

李德春 宋朋 滕冰 主编

光波导基础教程

Guangbodao
Jichu Jiaocheng

山东大学出版社

光波导基础教程

主 编 李德春 宋 朋 滕 冰
副主编 刘 骥 张 璐 尹 锐
王 静 李世霞

山东大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

光波导基础教程/李德春,宋朋,滕冰主编. — 济南:山东大学出版社,2018.8

ISBN 978-7-5607-6155-8

I. ①光… II. ①李… ②宋… ③滕… III. ①光波导—高等学校—教材 IV. ①TN252

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 214406 号

责任策划:刘旭东

责任编辑:宋亚卿

封面设计:牛 钧

出版发行:山东大学出版社

社 址 山东省济南市山大南路 20 号

邮 编 250100

电 话 市场部(0531)88364466

经 销:山东省新华书店

印 刷:泰安金彩印务有限公司

规 格:787 毫米×1092 毫米 1/16

11.5 印张 263 千字

版 次:2018 年 8 月第 1 版

印 次:2018 年 8 月第 1 次印刷

定 价:29.00 元

版权所有,盗印必究

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社营销部负责调换

前 言

当今时代对于获取信息、传输信息、处理信息和存储信息的要求越来越高,与之相关的光通信、光电子、光传感、光集成、半导体激光等各种新技术,正以空前的速度和规模迅猛发展,而光波导材料和器件在这些新技术中扮演着越来越重要的角色。因此,掌握光波导理论基础对从事相关专业的研究工作者和技术人员理解新概念、掌握新方法、发现新现象和创造新技术都是十分必要和有益的。

本书是在已连续使用多年的《光波导讲义》的基础上,充分吸收国内外在光波导理论与技术等方面的最新进展,同时融入编写者的科研成果编写而成的。本书主要系统介绍光波导的基本概念、基本理论,光波导的模式分析方法,导波光在光纤中的传输特性,制作光波导的常用工艺方法和基于光波导的无源器件等内容。

本书可作为高等学校光电信息科学与工程类专业的基础教材,也可作为电子信息类、测控技术与仪器、自动化、通信和应用物理等专业的高年级本科生的选修教材和研究生的参考书,还可供相关研究领域的教师和科研人员参考。

本教材的出版得到了山东大学精品教材建设立项的支持。

在教材的编写上,编写者力求理论体系完整,物理概念清晰明确,内容简明扼要,数学推导简洁严整,但由于水平有限,书中难免存在不妥和错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2018年6月

目 录

第一章 概 论	(1)
第二章 光波导的电磁理论基础	(6)
2.1 麦克斯韦方程组	(6)
2.2 电磁场边界条件	(7)
2.3 波动方程和亥姆霍兹方程	(9)
2.4 单色平面电磁波	(10)
2.5 能流密度和传输功率	(11)
2.6 光的反射和折射	(11)
2.7 光的全反射与倏逝波	(13)
2.8 全反射相移与古斯-汉欣位移	(14)
2.9 电磁理论的短波长极限	(16)
第三章 光波导的光线传播分析	(19)
3.1 阶跃折射率平板光波导中的光线传播	(19)
3.2 渐变折射率平板光波导中的光线传播	(23)
3.3 阶跃光纤中光线的传播	(28)
3.4 梯度光纤中光线的传播	(32)
习 题	(38)
第四章 平板光波导与条形光波导的模式理论	(40)
4.1 平板光波导的模场方程	(40)
4.2 阶跃光波导的传播模与辐射模	(42)
4.3 阶跃光波导的单模传输条件	(46)
4.4 导波模的场分布和传输功率	(48)
4.5 对称平板光波导	(51)



4.6 渐变折射率平板光波导	(54)
4.7 条形光波导	(57)
习 题	(59)
第五章 光纤的模式理论	(61)
5.1 光纤中的电磁场方程	(61)
5.2 阶跃光纤的严格解——矢量模解	(62)
5.3 阶跃光纤中的线偏振模	(80)
5.4 模式的正交性和完备性	(88)
5.5 模式的横向耦合理论	(89)
5.6 模式的纵向耦合理论	(92)
5.7 应用实例:单模光纤	(94)
习 题	(97)
第六章 光纤的损耗和色散特性	(99)
6.1 光纤的损耗特性	(99)
6.2 色散概述	(106)
6.3 材料色散	(109)
6.4 单模光纤的色散及分类	(111)
6.5 由色散导致的光信号畸变及其对通信的影响	(116)
6.6 色散补偿	(125)
习 题	(133)
第七章 光纤的非线性传输特性及其应用	(135)
7.1 光纤中光波与介质的非线性相互作用	(136)
7.2 自相位调制(SPM)	(137)
7.3 交叉相位调制(XPM)	(142)
7.4 参量过程	(145)
7.5 受激非弹性散射	(150)
7.6 光孤子	(158)
习 题	(163)
第八章 无源光器件	(164)
8.1 光耦合器	(164)
8.2 光调制器	(170)
8.3 多模干涉器	(172)
主要参考文献	(176)

第一章 概 论

利用光进行信息传递,这种通信方式古已有之。烽燧亦称“烽火台”,为古代的报警系统,大凡每 30 里置一烽燧,如有山冈阻隔,可于适宜、近便之处设置,以能够相互望见为宜,夜晚举火为号谓之“烽”,白天燃烟示急称为“燧”,是古代传递军事信息最快、最有效的方法。烽燧与长城共建即可组成一个完整的军事防御体系,但也有独立存在发挥预警作用的,如遍布天山南北、与丝绸之路中道和北道走向一致的烽燧,它们起到了护卫丝绸之路畅通的重要作用。

我国很早就有关于以旗为号集结军队、调动战船的记载。兵书《六韬·虎韬》记载:“人执旌旗,外内相望,以号相命。”这说明旗在古代已被用于军队作战。《太平御览·诸葛亮军令》记载:“闻擂鼓音,举白幡绛旗,大小船皆进战,不进者斩。闻金音,举青旗,船皆止,不止者斩。”随着航海事业的发展,为了通信联络的需要,船舰之间出现了用不同颜色图案的旗子配以不同的动作表达比较复杂意思的旗语。18 世纪末,法国人发明了扬旗通信机,通过各站渐次接力的方式将信息传送至远方。在通信手段丰富迅捷的今天,旗语通信在军舰、海港领航、铁路以及赛车场等许多场合仍有使用。

以灵巧的双手代替旗帜,辅以各种不同的肢体动作,这种传递信息的方式通常在特定人群中使用。比如,听障人士使用的手语,特战队员在某些不允许发出丝毫声响的险恶环境中使用的战术手势。

各种各样的信号灯系统也在向我们传递着特定的信息和指令。例如,地面道路上的红绿灯告诉我们当前道路是否准许通行,车辆上的各种灯光用以反映车辆刹车、倒车及转向等行驶状态。号志灯是铁路工作人员使用的手持信号灯,用于地面人员发出准许列车进入或通过车站、停车和发车等信号,也用于列车交会时与邻线的运转车长显示互检信号,表示列车安全运行。机场的辅助航行灯光系统则给出跑道入口位置方向、飞机下降坡度及滑行道入口位置等信息,有利于飞机夜间安全着陆。舰船上的信号灯是灯光通信的专用工具,信号探照灯是应用最广的一种,通过手动控制灯叶的开合时间来实现灯光照射的有无和长短,利用摩尔斯电码表示字母、数字和勤务符号。这种通信方式也被称为“灯语通信”。

以上列举的种种利用光传递信息的通信方式,它们有一个共同点,就是直接使用视觉感官接受信号,所以可称为“目视光通信”或“视觉通信”。由于目视光通信利用光传递信



息,所以这种通信方式具有信息传递速度快的优点。目视光通信的主要缺点是:能传输的信息量太小,发送信息的速度太慢。烽燧无法表达边关战事的具体情况;旗语需借助动作发送信息,一个动作只相当于发送了一个字符;灯语利用灯光闪烁发送信息,几次闪烁才相当于一个字符,由于人眼的视觉暂留,即使能够做到闪烁速度足够快,也要让闪光和间歇的时间大于视觉暂留的时间,否则人眼无法分辨,这大大限制了发送信息的速度。

当然,目视光通信并不是现代意义上的光通信。现代意义上的光通信必须能对光波进行高速调制,将信息加载到光波上,并能在接收端将其准确再现。现代光通信的发展史可以追溯到 19 世纪末。在发明了世界上第一台电话机之后五年,亚历山大·贝尔利用自然光束作为载波,在相距约 200 m 的两地成功完成了语音传送实验。在此后的几十年,光通信一直没有明显进展,贝尔的光电话也始终没有走上实用化的阶段。究其原因,很重要的一点是,当时缺乏可以高速调制的强相干光源。

自 1960 年梅曼发明了世界上第一台红宝石激光器后,各种不同类型的激光器不断涌现,从根本上解决了光通信所需光源的问题。着眼于短距离的军用保密高速通信的需要,各国开展了大气激光通信的研究。大气激光通信作为无线通信的一种,以激光作为传输信息的载体,在大气中直接传输。信息发送端的激光器需对准接收端的探测器,发送端通过调制将信息加载到激光上,接收端经过解调得到传送的信息,实现点对点的通信。综合考虑大气分子对激光的吸收、大气中的悬浮微粒对光束的散射以及大气和地面对太阳光散射形成的背景辐射等因素,多采用红外波段的激光作为光源。大气激光通信不需敷设线缆,很适合在特殊地形地貌及有线通信难以实现和机动性要求较高的场所使用;光波频率高,信息承载能力强,同时又不占用无线电频率资源,抗电磁干扰能力强;激光具有良好的方向性,光束发散角小,信息截获难,使其传输的信息具有较高的保密性。这些特点使大气激光通信具有很大的军用价值和优势,可以架设在高山之间完成边防哨所的通信,可以临时架设解决必要的通信及计算机联网,可以架设在海岸、江河、岛屿或舰船上实现短距离的保密通信,其方便快捷和保密性好的特点,能很好地适应战场移动指挥的通信需求。

可见光通信(VLC)又称“光保真”(Light Fidelity,简称为 Li-Fi),是近些年提出并正在研发的一种光通信技术,可以实现与无线保真(Wireless Fidelity,简称为 Wi-Fi)相同的功能,使手机、平板电脑和笔记本电脑等终端设备连接到互联网上。Li-Fi 通过在普通的发光二极管(LED)照明光源中植入微小芯片使灯光高速闪烁,将网络信号加载到灯光之中并由终端设备接收。在这一点上,Li-Fi 与灯语通信倒有几分相似。由于闪烁速度极快,对于人眼来说根本无法察觉其亮暗变化,因而并不影响照明效果,但光敏传感器可以探测到灯光的这种变化,使得 Li-Fi 结合了光的数据传输功能和照明功能。可见光频谱的宽度达到射频的 1 万倍,从理论上说,相对于使用射频的 Wi-Fi。Li-Fi 在传输速率上有极大的发展潜力,而且采用 Li-Fi 有助于节省宝贵的射频频谱资源。Li-Fi 可以用于路灯,作为智能城市应用的接入点,家用电器的指示灯可以通过天花板灯将这些设备连接到互联网上,而带有集成 LED 的可穿戴式设备可以监控健康参数并将数据发送到互联网上。由于使用可见光,Li-Fi 不能穿透墙壁,在许多情况下这是它的缺点,但对出于保密要求需要安全连接的场合,这可能又是它的优势。或许 Li-Fi 与 Wi-Fi 并不是竞争对手,而是各



有所长、相互补充的伙伴。

以上两种无线光通信方式都是短距离通信, Li-Fi 仅能覆盖数十米的范围, 大气激光通信的通信距离可达数十千米。受到大气对光束的影响, 以大气为通道的光通信很难用于长距离通信。大气对激光束传播的影响主要有大气吸收、大气散射和大气湍流。大气中的水汽、 CO_2 、 O_2 、 O_3 等分子会对不同波长的光有吸收, 气体分子的大量吸收谱线组成吸收带群, 但在吸收带之间少数几个区域中存在相对“透明”的“窗口”, 在这些窗口范围内光的透过率较高、吸收较弱, 称为“大气通信窗口”。大气激光通信中工作波长的选择除了要避开背景光的高辐射频段外, 还需要使其处于大气通信窗口。大气中的灰尘和小水滴等悬浮颗粒会对光束产生散射, 使部分能量偏离传播方向, 造成接收端光功率的下降。大气中局部温度和压力的随机变化会带来局部折射率的随机变化, 这些折射率有微小差异的旋涡元随风快速地运动并不断地产生和消灭。当光束通过这些旋涡元时会产生光束的弯曲、漂流和扩展畸变等大气湍流效应, 导致接收光强的闪烁与抖动。另外, 由于自由空间中光束沿直线传播, 发送端和接收端连线上的障碍物会遮挡光的传播。为避开大气对光束的影响, 需要一种折射率分布稳定的介质结构来导引着光波在其内传播, 这样的介质结构称为“光波导”。光纤是一种细长线状光波导, 且可按需要在两地间沿曲线路径敷设。

要实现光的长距离传输, 还必须解决光纤中的光损耗问题。1966 年, 高锟发现引起石英光纤损耗的主要原因是其中含有过量的金属离子等杂质, 提出了研制低损耗光纤的可能性。1970 年, 康宁公司研制成功第一根低损耗光纤。自此, 阻碍光通信发展的两大难题, 可高速调制的光源和低损耗的传输介质, 都得以解决, 通信技术进入了光纤通信时代。光纤通信是以光作为信息载体, 以光纤作为传输介质的通信方式。经过几十年的发展, 光缆已经取代电缆成为有线通信网络的主流连接方式, 不仅主干网络采用光缆, 光纤入户也在普及。

作为光传输的一种通道, 光纤的传输损耗低, 可以将光信号传送极长的路程。不使用光放大器, 可以以超过 40 Gb/s 的传输速率传输 100 km 以上。通过密集光波复用 (DWDM) 技术和掺铒光纤放大器 (EDFA) 技术, 以 1800 Gb/s 的传输速率能传输超过 7000 km。与对绞电缆和同轴电缆的传输损耗随调制频率而增加这一特性不同的是, 光纤中的传输损耗与信号频率无关, 光纤可以传送信号的最大频率不是受损耗本身的限制, 而是间接地受色散的限制。

光纤具有巨大的传输带宽和传输容量, 能够满足高速光通信的要求。光纤通信的带宽主要取决于光源的调制特性、调制方式和光纤的色散特性。常用的石英单模光纤的工作波长为 $0.80 \sim 1.65 \mu\text{m}$, 其中在 $1.31 \mu\text{m}$ 附近具有零色散窗口。通过对光波导设计的改进, 可以在 $1.55 \mu\text{m}$ 附近的低损耗窗口也实现零色散, 其带宽超过 15 THz。这样, 在同一个光载波上可多路传输具有窄带宽的多个信号。这种多路传输的容量, 再考虑到光纤直径只有同轴电缆的几百分之一, 意味着使用光纤时单位横截面积的通道数目可增大 10^6 的量级。在飞机、船舶、城市道路下的线管或海底线缆等空间受限的场所, 采用光纤要比同轴电缆有巨大的优势, 同时质量也轻得多。

光纤具有抗电磁干扰的能力和无电磁污染的特点。光纤是由电绝缘材料制成的, 不会像金属导线那样受到周围环境中的电磁场 (如无线电波等) 的感应产生电流, 因此也不



必像同轴电缆那样在导线外敷金属屏蔽层。通过使用不透明涂层覆盖光纤(或光纤束)可以起到对外界光的隔绝作用。光纤的波导结构,即折射率较高的纤芯被折射率较低的包层包围,使得光纤内的导波光难以透过包层,不向外辐射电磁波,相邻光纤间也基本没有串扰。

光纤不仅能在光纤通信系统中作为光传输的通道,还可被用来制作一些其他功能器件。通过在石英玻璃光纤中掺杂稀土离子(如 Er^{3+})可制作光纤放大器,用于光信号的直接中继放大。若进一步在光纤两端适当加入正反馈回路(构成谐振腔)便可形成激光振荡输出,成为光纤激光器。利用相位掩模技术和紫外曝光等工艺手段可以使光纤纤芯折射率产生纵向的周期变化,形成光纤光栅,光纤光栅使满足布拉格条件的光反射而让其他波长的光通过。光纤还可用来制作各种不同的传感器。

光波导的种类有很多,单从几何结构上看,除了光纤之外,还有平面光波导、条形光波导等。平面光波导是在平板状衬底材料上叠置一层或多层介质薄层而形成的,条形光波导则还需要在此基础上进一步利用蚀刻等微细加工工艺获得,也可直接在体材料上通过扩散、离子注入或离子交换等手段获得。作为光源而广泛用于光纤通信的半导体激光器就是基于平面光波导制作而成的。简单地说,就是在半导体晶片上外延生长若干不同掺杂的半导体薄层,沿解理面“切割”成一个个管芯,管芯两端的解理面是品质优良的天然镜面,构成谐振腔,在垂直于薄层的方向制作电极。

透镜可用于光束的聚焦、准直,光电晶体可以对光进行调制,将各种用块状材料制作的光学器件根据需要摆放到相应位置并仔细调校光路,就可以成为能够完成特定任务的光学系统。能够实现对光束控制、光信息处理等功能的器件,也可以基于平面光波导、条形光波导制作得到。研究制作各种分立的光波导器件,并最终将一系列光波导器件制作在同一基片或衬底之上形成集成光路,一直是人们的美好愿景,也是集成光学的努力目标。在基本完成了光波导分立器件研究工作的基础上,将光波导器件集成在一起的小规模集成光路已经实现。现代集成光学技术已能把光源、光波导、电子器件、电光器件和接收器等集中在同一基片上,制成高速、低功率的各种运算器件和各种开关逻辑器件,主要应用于光计算机技术、光学信息处理和光纤通信技术领域。在集成光学系统中,光波在光波导中传播,光波容易控制和保持其能量;器件尺寸和相互作用长度缩短,使相应工作电压降低;沿光波导传输的光被限制在狭小的局部空间,导致较高的光功率密度,容易达到必要的器件工作阈值,也比较容易利用非线性光学效应;各器件相对位置固化,使光路免受振动等环境因素的影响。

最简单、最基本的光波导一般由传输光能的芯区介质和限制光能的包层介质组成,芯区介质的折射率大于包层介质的折射率。习惯上称光波导中光的传播方向为“纵向”,设为 z 轴方向,而与之垂直的方向称为“横向”。大多数的光波导,其折射率是纵向均匀的,即折射率不随纵向坐标 z 变化,但也有纵向不均匀的,如光纤光栅其折射率在纵向周期变化。对于折射率纵向均匀的光波导,按折射率的横向分布又可分为阶跃折射率光波导和渐变折射率光波导。波导芯区和包层折射率均为常数,仅在界面处有折射率的跃变,这样的光波导称为“阶跃折射率光波导”;芯区和包层折射率随横向坐标 (x, y) 变化的光波导称为“渐变折射率光波导”。根据是否需要考虑非线性光学效应,又可分为线性光波导和



非线性光波导。本书中主要涉及纵向均匀的线性光波导。

光波导理论主要研究光在各类光波导中的传播特性,这包括两个方面的内容:一是光本身的传播特性,二是载有信息的光信号的传播特性。光本身在光波导中的传播特性包括光场的分布形式、传播常数或相移常数、偏振特性和模式耦合特性。光信号的传播特性包括群时延和群速度、色散特性和偏振模色散等。

第二章 光波导的电磁理论基础

光是电磁波谱中的一部分,有着极为广泛的应用。能将光限制在特定的横向空间范围内传播的介质结构就是光波导,在光波导中传播的光称为“导波光”。由电磁场的基本运动规律即麦克斯韦方程组,结合介质的物质方程和相应的边界条件,可以求解得出导波光的传播规律和电磁场分布。

2.1 麦克斯韦方程组

麦克斯韦在总结电磁感应等实验定律的基础上,引入位移电流假说,概括总结得到了描述电磁运动的一组方程,即麦克斯韦方程组。

宏观电磁现象可以用电场强度 $\mathbf{E}$ 、电位移矢量 $\mathbf{D}$ 、磁场强度 $\mathbf{H}$ 和磁感应强度 $\mathbf{B}$ 四个矢量来描述,它们都是空间位置和时间的函数。这四个场矢量之间的关系由麦克斯韦方程组描述,即

$$\left\{\begin{array}{l}\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0\end{array}\right. \quad (2.1)$$

式中, $\mathbf{J}$ 是介质中的传导电流密度; ρ 是自由电荷密度。式(2.1)中第一个方程表明变化的磁场能够激发涡旋电场,反映了法拉第电磁感应定律;第二个方程表明变化的电场能够激发磁场,其中的 $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ 即为位移电流;第三个方程表明电场是有源场,而第四个方程表明磁场是无源场。

介质中的电磁场分布是与介质的电磁性质密切相关的。为了确定介质中的各电磁场量,除了需要知道式(2.1)所给出的麦克斯韦方程组之外,还需要知道介质的物态方程,即



$$\begin{cases} \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \\ \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \end{cases} \quad (2.2)$$

式中, σ 为介质的电导率; $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{M}$ 分别为介质的电极化强度和磁化强度; ϵ_0 、 μ_0 分别为真空介电常数和磁导率。对于光波导而言, 一般采用非磁性介质, $\mathbf{M} = \mathbf{0}$,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.3)$$

电极化强度 $\mathbf{P}$ 是介质对外加电场 $\mathbf{E}$ 的响应, 可以写成

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(2)} : \mathbf{E}\mathbf{E} + \epsilon_0 \chi^{(3)} \vdots \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \quad (2.4)$$

式中, $\chi^{(i)}$ 称为“介质的电极化率张量”, 它是外场频率的函数, 亦与介质的对称性质有关。一般来说, $\chi^{(i)}$ ($i > 1$) 比 $\chi^{(1)}$ 要小得多, 在电场不是太强的情况下, 非线性光学效应不强, 式(2.4)中二次及以上的各非线性项可以忽略。对于各向同性和具有中心对称的介质, $\chi^{(1)}$ 中所有的对角元相等而所有的非对角元全为零, $\chi^{(1)}$ 退化成为标量, 用 χ 表示, 此时极化强度与电场之间有简单的正比例关系。

$$\begin{cases} \mathbf{P} = \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \\ \mathbf{D} = \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E} \end{cases} \quad (2.5)$$

其中 $\epsilon_r = 1 + \chi$ 为相对介电常数。

一般说来, $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 都是空间坐标和时间的函数, 即它们的任意一个分量都可以写成 $\psi(x, y, z, t)$ [或简写为 $\psi(\mathbf{r}, t)$] 的形式。由傅里叶分析知, 任一随时间变化的场量 $\psi(\mathbf{r}, t)$ 都可以写成各种不同频率谐振动 $e^{j\omega t}$ 的叠加, 因此利用傅里叶变换可以得到该分量的频域表达式

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.6a)$$

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{r}, t) e^{j\omega t} dt \quad (2.6b)$$

从数学的角度讲, 麦克斯韦方程组中的各场量均具有形如 $\psi(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t}$ 的特解。

制作光波导的许多材料是良好的电绝缘介质(电导率 σ 可以认为近似为零), 其中的自由电荷密度 ρ 和传导电流密度 $\mathbf{J}$ 均为零。结合以上诸式, 麦克斯韦方程组可以表示为

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mu \mathbf{H} \\ \nabla \times \mathbf{H} = j\omega \epsilon \mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

2.2 电磁场边界条件

麦克斯韦方程组可以应用于任何连续介质内部。在两介质分界面上, 由于一般会出现面电荷和面电流分布, 使场量发生跃变, 微分形式的麦克斯韦方程组(2.1)不再适用。此时需将方程组(2.1)改写成积分形式, 即



$$\oint_l \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = - \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.8a)$$

$$\oint_l \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} + \iint_S \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (2.8b)$$

$$\oiint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = \iiint_V \rho dV \quad (2.8c)$$

$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.8d)$$

式(2.8a)和式(2.8b)左边的 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 在封闭曲线 l 上的线积分,其积分路径即为式(2.8a)和式(2.8b)右边面积分区域 S 的边界,而式(2.8c)和式(2.8d)左边 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 在封闭曲面上的面积分的积分区域,即为右边体积分区域 V 的外表面。将式(2.8c)和式(2.8d)应用于图 2.1(a)所示的扁平区域,可得

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = \rho_s \quad (2.9a)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (2.9b)$$

式(2.9a)说明电位移矢量 $\mathbf{D}$ 的法向分量的突变决定于界面上的面电荷密度 ρ_s ,而由式(2.9b)可以看出在两种介质的分界面两侧磁感应强度 $\mathbf{B}$ 的法向分量连续。

如果将式(2.8a)和式(2.8b)应用于图 2.1(b)所示的窄条形区域,则可得到

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (2.10a)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = \mathbf{J}_s \quad (2.10b)$$

式(2.10a)说明电场强度 $\mathbf{E}$ 的切向分量总是连续的,而由式(2.10b)可以看出磁场强度 $\mathbf{H}$ 的切向分量在边界面上的突变取决于界面上的面电流密度 $\mathbf{J}_s$ 。面电流的来源有两个:一个是高频电流在导体中的趋肤效应,另一个是磁性物质表面上的磁化电流。对于制作光波导的材料来说,一般都是非磁性的电介质,可以认为面电流密度为零。因而光波导中两种介质分界面两侧磁场强度 $\mathbf{H}$ 的切向分量也是连续的。

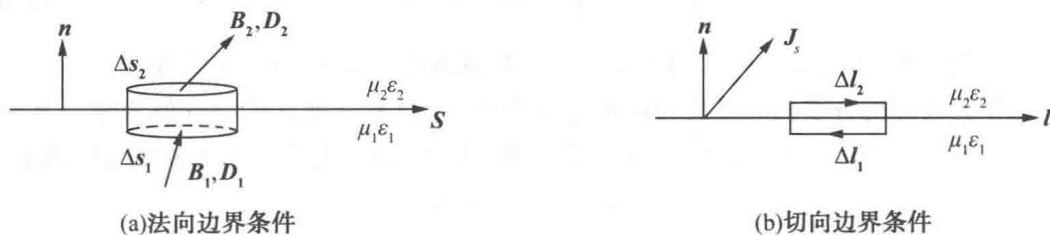


图 2.1 确定电磁场边界条件的几何区域

对于非导电的介质,其面电荷密度 $\rho_s = 0$,因而可以将式(2.9)和式(2.10)合并写成

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) = 0 \quad (2.11a)$$

$$\mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0 \quad (2.11b)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0 \quad (2.11c)$$

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0 \quad (2.11d)$$

式中 $\mathbf{n}$ 为界面上由介质 1 指向介质 2 的法线方向的单位矢量。



2.3 波动方程和亥姆霍兹方程

光波导介质中一般不存在自由电荷和传导电流,因而有 $\rho=0$ 和 $\mathbf{J}=\mathbf{0}$ 。若再认为介质均匀且各向同性,则 ϵ_r 为常数。在上述假设条件下,将方程组(2.1)中的前两个方程取旋度,并注意到 $\nabla \cdot \mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ 和 $\nabla \cdot \mathbf{B} = \mu_0 \nabla \cdot \mathbf{H} = 0$,则可得到

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (2.12a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = \mathbf{0} \quad (2.12b)$$

这里, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 是真空中光速度, $n = \sqrt{\epsilon_r}$ 是介质的折射率,式(2.12)即均匀、各向同性介质中的电磁波动方程,它的解为以速度 $v = c/n$ 传播的电磁波。

由式(2.6)可知,波动方程(2.12a)和(2.12b)分别具有 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega)e^{j\omega t}$ 和 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)e^{j\omega t}$ 形式的特解。将这种形式的特解代入波动方程可得

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 n^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{0} \quad (2.13a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 n^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{0} \quad (2.13b)$$

式中

$$k_0^2 = \omega^2 \mu \epsilon_0 \quad (2.14)$$

式(2.13)就是著名的亥姆霍兹方程。

对于非均匀的各向同性介质,则因为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E}) = \epsilon_0 \nabla \epsilon_r \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0 \epsilon_r \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

可得

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r} \cdot \mathbf{E}$$

由麦克斯韦方程组推导可得

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 n^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) + \nabla [\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \cdot \frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r}] = \mathbf{0} \quad (2.15a)$$

同理可得

$$\nabla^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) + k_0^2 n^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r} \times [\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega)] = \mathbf{0} \quad (2.15b)$$

其中 $n^2 = \epsilon_r(\mathbf{r})$ 是位置的函数。如果介质的折射率或相对介电函数随位置的变化较为缓慢,即满足条件 $\left| \frac{\nabla \epsilon_r}{\epsilon_r} \right| \ll 1$,则称这种介质为“缓变介质”,于是式(2.15)可以简写为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 n^2(\mathbf{r}) \mathbf{E} = \mathbf{0} \quad (2.16a)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k_0^2 n^2(\mathbf{r}) \mathbf{H} = \mathbf{0} \quad (2.16b)$$

这样,均匀介质和缓变介质中电磁场量所满足的方程(2.13)和(2.16)具有相同的数学形式。对于均匀介质,式(2.13)中的方程具有平面波形式的特解;而对于缓变介质,由于式(2.16)中的折射率 $n(\mathbf{r})$ 是空间位置的函数,因而其求解也就要困难得多。



按光波导的折射率分布,光波导可分为阶跃折射率光波导和渐变折射率光波导。波导芯区和包层折射率均为常数,仅在界面处有折射率的跃变,这样的光波导称为“阶跃折射率光波导”;芯区和包层折射率随横向坐标 (x, y) 变化的光波导称为“渐变折射率光波导”。因此,在分析光波导中光波的传输特性时,我们既会遇到均匀介质,又会遇到非均匀介质,但光波导中介质的非均匀性总满足所谓的缓变条件。因而式(2.13)和式(2.16)是我们分析光波导中光波传播的基础。

2.4 单色平面电磁波

对于无限大的各向同性均匀介质,由式(2.13)可以看出,平面波解是亥姆霍兹方程的基本解。对于光波导中的缓变介质,由于折射率随空间位置变化以及边界条件的限制,式(2.16)的基本解不再是平面波解,电磁波的场强 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 和 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 可以有各种不同的其他形式。

我们知道,对于任意的电磁场,式(2.6)中的场量 $\psi(\mathbf{r}, \omega)$ 通过傅里叶变换可写成

$$\psi(\mathbf{r}, \omega) = \iiint_{\infty} \varphi(\mathbf{k}, \omega) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{k} \quad (2.17a)$$

而

$$\varphi(\mathbf{k}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{\infty} \psi(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d^3 \mathbf{r} \quad (2.17b)$$

结合式(2.6)可知,任意的电磁波都可展开成为电场和磁场强度形如

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (2.18a)$$

和

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (2.18b)$$

的单色平面波的叠加。其中的 $\mathbf{E}_0$ 和 $\mathbf{H}_0$ 是与空间位置及时间无关的振幅矢量, $\mathbf{k}$ 为波矢,其方向为波的传播方向。将式(2.18)代入式(2.7),得

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega \mu \mathbf{H}_0 \quad (2.19a)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H}_0 = -\omega \epsilon \mathbf{E}_0 \quad (2.19b)$$

由此可见,均匀介质中的平面电磁波的 $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{k}$ 三矢量彼此垂直且呈右手关系。这种电场和磁场方向均与传播方向正交的电磁波称为“横电磁波”,即 TEM 波。将式(2.19a)两边分别点乘 $\mathbf{H}_0$,式(2.19b)两边分别点乘 $\mathbf{E}_0$,可得

$$k E_0 H_0 = \omega \mu H_0^2 \quad (2.20a)$$

$$k E_0 H_0 = \omega \epsilon E_0^2 \quad (2.20b)$$

(2.20a)与(2.20b)两式相乘,有

$$k^2 = \omega^2 \epsilon \mu = \frac{n^2 \omega^2}{c^2} \quad (2.21)$$

(2.20a)与(2.20b)两式相除,有

$$\sqrt{\epsilon} E_0 = \sqrt{\mu} H_0 \text{ 或 } \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \equiv Z \quad (2.22)$$

其中 Z 称为介质中的“波阻抗”。



2.5 能流密度和传输功率

电磁场的瞬态能量密度为

$$w = \frac{1}{2} \epsilon E^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{2} \mu H^2(\mathbf{r}, t) \quad (2.23)$$

电磁波传输的能流密度即坡印廷(Poynting)矢量,它表示电磁波在单位时间内通过单位面积的能量

$$\mathbf{S} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad (2.24)$$

为书写和计算的方便,常常将电磁场量写为复数的形式。但与量子力学中的波函数不同,对于电磁波而言,有意义的是其实部,因此式(2.24)的含义应为

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)] \times \text{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)] \\ &= \frac{1}{2} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t)] \times \frac{1}{2} [\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, t)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

由于能流密度 $\mathbf{S}$ 是随时间迅速脉动的量,所以描述电磁波能量的传递时,通常使用平均能流密度 $\bar{\mathbf{S}}$ 。实际上,平均能流密度 $\bar{\mathbf{S}}$ 就是能流密度 $\mathbf{S}$ 在周期时间内的平均值。

由式(2.6)知,麦克斯韦方程组中的各场量均具有形如 $\psi(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t}$ 的特解,即

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) e^{j\omega t} \end{cases} \quad (2.26)$$

将式(2.26)代入式(2.25),对时间取平均即得

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{S}} &= \frac{1}{4} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, t)] \end{aligned} \quad (2.27)$$

类似地,平均能量密度为

$$\bar{w} = \frac{1}{4} \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}^*(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{4} \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, t) \quad (2.28)$$

单位时间通过某曲面 σ 的能量,即通过 σ 面的传输功率为

$$P = \iint_{\sigma} \bar{\mathbf{S}} \cdot d\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2} \iint_{\sigma} \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}, t)] \cdot d\boldsymbol{\sigma} \quad (2.29)$$

2.6 光的反射和折射

平面电磁波在介质的界面上将发生折射和反射,如图 2.2 所示,其中入射波矢与界面法向构成的平面称为“入射面”。取界面法向为 x 轴方向,界面切向为 z 轴方向, $x=0$ 为分界面,则 y 轴方向垂直于入射面。入射波、反射波和折射波可分别表示为

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{i_0} e^{-jk_i \cdot \mathbf{r}}, \quad \mathbf{E}_r = \mathbf{E}_{r_0} e^{-jk_r \cdot \mathbf{r}}, \quad \mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{t_0} e^{-jk_t \cdot \mathbf{r}} \quad (2.30)$$