

梦山 梦山书系

数学思维 **养** 成课

——小学数学这样教

【修订本】

林碧珍 / 等编著

数学思维 **养** 成课

——小学数学这样教
【修订本】

林碧珍 / 等编著



海峡出版发行集团 | 福建教育出版社

THE STRAITS PUBLISHING & DISTRIBUTING GROUP

图书在版编目 (CIP) 数据

数学思维养成课：小学数学这样教/林碧珍等编著.
—2版(修订本). —福州：福建教育出版社，2018.5
ISBN 978-7-5334-8118-6

I. ①数… II. ①林… III. ①小学数学课—教学法
IV. ①G623.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 065186 号

Shuxue Siwei Yangcheng Ke

数学思维养成课

——小学数学这样教 [修订本]

林碧珍 等编著

出版发行 海峡出版发行集团

福建教育出版社

(福州市梦山路 27 号 邮编：350025 网址：www.fep.com.cn)

编辑部电话：0591-83726908

发行部电话：0591-83721876 87115073 010-62027445)

出 版 人 江金辉

印 刷 福州锦星元印务有限公司

(福州市晋安区新店镇健康村工业区 6 号 邮编：350012)

开 本 710 毫米×1000 毫米 1/16

印 张 16.25

字 数 208 千字

插 页 1

版 次 2018 年 5 月第 2 版 2018 年 5 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5334-8118-6

定 价 35.00 元

如发现本书印装质量问题，请向本社出版科（电话：0591-83726019）调换。

序

做有思想的教师 成就有价值的教学

义务教育阶段数学教育的一个重要价值在于学生数学素养的养成。数学教育家米山国藏说：“学生所学的数学知识，在进入社会后几乎没有什么机会应用，因而这种作为知识的数学，通常在走出校门后不到一两年就忘掉了。然而不管他们从事什么工作，唯有深深铭刻于头脑中的数学思想和方法等随时地发生作用，使他们受益终身。”由此可见，对数学思想的感悟是学生数学素养的集中体现，也是“育人为本”教育理念在数学学科的具体体现。

要更好地在数学教学中给学生以数学思想的熏陶，对教师而言是一个极大的挑战。而林碧珍老师给我的感觉就是一个喜欢迎接挑战的人，“渗透数学思想”一直是她在教学工作中不断思考、追逐、实践的，相关的一些经验、策略也伴随她的数学教学历程一起生发，茁壮成长，开枝散叶。早期，她在自己执教的班级中尝试，一节节零散的、但是带着明显的思维印记的数学课，让学生沉浸其中，印象深刻，乃至多年后回访母校、看望

老师时仍感记忆犹新。这些可贵的教学经历让她深受鼓舞，更加自信，也更明晰了自己前进的道路。在这条路上，她不断探索前行，逐渐成长为福建省教学名师，福建省特级教师，福建省学科带头人，成为福州市小学数学名师工作室的领衔名师。在她的身边聚集了一批福州市优秀的小学数学教师，一起致力于渗透数学思想的探讨：一节课，反复打磨、修正；一种观点，不断质疑、提炼。林碧珍的研究团队就在这样最为真诚、朴实，最接“地气”的一线教学实践中不断提升，她的教学主张和教学风格也越发凸显。

思想是高贵的，带着远古智慧的气息，照亮后来人前进的路；有思想的人是高雅的，带着思考去实践，能更加接近真实，靠近真理。做有思想的教师，更是可贵的，他让自己的每一节课都在努力践行教育教学理念，践行自己的思索，不断追求超越一般、超越自我。在扎根小学数学教学26年之后，林碧珍老师逐渐形成了自己独特的教学风格，成为一个善于思考、乐于享受思考的教师，也逐渐形成了她“追求有思想的数学教学”的主张，并和她的团队成员一起实践着。

即将出版的这本书，正是林碧珍老师和她的整个名师工作室成员实践与思考的成果，集结了团队所有成员的智慧。依据东北师范大学史宁中教授对数学基本思想的分类，本书把数学思想按“抽象思想”“推理思想”“模型思想”三大板块，分为三个章，每章中又以这些数学思想派生出的其他数学思想作为节。每节都包含了该数学思想在教学中渗透策略的把握，以及课堂教学实践的经典案例，再配以通俗的案例解读。所收集的案例详实而生动，向我们展示了何谓“追求有思想的数学教学”，提供给一线教师契合当前先进数学教育理念的鲜活经验，展示了处于思考状态的一线教师的纯美生态。

即将搁笔时，心中又掠过一阵喜悦——教师有思想，得益最多的是儿

童。思想，就是一道射穿混沌的光，它触及儿童时，能陶冶性灵，启迪心智，点亮童年。

愿更多的后来者成为有思想的教师！

刘自强

于2013年3月

编写说明

本书由福州市小学数学林碧珍名师工作室领衔名师林碧珍和她工作室成员共同编著，其中概述部分、第一章第一节、第二章第一节和第三节由林碧珍编写；第一章第二节由郭慧榕编写；第一章第三节由肖雯编写；第一章第四节由罗成龙、倪琛、李旭编写；第一章第五节由郭宝珠、陈凯平编写；第二章第二节由陈孟佳、陈灼钦编写；第二章第四节由侯锦扬编写；第三章第一节由张瑜、郭宝珠编写；第三章第二节由林晟、张德强、卢声怡编写；第三章第三节由林莺、江燕美、林江庄编写。

真诚感谢福州市教育局和福州教育学院的领导对于“福州市小学数学林碧珍名师工作室”的关心与厚爱，感谢福建师范大学课程中心的余文森教授的精心指导，感谢福州教育学院二附小的罗振兴校长、乌山小学的朱坤震校长以及两所学校的所有数学教师为本书的出版提供的支持与帮助。

修订说明

《数学思维养成课——小学数学这样教》这本专著是林碧珍老师以及她所带领的福州市小学数学林碧珍名师工作室全体成员智慧的结晶。长期以来，工作室团队的老师致力于“构建富有数学思想的课堂”的研究，并逐步提炼形成了教学主张。在这一主张引领下，团队教师在课堂教学中，注重结合数学知识的教学适时、科学、有效地引导学生感悟、体会和运用数学思想，促进学生学习能力的提高和数学核心素养的养成，真正实现减负增效。五年前，工作室团队的老师把自己深度解读教材，努力挖掘整理出的十二册教材中适合渗透数学思想方法的内容，以及他们不断探索实践设计出的经典案例、提炼出的教学策略加以整理，由领衔名师林碧珍统稿，编写成以《数学思维养成课——小学数学这样教》为题的一本专著。这本专著于2013年10月由福建教育出版社出版发行，发行以来深受一线教师的喜爱，到2017年8月已经进行了第五次印刷。

工作室团队的老在欣喜之余并没有停止研究的脚步。近五年来，借助名师团队的平台，在余文森教授等福建省名师培养工程专家们的指导

下，对本专题进行了更加深入的研究。侧重点是“在核心素养背景下如何构建富有数学思想的课堂”，在实践中总结出更为丰富和实用的案例和策略，获得了许多新思考、新成果。这一教学成果参加2017年福建省基础教育教学成果奖评选中获得了特等奖。团队成员希望能把最新的研究成果通过《数学思维养成课——小学数学这样教》这本书传递给各位用心教学与改革的老师，因此对《数学思维养成课——小学数学这样教》一书进行了修订。这次修订新增了许多精彩的案例，同时根据修订版义务教育数学教科书的内容对教材中可用的素材细目表进行了重新的编排，实现了与现有新教材的接轨。

感谢老师们对我们研究成果的认可，希望修订后的《数学思维养成课——小学数学这样教》这本专著能引领更多的教师实施富有数学思想的课堂，让更多的学生善于创造性地运用数学思想方法解决问题，成为会思考的、具有良好数学素养的人。

目 录

导言/1

第一章 抽象

第一节 数形结合/5

一、策略把握/5

二、案例展示与案例解读/8

三、教材中可用的素材/19

第二节 符号化思想/25

一、策略把握/25

二、案例展示与案例解读/30

三、教材中可用的素材/41

第三节 分类思想/45

- 一、策略把握/45
- 二、案例展示与案例解读/49
- 三、教材中可用的素材/60

第四节 集合思想/63

- 一、策略把握/63
- 二、案例展示与案例解读/64
- 三、教材中可用的素材/77

第五节 对应思想/83

- 一、策略把握/83
- 二、案例展示与案例解读/88
- 三、教材中可用的素材/100

第二章 推理

第一节 归纳思想/109

- 一、策略把握/109
- 二、案例展示与案例解读/112
- 三、教材中可用的素材/123

第二节 类比思想/128

- 一、策略把握/128
- 二、案例展示与案例解读/130
- 三、教材中可用的素材/138

第三节 转化与化归思想/139

- 一、策略把握/139

二、案例展示与案例解读/143

三、教材中可用的素材/154

第四节 极限思想/159

一、策略把握/159

二、案例展示与案例解读/166

三、教材中可用的素材/182

第三章 模型

第一节 模型思想/185

一、策略把握/185

二、案例展示与案例解读/194

三、教材中可用的素材/207

第二节 函数思想/208

一、策略把握/208

二、案例展示与案例解读/212

三、教材中可用的素材/223

第三节 方程思想/226

一、策略把握/226

二、案例展示与案例解读/230

三、教材中可用的素材/239

导 言

一、发源：“数学思想”教学观的生发及其意义

《辞海》中称“思想”为理性认识。《中国大百科全书》认为“思想”是相对于感性认识的理性认识成果。“思想”在现代汉语中解释为客观存在反映在人的意识中经过思维活动而产生的结果。《苏联大百科全书》中指出：“思想是解释客观现象的原则。”由此可见思想是认识的高级阶段，是事物本质的、高级抽象的概括的认识。它为人们的行动指明方向。帕斯卡尔曾说过：“思想成全人的伟大。”他说：“我能想象一个人没有手、没有脚、没有头。然而，我不能想象人没有思想，那就成了一块顽石或者一头畜牲了。”由此可见思想的重要性，作为教师我们要有自己的思想，没有思想随波逐流的教师，那将误人子弟，作为学生，我们要力求让他们有思想，因为思想成全人的伟大，人的尊严很重要就在于思想。

对于数学的学习而言，体会、感悟和运用数学思想是数学教学的重要目标。那么什么是数学思想呢？所谓数学思想，是指人们对数学理论与内

容的本质认识，是从某些具体数学认识过程中提炼出的一些观点，它揭示了数学发展中普遍的规律，它直接支配着数学的实践活动，这是对数学规律的理性认识。数学思想比数学知识具有更高的概括抽象水平，是基础知识的灵魂，是提高学生数学能力和思维品质的重要手段，也是数学教育中实现从传授知识到培养学生分析问题、解决问题能力的重要思维活动，是提高数学素养的关键。

二、正本：“数学思想”教学观的课堂实践及其重要性

数学课堂教学固然应该教会学生许多必要的数学知识，但更重要的是让学生在学习这些结论的过程中获得数学思想。数学思想是科学发生、发展的根本，是探索和研究数学所依赖的基础，也是数学课程教学的精髓，正如日本著名数学教育家米山国藏所说的那样：“学生所学的数学知识，在进入社会后几乎没有什么机会应用，因而这种作为知识的数学，通常在走出校门后不到一两年就忘掉了。然而不管他们从事什么工作，唯有深深铭刻于头脑中的数学思想和方法等随时地发生作用，使他们受益终身。”从他的话中我们深深地体会到：数学知识本身是非常重要的，但它并不是唯一的决定因素，真正对学生以后的学习、生活和工作长期起作用并使其终生受益的是，在具体数学知识都忘记以后还留存的数学思想。富有思想的课堂是充满生机与活力的课堂，富有思想的课堂为学生的终身学习和发展奠定坚实的基础。因此，在我们的数学课堂中使学生获得基本的数学思想，提高学生的元认知水平，是培养学生分析问题和解决问题能力的重要途径，是数学课程的重要目标，是数学教学的核心和精髓。我非常欣赏黄全愈先生对教育的理解：教育“重要的不是往车上装货，而是向油箱注油”。他告诉我们，作为教师在课堂中不仅要教给学生知识，更重要的是要充盈学生的思想，启迪学生的智慧。

三、运作：“数学思想”教学观的课堂探索与研究

1. 系统解读教材，让数学思想在课堂教学中有本有源，稳扎根基。

史宁中教授在《义务教育数学课程标准（2011年版）》解读中指出，《课程标准（2011年版）》中所说的“数学基本思想”主要指：数学抽象的思想、数学推理的思想、数学建模的思想。他还指出由这些数学思想演变、派生、发展出来的思想还有很多。例如由“数学抽象的思想”派生出来的：分类的思想、集合的思想、数形结合的思想、变中有不变的思想、符号化的思想、对称的思想、有限与无限的思想等等。而由“数学推理的思想”派生出来的：归纳的思想、演绎的思想、公理化思想、转化与化归的思想、联想类比的思想、逐步逼近的思想、代换的思想、特殊与一般的思想等等。由“数学建模的思想”派生出来的：简化的思想、量化的思想、函数的思想、方程的思想、优化的思想、随机的思想、抽样统计的思想等等。在这些思想中，有些思想适合在小学阶段的学习中加以渗透，有些则不太适合。通过实践与研究，笔者对小学数学各册的教材进行认真系统的研读，梳理了不同年级、不同领域的教材中适合渗透数学思想的教材内容。（详见各章节附录中教材中可用素材）

2. 经历“三重境界”，让数学思想在课堂上开枝散叶，花果飘香。

哲学观点认为，发展一般体现为三重境界：分别是授人以“鱼”、授人以“渔”和“悟其渔识”。我的课堂教学发展也与此契合。

在这三重境界中授人以“鱼”、授人以“渔”，各位老师都已经耳熟能详，也是发展的必经阶段，无需赘言。但对于第三重境界——“悟其渔识”感悟不深。何谓“悟其渔识”呢？打个比方：授人以“渔”、“悟其渔识”分别可以看做是：教师在课堂中教给学生知识——授人以“鱼”；教师在课堂中引导学生探索、教给学生获得知识的方法——授人以“渔”；

如果在此基础上，教师在课堂中不仅教给学生探索知识的方法还引导学生体会寻找解决问题的方法的见识和经验，创造出新的解决问题的方法，也就是在课堂中注重引导学生体会和运用数学思想创造性地解决问题。这样就达到了“悟其渔识”的境界。“悟其渔识”的课堂就是富有思想的数学课堂，是我们每一位教师要痴心追求的课堂，“富有思想的数学课堂”在教给学生知识的同时，又能注重数学思想的渗透，学生因为体会了数学思想，他们解决问题的能力提高了，再也不必靠加班加点地做练习来提高分数了，真正实现了减轻负担、高效提质。但在课堂教学中，这三重境界是相辅相成逐步上升的过程，是教学必经的三个过程，我们在教学中不能厚此薄彼，也不能有所跳跃。教师在教学设计时，既要重视知识的获得，也要重视学生能力的培养，更要正确把握数学知识的本质，留给学生充分的感悟、体会和运用数学思想的时间与空间，适当及时地渗透数学思想方法，逐步达到“不教而教”的教学最高境界，提高学生的数学素养。

第一章 抽 象

数学抽象思想存在于数学概念、命题的发展过程中。由抽象思想派生出的分类的思想、集合的思想、数形结合的思想、变中有不变的思想、符号化的思想、对称的思想、有限与无限等思想中，适合在小学阶段渗透的主要有：分类的思想、集合的思想、数形结合的思想、符号化、有限与无限。本章将分类介绍这些数学思想的渗透方法与途径。

第一节 数形结合

一、策略把握

数形结合是数学中的一种重要的思想方法，它其实是将抽象的数学语言与直观的图象结合起来，使代数问题几何化，几何问题代数化，为问题