言

能源永远是人类关切的一个主题。从需求侧角度来看,电能因其能方便地转换成各种形式的能量而得以日益广泛的应用。近年来,我国的电力系统和电力设备制造业发展迅猛:发电总容量和先进技术达世界水平,西南水电远距离输送系统的规模举世罕见;成套发电设备从引进技术逐步发展到全面自主研发制造,现已实现产品出口,运行在不同国家的电网环境中。电力发展要求各界从业人员对电力系统和发电设备有更深入的理解和把控。

电力系统是复杂大系统,计算方法必须根据静态或动态性能的不同分析目标而选定,每类特性分析的第一步就是要建立与计算目标相适应的系统模型。发电机组是电力系统中最重要也是最复杂的元件,涵盖了机械、电磁等各类动态过程,不同目标的系统分析计算中首先要确定合适的发电机模型。

多年来电力系统理论研究和公式推导分析,帮助我们定性理解电力系统的复杂过程。计算机、计算数学和软件工程等技术的迅速发展才为定量研究电力大系统动态过程提供了可能。

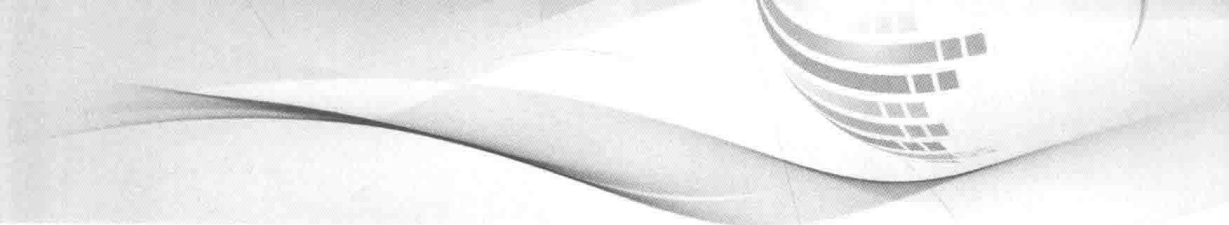
Park 方程为描述发电机电磁暂态的经典方程。由于汽轮发电机多为整体铁心转子,当故障导致转速变化时,在转子中会产生涡流,20 世纪 80 年代,以发电机制造著称的 ABB 公司在 Park 方程基础上提出了 Canay 模型:由发电机转子涡流的集肤效应严格地建立其数学模型并确定参数。随之,上海交通大学电机教研组和上海汽轮发电机公司合作在我国自主设计的机组上研究其发电机的 Canay 模型,也对三峡拟选用的大型水力发电机组的单相接地试行计算,取得了一定经验。

我国电力系统规模空前,各类动态过程(低频振荡、次同步谐振或振荡等)必须分析并采取抑制措施。我国发电机运行于各国不同的电力系统中,工程前期

也须分析机网耦合作用；发电机自励磁运行或失磁异步运行；上述各种情况下，发电机转速变化，转子涡流的集肤效应均不容忽视，采用 Canay 模型进行发电机精准建模十分重要，也有助于自主设计制造发电机的参数优化。因而请上海交通大学电机教研组的郭可忠教授总结发电机失磁动态模型方面的研究成果，编辑成此书，以期上海交通大学电气工程专业成为我国电力行业一智库。

陈陈 上海交通大学电气工程系教授

2017 年 2 月



前 言

大型同步发电机是电力系统中至关重要的元件。它的运行性能将直接影响电力网的安全可靠性和稳定性。而同步电机数学模型及参数计算,则直接影响它在各种故障和运行方式下的计算是否准确。

本书对同步电机的 Park 模型及其变换导出了基于电机尺寸和材料的参数计算公式,然后对其 Canay 模型进行理论分析,并对计及转子涡流的参数计算公式做了详尽的推导。

对大型汽轮发电机选用 Park 和 Canay 模型进行失磁异步运行的数字仿真,计算结果与相同机组实际录波图相比较,结果表明在电机异步运行时,Canay 模型比 Park 模型能更准确地模拟其动态过程。

书中还包含笔者有关同步电机的其他科研成果,详见目录和绪论。

本书由上海交通大学郭可忠教授担任主编,王建辉副教授参加编写。其中,第 1 章 1~4 节和第 4 章由王建辉副教授编写,其余各章节由郭可忠教授编写。

本书由上海交通大学李仁定教授主审。李教授对本书作了详细审阅,提出了很多宝贵意见。在此,谨向李教授表示衷心的感谢。本书还得到上海交通大学电力传输与功率变换控制教育部重点实验室给予的大力支持,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免不妥和错误之处,敬请读者批评指正。

编者

2018 年 6 月

目 录

序言	
前言	
绪论	1
第 1 章 基础知识	3
§ 1.1 综合矢量	3
§ 1.2 坐标变换	9
§ 1.3 磁导和磁感应强度	14
§ 1.4 自感和互感	15
§ 1.5 标么值	19
第 2 章 同步电机的基本方程	26
§ 2.1 无阻尼绕组同步电机的基本方程	26
§ 2.2 有阻尼绕组同步电机的基本方程	32
§ 2.3 汽轮发电机的参数计算	35
§ 2.4 同步电机的等值电路和运算电抗	42
§ 2.5 等值电路的变换和参数的实验确定	46
§ 2.6 用综合矢量表示的同步电机基本方程	55
§ 2.7 同步电机的结构框图	57
第 3 章 同步电机的 Canay 模型	64
§ 3.1 同步电机的理想等值电路	64
§ 3.2 理想等值电路的参数计算	67
§ 3.3 计及转子涡流时汽轮发电机的等值电路	73

第 4 章 同步电机的稳态及动态分析	81
§ 4.1 同步电机稳态运行矢量图和电磁转矩	81
§ 4.2 同步电机的小值振荡	86
§ 4.3 三相同步发电机短路电流的解析计算	90
§ 4.4 三相同步发电机短路电流的数值计算	93
§ 4.5 大型凸极同步发电机单相接地的研究	101
§ 4.6 同步磁阻电动机滑模变结构控制器的设计和仿真	112
第 5 章 大型汽轮发电机的失磁异步运行	119
§ 5.1 汽轮发电机的基本方程	119
§ 5.2 调速、调压系统方程	123
§ 5.3 变压器、负载、输电线及接口方程	126
§ 5.4 失磁故障的类型	128
§ 5.5 系统方程的差分化及计算步骤	132
§ 5.6 计算结果及分析	145
第 6 章 用逆变器供电的同步电动机系统仿真	150
§ 6.1 三相电流型逆变器和电压型逆变器	150
§ 6.2 电流型逆变器供电的同步电动机仿真	154
§ 6.3 电压型逆变器供电的同步电动机仿真	168
第 7 章 近十多年 Canay 模型在国内的应用简介	178
§ 7.1 求取同步电机参数的三种方法	178
§ 7.2 Canay 模型对分析系统三相短路等故障条件的影响	179
§ 7.3 Canay 模型对小干扰稳定性分析的影响	179
§ 7.4 Canay 模型对系统运行和其他故障分析的影响	181
§ 7.5 两种大型汽轮发电机的 Canay 模型参数	182
§ 7.6 大型水轮发电机 Canay 模型的讨论	182
参考文献	184

绪 论

随着国民经济的快速发展,我国大区电网近年来已经投产或正在建设中的大型火电及核电机组逐年增长。高参数大型机组的投产给电力系统带来显著的经济效益,同时也给安全运行提出了更为严格的要求。一旦运行失当,将严重影响机组本身及电力网的安全运行。

本文作者及其科研小组于 1989~2001 年,先后承接了以下 7 个相关的科研课题:

(1) 从 1989~1992 年,由上海汽轮发电机厂和上海交通大学电力学院共同承接了“大型汽轮发电机端部电磁力的分析计算”课题,属上海市重大科技攻关项目。其中“大型汽轮发电机突然短路电流的数值计算”部分由笔者承担。科研成果为提高大型发电机设计可靠性提供理论依据,具有实用价值。已通过鉴定,项目成果达当前国际先进水平。本人发表一篇论文被 Science Abstracts B10, 1993 和 EI 登录(见参考文献 [19])。

(2) 从 1991~1993 年,由上海电力局和上海交通大学电力学院共同承接了“大型火电机组失磁异步运行与保护研究”课题(属上海市科技结合生产攻关项目)。结果通过验收鉴定,结论是仿真性能优于国内先前同类模型,符合失磁分析模拟精度,促进了安全生产。

(3) 从 1996~1997 年,上海交通大学承接了“长江三峡大型水轮发电机中性点保护”科研课题。其中“大型水轮发电机的 Canay 模型及单相接地的计算”由笔者承担,结果发表的 2 篇论文均被 EI 登录(见参考文献 [22]、[23])。

(4) 从 1997~1998 年,由上海交通大学承接的课题“福建电网发电机失磁运行研究”,其中笔者承担了“60 万 kW 发电机的失磁数模及仿真计算”,已完成科研报告,结论与(2)相似。先后有 2 篇论文发表(见参考文献 [20]、[21])。

(5) 从 1997~1998 年,上海汽轮发电机厂与上海交通大学电力学院合作的课题“1000MW 级核电汽轮发电机容量和转速的选择和分析”,其中由笔者承担的课题是“1000MW 级汽轮发电机失磁和进相运行的研究”。该课题已由市重点办通过鉴定:研究结果对决策 1000MW 级汽轮发电机选型和研制有重要参考价值。

(6) 从 1997~2000 年,由上海汽轮发电机有限公司和上海交通大学电气工

程系合作的课题：“1000MW 级大型汽轮发电机开发设计研究”（属汪耕院士机械工业技术发展基金）。笔者承担其中“1000MW 级汽轮发电机失磁和进相运行的研究”，并完成科研报告。鉴定结论与（5）类似。

（7）从 2000~2001 年，笔者指导研究生对“同步磁阻电动机滑模变结构控制器的设计和仿真”课题进行了研究。发表一篇论文，已被 EI 登录（见参考文献 [24]）。

同步发电机失磁故障是电力系统故障之一。特别是大型机组，励磁系统（包括半导体励磁系统）的环节较多，故障的概率增大。例如励磁装置故障和励磁开关误断开等原因均会导致发电机失磁。它是发电机失去励磁后，仍带有一定的有功功率，以低滑差与电网继续并列运行的一种特殊运行方式。此时，系统电压下降，失磁发电机组输出有功减少，电机还要从系统中吸收大量感性无功功率，引起系统振荡。严重时甚至造成系统崩溃，导致大面积停电，并且威胁发电机本身的安全。因此有必要研究发电机能否在短时间内无励磁异步运行的问题，并定量分析各变量在失磁异步运行时的变化范围和变化周期，以便采取有效措施。

1991 年以来，我国各大区电网对一批 100、125、200MW 机组进行了失磁异步运行试验，积累了不少经验。以后对 300MW 汽轮发电机组做过一些动模试验，取得某些定性成果。20 世纪 80 年代以来，曾有采用有限元法进行失磁研究的，单机分析取得优良结果。但此法计算工作量太大，不适用与大系统相结合，难以进行实际系统分析。数字仿真技术的发展为失磁暂态过程的研究提供了有效的方法。然而，同步发电机的数学模型是精确计算和分析各种电力系统动态行为的关键。由于大型汽轮发电机多为整体铁芯转子，当失磁异步运行时，由于旋转磁场与转子之间存在滑差，它在转子铁芯表面及槽壁会感应涡流，而涡流的集肤效应与滑差有关。因此代表转子阻尼效应的涡流阻抗将随滑差而变，而通常的 Park 模型不能完全考虑整体铁芯转子的多回路涡流和集肤效应，因而在异步运行的数字仿真时会带来较大的误差。

本文作者及其科研小组对汽轮发电机的 Canay 模型进行了系统的理论分析，推导出基于电机设计尺寸和材料的 Park 及 Canay 模型的参数计算公式。并且运用 Canay 模型中各涡流等效阻抗的计算公式，获得参数随转差率变化的变参数模型。通过分别采用 Park 和 Canay 模型的汽轮发电机单机无穷大系统的失磁仿真计算分析，并与现场录波图相比较，论证了 Canay 模型的准确性。同样，对于其他故障例如同步发电机的次同步谐振；同步电机的小值振荡；同步发电机的误同期合闸和同步电机的自励磁运行等，其转子转速在电磁暂态过程中均不等于同步转速。笔者认为，在进行电力系统的这些动态分析时，我们若运用 Canay 模型来代替 Park 模型进行系统数字仿真，计算结果将更接近实际。另外，还可以利用书中所述的模型参数公式，对大型汽轮发电机的优化设计开展进一步的深化研究。

第1章 基础知识

本章首先着重说明综合矢量的物理概念，并用综合矢量来说明 d 、 q 、 0 和 a 、 b 、 c 等坐标变换的物理本质。然后介绍各种电机气隙磁导和气隙磁通密度（磁感应强度）的位置函数表达式。利用计算气隙磁场能量的公式，推导出计算电机绕组自感和互感的公式。最后对标幺制提出了 α 、 β （或 d 、 q ）绕组中各量基准值的选定方法。这些概念和公式在分析同步电机动态性能时是很有用的。

§ 1.1 综合矢量

不论是哪一类旋转电机，都有定子和转子两大部件。定转子绕组上的电压会产生电流，定转子绕组中的电流则分别产生定转子磁势。这些磁势会形成磁通，构成各绕组的磁链，绕组中磁链的变化则会产生感应电势。为了形象地表达常用的电机中各电压、电流、磁势、磁链等物理量，形象地表达各物理量之间的相互关系，可引入综合矢量这一概念。

假定一台交流电机的定子上有一个结构对称的多相绕组。现在只考虑气隙中磁势及磁通密度波的基波分量，则各绕组的基波磁势可以用磁势空间矢量加以表达，且可用矢量运算法则进行合成和分解。

以一个两极的两相绕组为例。如图 1-1 所示， α 绕组中的电流 i_α 会在 α 轴线方向产生磁势，可用空间矢量 $\vec{F}_\alpha$ 表示之。 $\vec{F}_\alpha$ 的长短代表磁势的大小， $\vec{F}_\alpha$ 的方

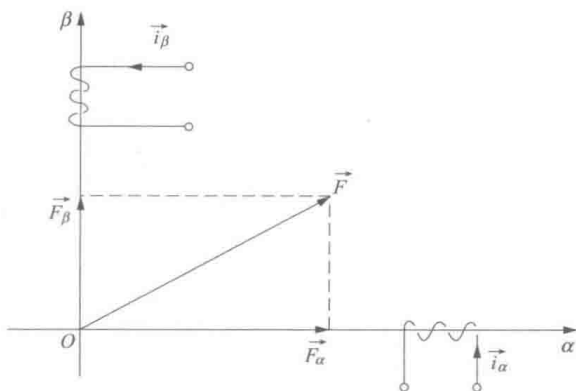


图 1-1 α 、 β 坐标的磁势综合矢量

向取决于 i_a 的正负及绕组的绕向。可根据安培右手定则决定。

同理, β 绕组中的电流 i_β 会在 β 轴线方向产生 $\vec{F}_\beta$ 。将 $\vec{F}_\alpha$ 和 $\vec{F}_\beta$ 矢量相加, 可得到 $\vec{F}$, 即:

$$\vec{F} = \vec{F}_\alpha + \vec{F}_\beta \quad (1-1)$$

其中, $\vec{F}$ 代表定子基波的合成磁势, 其长度代表气隙中合成磁势基波振幅的大小, 其方向则指出了合成磁势基波的振幅所在位置。 $\vec{F}$ 可称为定子磁势综合矢量。

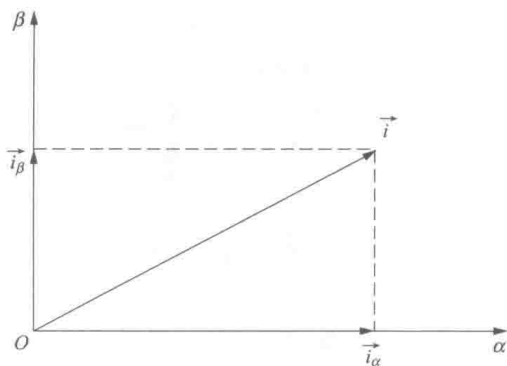


图 1-2 α 、 β 坐标的电流综合矢量

把这一表达方法推广应用于电流, 就可得出电流综合矢量, 如图 1-2 所示。在 α 轴线上画出 $\vec{i}_\alpha$, $\vec{i}_\alpha$ 的长短代表 $\vec{i}_\alpha$ 瞬时值的大小, $\vec{i}_\alpha$ 的方向则和 $\vec{i}_\alpha$ 产生的磁势方向相同; 同理, 在 β 轴线上画出 $\vec{i}_\beta$, 再将 $\vec{i}_\alpha$ 和 $\vec{i}_\beta$ 矢量相加, 就得到电流综合矢量 $\vec{i}$:

$$\vec{i} = \vec{i}_\alpha + \vec{i}_\beta \quad (1-2)$$

实质上, $\vec{i}_\alpha$ 和 $\vec{i}_\beta$ 分别和每一相的磁势空间矢量成正比, $\vec{i}$ 则反映了基波合成磁势的大小和振幅所在位置。

若已知 i_α 和 i_β 时, 可按上述做法唯一地确定 $\vec{i}$; 反之, 若已知 $\vec{i}$, 则 $\vec{i}$ 在 α 轴线和 β 轴线上的投影将分别为 $\vec{i}_\alpha$ 及 $\vec{i}_\beta$ 。故 $\vec{i}$ 是综合地反映了 i_α 和 i_β 的一个矢量。

对于磁链及电压, 也可仿此办理; 即磁链综合矢量:

$$\vec{\psi} = \vec{\psi}_\alpha + \vec{\psi}_\beta \quad (1-3)$$

电压综合矢量:

$$\vec{u} = \vec{u}_\alpha + \vec{u}_\beta \quad (1-4)$$

为了便于表达和便于运算, 综合矢量常采用复数表达形式。假如把由 α 轴和 β 轴所共同决定的那个平面看作为一个复平面, α 轴作为实数轴 (R_e), β 轴作为虚数轴 (I_m), 如图 1-3 所示, 则上述电流综合矢量 $\vec{i}$ 可表达为:

$$\vec{i}_s = i_\alpha + j i_\beta = |\vec{i}| \cdot e^{j\gamma_s} \quad (1-5)$$

因为 α 、 β 轴是固定在定子上的坐标系，所以用下标 s 表示的 $\vec{i}_s$ 是站在定子 (Stator) 坐标上，且以 α 轴为实轴时所看到的综合矢量的复数表达式。在不至于引起混淆的情况下，下标 s 也可以略去不写。

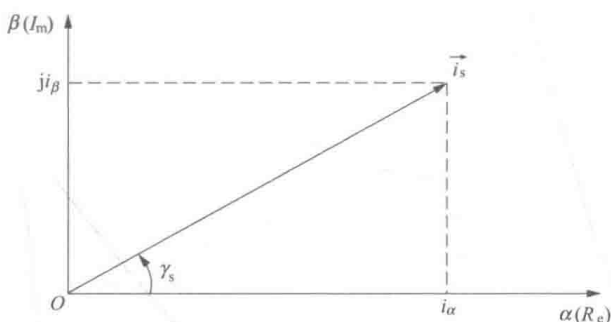


图 1-3 用复数表示电流综合矢量

如果不是以定子 α 轴作为实轴，如图 1-4 中所示，另取直角坐标 α' 、 β' ，以 α' 轴为实轴， β' 轴作为虚轴，则同一个电流综合矢量 $\vec{i}$ 应表达为：

$$\vec{i}_\theta = i'_\alpha + j i'_\beta = |\vec{i}| \cdot e^{j\gamma'} = |\vec{i}| \cdot e^{j(\gamma_s - \theta)} = \vec{i}_s e^{-j\theta} \quad (1-6)$$

这里， $\vec{i}_\theta$ 中的下标 θ ，表示观察者选用的实数轴相对于定子 α 轴有一个角度差 θ 。一般而言， θ 可以是一个固定值，也可以是随时间而变的时变量。

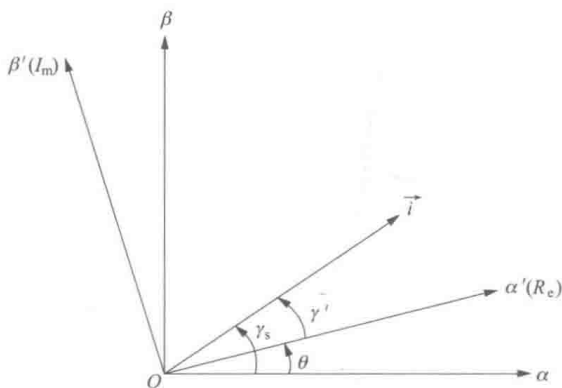


图 1-4 α' 、 β' 坐标的电流综合矢量

由式 (1-6) 可见，同一个综合矢量，站在不同的坐标系上观察，它的模是不变的，但幅角是不同的；幅角之差等于两个坐标实轴之间的夹角。从 $\alpha\beta$ 坐标转换为 $\alpha'\beta'$ 坐标，只需乘 $e^{-j\theta}$ 即可。这就是采用综合矢量及复数表达式的优点所在。

接下来希望把综合矢量的概念推广应用于三相绕组系统。此时出现了一个问

题：一个综合矢量，例如 $\vec{i}$ 只能和两个线性独立的时变量（如 i_a 、 i_β ）相对应，而三相系统有三个量（如 i_a 、 i_b 、 i_c ），它们是否能和一个综合矢量互相对应呢？

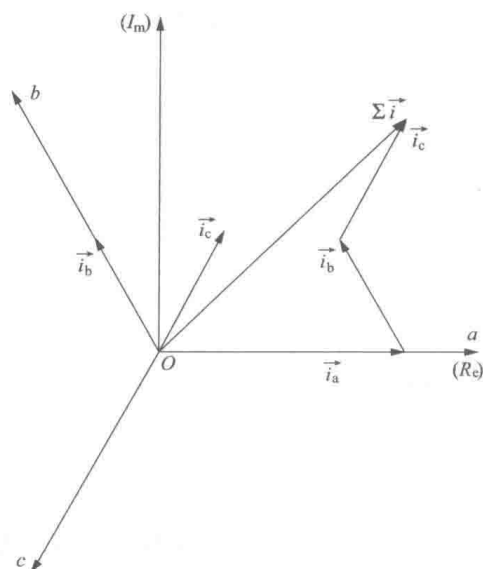


图 1-5 三相绕组的电流综合矢量

先考察电流综合矢量。因为电流综合矢量 $\vec{i}$ 实际上代表气隙中的基波合成磁势。所以我们可以仿照前面用过的方法，分别在三相绕组的 a 、 b 、 c 轴线方向画上 $\vec{i}_a$ 、 $\vec{i}_b$ 、 $\vec{i}_c$ ，如图 1-5 所示。它们实际上分别代表每一相的磁势，而且总可以将它们矢量相加而合成 $\Sigma \vec{i}$ ：

$$\Sigma \vec{i} = \vec{i}_a + \vec{i}_b + \vec{i}_c \quad (1-7)$$

采用上述方法，由 $\vec{i}_a$ 、 $\vec{i}_b$ 、 $\vec{i}_c$ 合成 $\Sigma \vec{i}$ 是完全切实可行的，而且 $\Sigma \vec{i}$ 代表了气隙基波合成磁势。然而，若已知 $\Sigma \vec{i}$ ，却无法唯一地分解出 $\vec{i}_a$ 、 $\vec{i}_b$ 、 $\vec{i}_c$ 来。

为了解决这一问题，可以先扣除零

轴分量，即令：

$$\begin{cases} i'_a = i_a - i_0 \\ i'_b = i_b - i_0 \\ i'_c = i_c - i_0 \end{cases} \quad (1-8)$$

其中，零轴分量：

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) \quad (1-9)$$

扣除零轴分量以后， $i'_a + i'_b + i'_c = 0$ 。这一约束条件限定了 i'_a 、 i'_b 、 i'_c 3 个变量中实际上只有两个是线性独立的。

现在仿照以前的处理方法，根据 i'_a 、 i'_b 、 i'_c 画出 $\vec{i}'_a$ 、 $\vec{i}'_b$ 、 $\vec{i}'_c$ ，如图 1-6 所示。再将 $\vec{i}'_a$ 、 $\vec{i}'_b$ 、 $\vec{i}'_c$ 矢量相加。由于各相零轴电流空间矢量的模是相等的，幅角则互差 $\frac{2\pi}{3}$ ，故三相零轴电流空间矢量的矢量和为零，相当于零轴电流在气隙中不产生基波合成磁势，故而有式 (1-10) 成立：

$$\vec{i}'_a + \vec{i}'_b + \vec{i}'_c = \vec{i}_a + \vec{i}_b + \vec{i}_c = \Sigma \vec{i} \quad (1-10)$$

式 (1-10) 说明，求 $\Sigma \vec{i}$ 时，可以将 $\vec{i}_a$ 、 $\vec{i}_b$ 、 $\vec{i}_c$ 矢量相加，也可以将扣除零

轴分量以后的 $\vec{i}'_a$ 、 $\vec{i}'_b$ 、 $\vec{i}'_c$ 矢量相加, 结果是相同的。

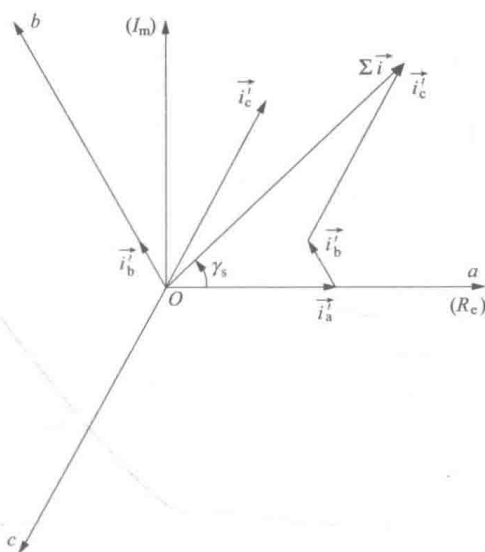


图 1-6 扣除零轴分量后三相绕组的电流综合矢量

现在观察 $\Sigma \vec{i}$ 在 a 、 b 、 c 轴线上的投影。先求 $\Sigma \vec{i}$ 在 a 轴上的投影。为了便于表达和运算, 取 a 轴作为实数轴, 逆时针方向转过 90° 为虚数轴, 把 $\Sigma \vec{i}$ 写成复数表达式, 可得出:

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{i} &= i'_a + i'_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + i'_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ &= \left(i'_a - \frac{1}{2} i'_b - \frac{1}{2} i'_c \right) + j \left(\frac{\sqrt{3}}{2} i'_b - \frac{\sqrt{3}}{2} i'_c \right) = |\Sigma \vec{i}| e^{j\gamma_s}\end{aligned}\quad (1-11)$$

由此可见, $\Sigma \vec{i}$ 在 a 轴上的投影为:

$$|\Sigma \vec{i}| \cos \gamma_s = i'_a - \frac{1}{2} i'_b - \frac{1}{2} i'_c = \frac{3}{2} i'_a \quad (1-12)$$

$\Sigma \vec{i}$ 在 b 轴上的投影为:

$$|\Sigma \vec{i}| \cos \left(\gamma_s - \frac{2}{3} \pi \right) = -\frac{1}{2} |\Sigma \vec{i}| \cos \gamma_s + \frac{\sqrt{3}}{2} |\Sigma \vec{i}| \sin \gamma_s = \frac{3}{2} i'_b \quad (1-13)$$

同理可证明 $\Sigma \vec{i}$ 在 c 轴上的投影为 $\frac{3}{2} i'_c$ 。

为了使 a 、 b 、 c 轴线上的投影分别等于 i'_a 、 i'_b 、 i'_c , 可取 $\Sigma \vec{i}$ 的 $2/3$ 作为综合矢量 $\vec{i}$, 即:

$$\vec{i} = \frac{2}{3} \Sigma \vec{i} = \frac{2}{3} (\vec{i}'_a + \vec{i}'_b + \vec{i}'_c) = \frac{2}{3} (\vec{i}_a + \vec{i}_b + \vec{i}_c) \quad (1-14)$$

综合矢量中不包含零轴分量的信息,这是不足之处。但零轴电流不会在气隙中形成基波合成磁场,不参与机电能量转换,而且在磁路线性的假定下,可单独列一套零轴方程式进行运算;所以在一般情况下,并不会发生什么问题。实际上大部分三相交流绕组为 Δ 接法,或 Y 接法而无中线,一般不存在零轴电流。故以后如不加特别说明,均假定各物理量的零轴分量为零,此时综合矢量在 a 、 b 、 c 轴线上的投影就等于各相的瞬时值。

对于三相系统的各相磁链及电压也可仿照上述处理方法,得出磁链综合矢量和电压综合矢量。

采用综合矢量有以下各项优点:

(1) 电流综合矢量代表三相合成磁势,磁链综合矢量代表三相磁场的综合,电压综合矢量反映了电机中各个电场的综合,都具有一定的物理意义。用综合矢量表达各物理量,既直观,又简洁,能很好地反映出电机内部的物理情况。此外,通过综合矢量还有可能使电机内部的电磁场数值计算结果与电机各相的电压电流联系起来,这样可较精确地计算电机磁路饱和对动态性能的影响。

(2) 综合矢量是各相瞬时值的综合表达。应用综合矢量的条件是只计及气隙中磁势及磁通密度波的基波分量,各空间谐波的影响则可近似地用谐波漏抗加以考虑;至于各相的物理量是否随时间作正弦变化,则并无限制。所以综合矢量不仅适用于对称稳态情况,也适用于暂态过程及不对称情况。此外,当半导体变流装置向电机绕组施加非正弦电压或非正弦电流时,也可采用综合矢量来表达和分析(详情可见本书的§6.1)。

(3) 把电机中的电压、电流、磁势等综合矢量画在同一个图上,就是一张空间矢量图。它可以很清楚地表达出电机内部各物理量的大小及空间相位关系。表达暂态过程时,可以画出各综合矢量的矢端轨迹,从而能清楚地表达出各量的大小及相位变化情况。

(4) 根据综合矢量的矢端轨迹,很容易得出各相各有关物理量的时间波形图。这是因为综合矢量在某一相绕组轴线上的投影加上零轴分量,就是该物理量的瞬时值。

(5) 如果把 a 相的时间参考轴 t (简称时轴)与 a 相轴线重合,则在不计零轴分量时,电流综合矢量 $\vec{i}$ 在时轴上的投影就可表示 i_a 的瞬时值,此时综合矢量 $\vec{i}$ 可用时间相量 $\dot{I}$ 来表示。因此,从综合矢量图很容易变换成时间相量图。

(6) 应用综合矢量的概念,可以清楚地说明常用的各种坐标变换的本质。用综合矢量的概念写出有关的坐标变换式,方式简捷,形象清晰,容易记忆。用综合矢量写出的基本方程式,表达简洁,运算方便。总之,在揭示物理本质,帮助记忆,简化运算步骤等方面,综合矢量都能起很好的效果。

§ 1.2 坐标变换

从数学的观点看,坐标变换无非是通过一定的变换式,用一些假想的新变量代替原有的实际变量,使方程式易于求解。电机理论中所用到的变换基本上都是线性变换,而且各种坐标变换都包含一定的物理意义。

1.2.1 变换矩阵

假定原有的坐标系中的变量为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ (它们可以是电流,也可以是磁链或电压之类),新坐标系中的变量为 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。如果两套变量之间有下列变换关系成立:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \dots + c_{1n}x_n \\ y_2 &= c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \dots + c_{2n}x_n \\ &\vdots \\ y_n &= c_{n1}x_1 + c_{n2}x_2 + \dots + c_{nn}x_n \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

此外,若式(1-15)中各系数 $c_{11}, c_{12}, \dots, c_{nn}$ 皆与各变量 x 及 y 无关,则这样的变换关系称为线性变换。

式(1-15)也可写成矩阵形式:

$$\underline{y} = \underline{c} \underline{x} \quad (1-16)$$

其中: $\underline{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; \underline{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} \\ \dots & & & \\ c_{n1} & c_{n2} & \dots & c_{nn} \end{bmatrix}$

$\underline{c}$ 称为变换矩阵,在线性变换中, $\underline{c}$ 中的元素 $c_{11}, c_{12}, \dots, c_{nn}$ 可以是常数(实数或复数),也可以是时间 t 的函数,只要与变量 x 及 y 无关即可。

为了使原变量和新变量之间具有单值对应关系,变换矩阵 $\underline{c}$ 应当是满秩的。即相应的行列式不等于零。此时可有下列反变换成立:

$$\underline{x} = \underline{c}^{-1} \underline{y} \quad (1-17)$$

式中 $\underline{c}^{-1}$ —— $\underline{c}$ 的逆矩阵。

1.2.2 $d, q, 0$ 坐标系

假定有一台三相同步电机或异步电机,取同步电机励磁绕组的轴线或异步电机转子某一相绕组的轴线为 d 轴,从 d 轴逆时针转向转过 90° 作为 q 轴方向, d 轴和定子 a 相轴线之间的夹角为 θ ,如图 1-7 所示。显然, d, q 绕组是在转子上的。此时,反映定子电流 i_a, i_b, i_c 的综合矢量 $\vec{i}$ 可按 d 轴和 q 轴分解为 $\vec{i}_d$ 及 $\vec{i}_q$,