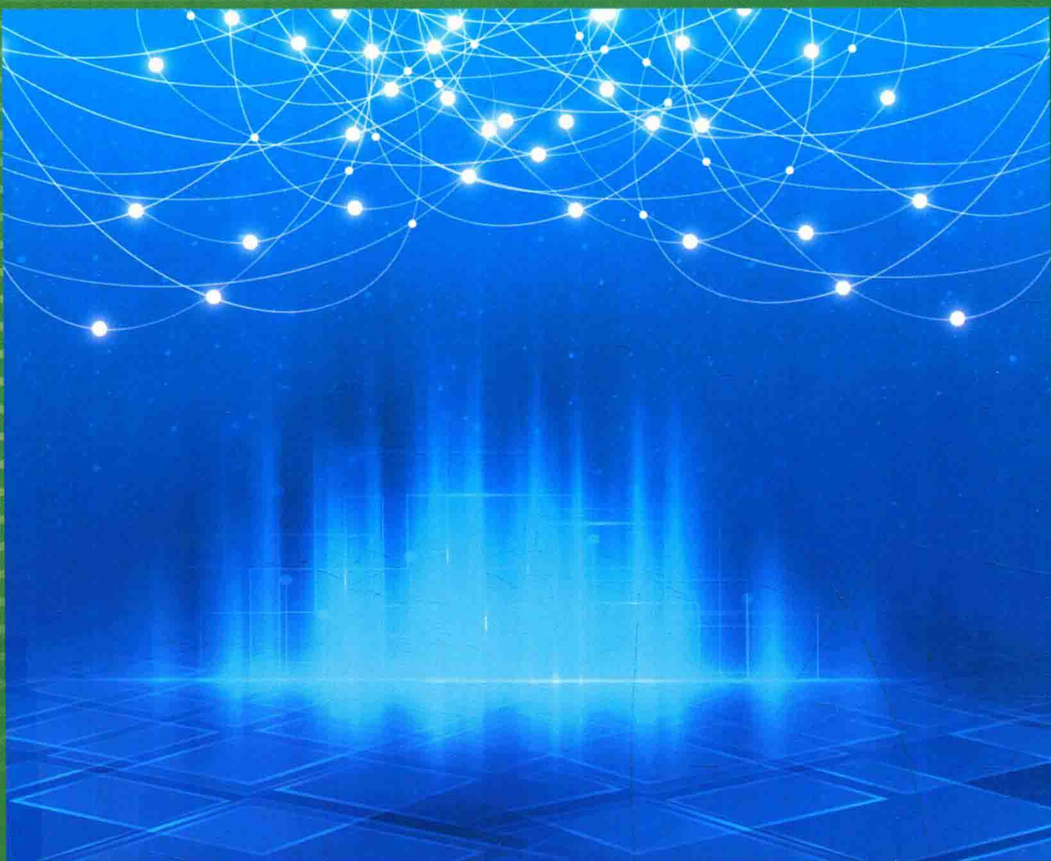
TEACHING MATERIALS
FOR COLLEGE STUDENTS
高等学校教材

信号与线性系统分析学习指导

郑 杰 齐玉娟 周 鹏 编



LEARNING GUIDE ON ANALYSIS OF SIGNALS AND LINEAR SYSTEMS

中国石油大学出版社

TEACHING MATERIALS
FOR COLLEGE STUDENTS
高等学校教材

信号与线性系统分析
学习指导

郑 杰 齐玉娟 周 鹏 编

中国石油大学出版社
CHINA UNIVERSITY OF PETROLEUM PRESS

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统分析学习指导 / 郑杰,齐玉娟,周鹏编. —东营:中国石油大学出版社,2017.10

ISBN 978-7-5636-5767-4

Ⅰ. ①信… Ⅱ. ①郑… ②齐… ③周… Ⅲ. ①信号系统—系统分析—高等学校—教学参考资料②线性系统—系统分析—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 244008 号

中国石油大学(华东)规划教材

书　　名: 信号与线性系统分析学习指导
编　　者: 郑　杰　齐玉娟　周　鹏

责任编辑: 高　颖(电话 0532—86983568)
封面设计: 赵志勇

出 版 者: 中国石油大学出版社
(地址:山东省青岛市黄岛区长江西路 66 号　邮编:266580)
网　　址: http://www.uppbook.com.cn
电子信箱: shiyoujiaoyu@126.com
排 版 者: 青岛天舒常青文化传媒有限公司
印 刷 者: 沂南县汇丰印刷有限公司
发 行 者: 中国石油大学出版社(电话 0532—86981531,86983437)
开　　本: 185 mm×260 mm
印　　张: 10.5
字　　数: 243 千
版 印 次: 2017 年 11 月第 1 版　2017 年 11 月第 1 次印刷
书　　号: ISBN 978-7-5636-5767-4
印　　数: 1—1 000 册
定　　价: 21.00 元

前言 Preface

信号与系统课程是电气信息类专业的专业基础课程之一，也是相关专业的考研科目之一。为了帮助学生更深入地理解和掌握信号分析与系统分析的基本理论和基本分析方法，特编写《信号与线性系统分析学习指导》一书。

本书在2016年中国石油大学(华东)胶印版教材的基础上，对其内容进行了修订，并在相应章节增加了面向后续课程应用的例题和习题。本书共8章，每章均包含主要知识点、重点和难点提示、典型例题、思考题和思考题参考答案5个部分。其中，主要知识点部分概要总结了各章的基本内容。重点和难点提示部分对各章的重点及难点内容进行了剖析。典型例题部分精选了从基础到综合运用的典型例题，并进行了详细的分析和求解，且典型例题及思考题中均含有一定数量的结合工程实际的题。本书中的典型例题及思考题结合了通信及信息处理方向的相关知识，如调制、解调、单边带传输、希尔伯特变换、模数转换、滤波器、无失真传输、带宽等基本概念，能够较好地帮助学生了解所学知识在相关专业中的应用。题后点评指出了该题的解题思路、所用到的主要知识点及求解该题的关键步骤，又指出了解答该题所需注意的问题以及其他解题思路，使读者能够举一反三。

本书由郑杰统稿，周鹏编写第一、第二、第三章，齐玉娟编写第四、第五章，郑杰编写第六、第七、第八章。

全书承电子科技大学曹宗杰教授和中国石油大学(华东)王延江教授审阅并提出了宝贵意见，谨致以衷心的感谢！

欢迎使用本书的教师和学生与编者进行交流，并提出宝贵意见，以便今后进一步修改完善。由于编者水平有限，不足和错误之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

2017年9月

目录 Contents

第一章

绪 论

本章主要介绍信号与系统的基本概念，包括信号的分类、信号的基本运算、系统的描述、系统的特性，并引入阶跃函数和冲激函数的概念。

一、主要知识点

1. 系统的概念及分类

系统是指由若干个相互关联、相互作用的事物，按照一定的规律组合而成的具有某种特定功能的整体。

根据系统特性的不同，系统可分为：即时系统和动态系统；连续系统、离散系统和混合系统；单输入-单输出系统和多输入-多输出系统；线性系统和非线性系统；时不变系统和时变系统；因果系统和非因果系统；稳定系统和不稳定系统；可逆系统和不可逆系统等。

2. 信号的概念及分类

广义来说，信号是消息的载体。在信号与系统中，把系统中运动变化的各种量统称为信号。

根据信号特性的不同，信号可分为：确定信号和随机信号；连续信号和离散信号；周期信号和非周期信号；实信号和复信号；能量信号和功率信号等。

3. 信号分析和系统分析

信号分析主要研究信号的表示、信号的运算、信号的性质等。

系统分析主要研究给定系统在激励作用下的响应。

4. 常用信号

1）直流信号

$$f(t)=A,\quad -\infty<t<+\infty$$

式中，A 为实常数。若 $A=1$，则为单位直流信号。

2）正弦信号

$$f(t)=A\cos(\omega t+\theta),\quad -\infty<t<+\infty$$

式中，A,ω,θ 分别为振幅、角频率和初相，均为实常数。若 A,ω,θ 不为常数，则分别称为变幅度的、变频率的、变相位的正弦信号。

3）复指数信号

$$f(t)=Ae^{st},\quad -\infty<t<+\infty$$

式中，$s=\sigma+j\omega$ 称为复频率，其中 σ,ω 均为实常数。

当 $s=0$ 时，$f(t)=A$，为直流信号；

当 $s=\sigma$ 时，$f(t)=Ae^{\sigma t}$，为实指数信号；

当 $s=j\omega$ 时，$f(t)=Ae^{j\omega t}=A\cos(\omega t)+jA\sin(\omega t)$

当 $s=\sigma+j\omega$ 时，$f(t)=Ae^{\sigma t}[\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)]$

4）单位阶跃函数

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ \dfrac{1}{2}\text{或未定义}, & t=0\\ 0, & t<0\end{cases}$$

5）单位冲激函数

$$\begin{cases}\delta(t)=0, & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(\tau)d\tau=1\end{cases}\qquad \text{（除 } t=0 \text{ 以外处处为零，且积分下的面积为 1）}$$

6）符号函数

$$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1, & t>0\\ 0, & t=0\\ -1, & t<0\end{cases}$$

7）标准门函数

$$g_\tau(t)=\begin{cases}0, & t<-\tau/2\\ 1, & -\tau/2<t<\tau/2\\ 0, & t>\tau/2\end{cases}$$

标准门函数是一个偶函数，其中下标 τ 表示门的宽度。

8）取样信号

$$Sa(t)=\frac{\sin t}{t}$$

常用性质：

$$\begin{cases}\int_{0}^{+\infty}Sa(t)dt=\dfrac{\pi}{2}\\ \int_{-\infty}^{+\infty}Sa(t)dt=\pi\end{cases}$$

9）正弦序列

$$f(k)=\sin(\beta k)$$

式中，β 是正弦序列的频率，反映序列值变化的速率。

10）复指数序列

复指数序列是最常见的复序列。

$$f(k)=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 k}=\cos(\omega_0 k)+\mathrm{j}\sin(\omega_0 k)$$

11）单位阶跃序列

$$\varepsilon(k)=\begin{cases}1, & k\geqslant 0\\ 0, & k<0\end{cases}$$

12）单位冲激序列

$$\delta(k)=\begin{cases}1, & k=0\\ 0, & k\neq 0\end{cases}$$

5. 能量信号和功率信号

信号能量：

$$E=\lim_{a\to+\infty}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

信号功率：

$$P=\lim_{a\to+\infty}\frac{1}{2a}\int_{-a}^{a}|f(t)|^2\mathrm{d}t=\lim_{a\to+\infty}\frac{E}{2a}$$

能量有限的信号称为能量信号，此时其平均功率为零。

功率有限的信号称为功率信号，此时其能量为无穷大。

需说明的是，除能量信号和功率信号外，还有第三种信号——功率无限信号[例如 $f(t)=\mathrm{e}^t$]。

6. 离散信号的周期性

很多周期性的连续信号，当进行离散化后，可能会变成非周期信号，这是因为原连续信号的周期为无理数。例如：$f(k)=\sin(\beta k)$ 要求 $2\pi/\beta$ 为有理数时才是周期序列。

7. 信号的基本运算

1）加法和乘法

$f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 的和是指同一瞬时两信号之值对应相加所构成的“和信号”。

$f_1(\cdot)$ 与 $f_2(\cdot)$ 的积是指同一瞬时两信号之值对应相乘所构成的“积信号”。

2）反转

$$f(-t)\quad 或\quad f(-k)$$

将信号 $f(t)$ 或 $f(k)$ 中的 t 或 k 换成 $-t$ 或 $-k$，几何意义是将 $f(\cdot)$ 以纵坐标为轴翻转。

3）平移

$$f(t-t_0)\quad 或\quad f(k-k_0)$$

若 $t_0>0$ 或 $k_0>0$，则向右平移 t_0 或 k_0 个单位。

若 $t_0<0$ 或 $k_0<0$，则向左平移 t_0 或 k_0 个单位。

4）尺度变换（横坐标展缩）

$$f(at)$$

若 $a>1$，则将原信号以原点为基准，压缩至原来的 $1/a$。

若 $0<a<1$，则将原信号以原点为基准，扩展至原来的 $1/a$ 倍。

若 $a<0$，则将原信号反转，并压缩或扩展至原来的 $1/|a|$。

说明：离散信号一般不做尺度变换。这是因为 $f(ak)$ 仅在 ak 为整数时才有定义，而在以下两种情况下它常常会丢失原信号的部分信息：第一种情况是 $a>1$，第二种情况是 $a<1$ 且 $a\neq 1/m$（m 为整数）。

8. 冲激函数的性质

1）与普通函数相乘

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$$

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$

$$f(t)\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-f'(t_0)$$

$$f(t)\delta'(t-t_0)=f(t_0)\delta'(t-t_0)-f'(t_0)\delta(t-t_0)$$

这里的普通函数 $f(t)$ 在 $t=0$ 或 $t=t_0$ 连续且处处有界。

2）尺度变换

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t), \qquad \delta^{(n)}(at)=\frac{1}{|a|}\frac{1}{a^n}\delta^{(n)}(t)$$

3）复合函数形式的冲激函数

$$\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i)$$

其中，t_i 为 $f(t)=0$ 的各单根。

9. 系统的描述

描述系统的方法有多种，包括：方程描述（输入输出方程和状态方程两种）、方框图描述、冲激响应、频率响应、信号流图描述、系统函数描述等。

1）输入输出方程的建立

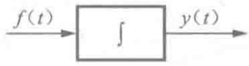
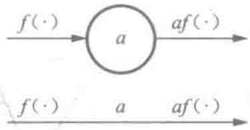
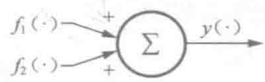
对于连续系统微分方程的建立，注意灵活运用电磁学、力学、热学等学科中的基本定理及定律。

对于离散系统差分方程的建立，注意灵活运用输出序列自身及与输入序列间的递推关系。

2）方框图描述

即由表 1-1 所示的基本单元构成的框图来描述系统。

表 1-1 基本单元

积分器		$y(t)=\int_{-\infty}^{t} f(x)\mathrm{d}x$
延时器		$y(t)=f(t-T)$
数乘器		$y(\cdot)=af(\cdot)$
加法器		$y(\cdot)=f_1(\cdot)+f_2(\cdot)$
延迟单元		$y(k)=f(k-1)$

当已知某系统的方框图时，建立输入输出方程的步骤如下：

(1) 设置中间变量。

若系统中有两个或两个以上的加法器，则需在方框图中设置中间变量。

对于连续系统，设最右端积分器的输出为 $x(t)$。

对于离散系统，设最左端延迟单元的输入为 $x(k)$。

(2) 逐个写出每个加法器所对应的方程。

(3) 消去中间变量。

10. 系统的特性

1) 线性

(1) 即时系统。要求系统须满足如下特性。

$$T[af_1(\cdot)+bf_2(\cdot)]=aT[f_1(\cdot)]+bT[f_2(\cdot)]$$

(2) 动态系统。须同时满足分解特性、零输入线性和零状态线性。

2) 时不变性(针对零状态响应而言)

(1) 连续系统。设 $T[\{x(0)\}=\{0\},f(t)]=y_{zs}(t)$。对于任意 t_0，有：

$$T[\{x(0)\}=\{0\},f(t-t_0)]=y_{zs}(t-t_0)$$

(2) 离散系统。设 $T[\{x(0)\}=\{0\},f(k)]=y_{zs}(k)$。对于任意 k_0，有：

$$T[\{x(0)\}=\{0\},f(k-k_0)]=y_{zs}(k-k_0)$$

3) 因果性(针对零状态响应而言)

假设对于任意 t_0 有 $f(t)=0,\ t<t_0$，则要求系统必须满足：$y_{zs}(t)=0,\ t<t_0$。

4) 稳定性(针对零状态响应而言)

要求系统对于任意有界输入 $|f(t)|<\infty$，满足零状态响应有界，即 $|y_{zs}(t)|<\infty$。

5) 线性时不变(LTI)连续系统的微积分性质(针对零状态响应而言)

设 $T[\{x(0)\}=\{0\},f(t)]=y_{zs}(t)$，则：

微分性质 $$\frac{\mathrm{d}y_{zs}(t)}{\mathrm{d}t}=T\left[\{x(0)\}=\{0\},\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right]$$

积分性质 $\int_{-\infty}^{t} y_{zs}(x)\mathrm{d}x = T\left[\{x(0)\} = \{0\}, \int_{-\infty}^{t} f(x)\mathrm{d}x\right]$

注意：当应用积分性质时，必须满足前提条件 $f(-\infty)=0$，$y_{zs}(-\infty)=0$。

二、重点和难点提示

1. 重点

(1) 信号的反转、平移、尺度变换等基本运算。

(2) 阶跃函数及冲激函数的定义、二者的关系及冲激函数的性质。

(3) LTI 系统线性、时不变性、微积分性质的灵活应用。

(4) 系统线性、时不变性、因果性、稳定性判断。

2. 难点提示

(1) 信号的基本运算：对于 $f(t) \to f(at+b)$ 的题型，以"先做平移"为宜；对于 $f(at+b) \to f(t)$ 的题型，以"后做平移"为宜，且在执行尺度变换和平移运算时应进行等效处理。例如：执行 $f(2t+1) \to f(t+1)$ 的尺度变换运算时，可等效为 $f(t) \to f(t/2)$ 的尺度变换运算。

(2) 写分段描述函数闭合表达式的原则：对于每一个函数值不为零的函数段，用该段延伸到整个时间轴上的表达式乘以该时间段对应的门函数，再将所有时间段对应的表达式全部相加。

(3) 分段连续函数 $f(t)$ 求导的计算公式为：$f'(t) = f'_c(t) + \sum_i J_i \delta(t-t_i)$。其中：$f'_c(t)$ 为常义导数(即每个函数段分别单独求导后再求和的结果)，t_i 为 $f(t)$ 的第一类间断点，J_i 为 t_i 处的跳跃度(即 $J_i = f(t_{i+}) - f(t_{i-})$)。

(4) 已知系统的框图列写其微分或差分方程，消去中间变量的过程，可使用如下例题所示的技巧进行快速简化。

例如，若包含中间变量 $x(t)$ 的两个方程为：

$$\begin{cases} x''(t) + a_1 x'(t) + a_0 x(t) = f(t) \\ y(t) = b_2 x''(t) + b_1 x'(t) + b_0 x(t) \end{cases}$$

可直接用 $y(t)$ 代替第一个方程式中的 $x(t)$，用 $f(t)$ 代替第二个方程式中的 $x(t)$，并将两个方程式合并，最终得：

$$y''(t) + a_1 y'(t) + a_0 y(t) = b_2 f''(t) + b_1 f'(t) + b_0 f(t)$$

三、典型例题

1. 画出下列各函数的波形图。

(1) $f(t) = \varepsilon(-t+3)$；

(2) $f(t) = \mathrm{e}^{-t}\cos(10\pi t)[\varepsilon(t-1) - \varepsilon(t-2)]$；

(3) $f(t)=[\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-T)+\varepsilon(t-2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$；

(4) $f(t)=\varepsilon(t^2-1)$；

(5) $f(k)=2^k[\varepsilon(3-k)-\varepsilon(-k)]$。

解：(1) 对于 $f(t)=\varepsilon(-t+3)$ 的图形，可先画 $\varepsilon(t+3)$，再以纵坐标为轴反转。波形如图 1-1 所示。

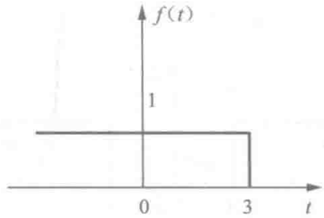


图 1-1

(2) 因为 $\cos(10\pi t)$ 的周期为 0.2 s，故 $f(t)$ 在区间 [1,2] 内有 5 个余弦波形，波形如图 1-2 所示。

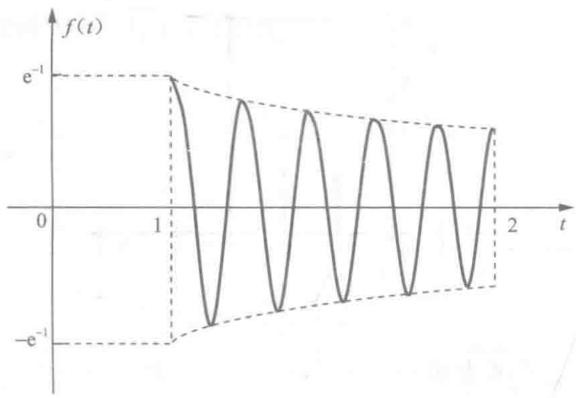


图 1-2

(3) $f(t)=[\varepsilon(t)-2\varepsilon(t-T)+\varepsilon(t-2T)]\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$

$$=\{[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]-[\varepsilon(t-T)-\varepsilon(t-2T)]\}\sin\left(\frac{4\pi}{T}t\right)$$

波形如图 1-3 所示。

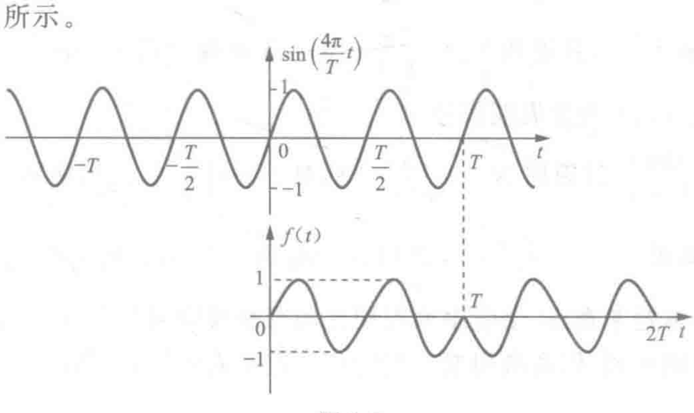


图 1-3

(4) $\varepsilon(t^2-1)=\varepsilon[(t-1)(t+1)]$，根据 $\varepsilon(t)$ 的特性可知：

$$\begin{cases}(t-1)(t+1)>0, & \varepsilon(t^2-1)=1\\(t-1)(t+1)<0, & \varepsilon(t^2-1)=0\end{cases}$$

从而求得：

$$f(t)=\varepsilon(t^2-1)=\begin{cases}1, & |t|>1\\0, & |t|<1\end{cases}$$

波形如图 1-4 所示。

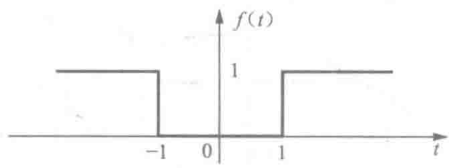


图 1-4

(5) 波形如图 1-5 所示。

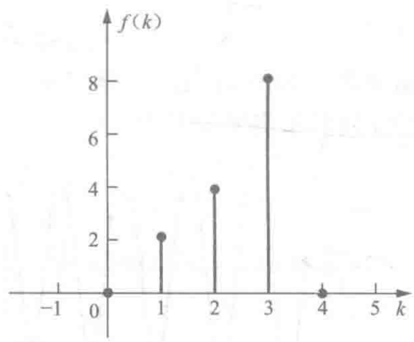


图 1-5

【题后点评】 本题主要考查对 $\varepsilon(t)$ 和 $\varepsilon(k)$ 定义的理解以及对反转、平移基本运算的掌握。

2. 判断下列序列是否为周期序列，若是，则求出其周期。

(1) $f(k)=\cos\left(\frac{k}{4}\right)+\sin\left(\frac{k}{2}\right)$；

(2) $f(k)=2\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{k\pi}{8}\right)-\cos\left(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$。

解：(1) 对于 $\cos\left(\frac{k}{4}\right)$，其周期 $N_1=\frac{2\pi}{1/4}=8\pi$（无理数），对于 $\sin\left(\frac{k}{2}\right)$，其周期 $N_2=\frac{2\pi}{1/4}=8\pi$（无理数），故 $f(k)$ 为非周期信号。

(2) 对于 $2\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right)$，其周期 $N_1=\frac{2\pi}{\pi/4}=8$，对于 $\sin\left(\frac{k\pi}{8}\right)$，其周期 $N_2=\frac{2\pi}{\pi/8}=16$，对于 $\cos\left(\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{6}\right)$，其周期 $N_3=\frac{2\pi}{\pi/2}=4$，所以它们的和 $f(k)$ 的周期是 16。

【题后点评】 本题考查正、余弦序列周期性的判断及周期的计算。结论：任意一个正余弦序列不一定是周期序列，但离散周期序列的和一定是周期序列，其周期为求和的各序列周期的最小公倍数。

3. 判断下列信号是能量信号还是功率信号,并计算其能量或功率。

(1) $f(t)=\cos(5\pi t)+2\cos(2\pi^2 t)$, $-\infty<t<+\infty$;

(2) $f(k)=\varepsilon(k)$。

解:(1) 功率信号。该信号为各周期分量信号复合而成的,其分量信号的周期分别为 $T_1=\frac{2\pi}{5\pi}=\frac{2}{5}$, $T_2=\frac{2\pi}{2\pi^2}=\frac{1}{\pi}$,总的平均功率等于各分量平均功率之和。

$$\begin{aligned}P&=\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1}\cos^2(5\pi t)\mathrm{d}t+\frac{1}{T_2}\int_0^{T_2}4\cos^2(2\pi^2 t)\mathrm{d}t\\&=\frac{5}{2}\int_0^{\frac{2}{5}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t+4\pi\int_0^{\frac{1}{\pi}}\frac{1}{2}\mathrm{d}t=\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}+4\pi\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{\pi}=2.5\ (\mathrm{W})\end{aligned}$$

(2) 功率信号。

$$\begin{aligned}P&=\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{k=-N}^{N}|f(k)|^2=\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{2N+1}\sum_{k=0}^{N}1\\&=\lim_{N\to+\infty}\frac{1}{2N+1}(N+1)=\frac{1}{2}\ (\mathrm{W})<+\infty\end{aligned}$$

【题后点评】 本题考查能量信号和功率信号的定义及信号功率的计算方法。

4. 写出下列各波形(图 1-6～图 1-10)的闭合表达式。

(1)

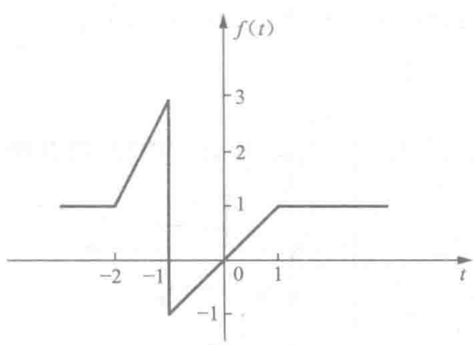


图 1-6

解: $f(t)=2(t+2)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t+1)]+(t-1)[\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)]+1$

(2)

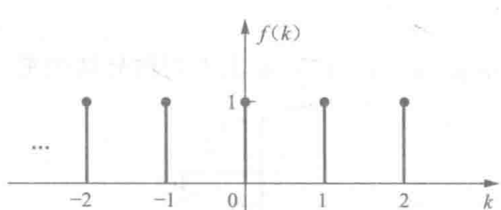


图 1-7

解: $f(k)=\varepsilon(-k+2)$

(3)

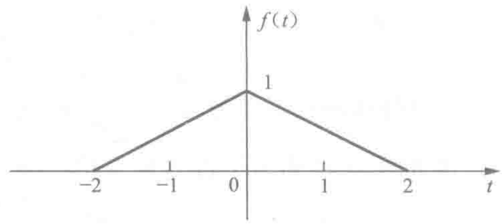


图 1-8

解：$f(t)=\frac{1}{2}(t+2)[\varepsilon(t+2)-\varepsilon(t)]-\frac{1}{2}(t-2)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$

(4)

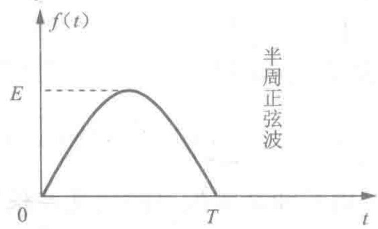


图 1-9

解：$f(t)=E\sin\left(\frac{2\pi}{2T}t\right)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]=E\sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-T)]$

(5)

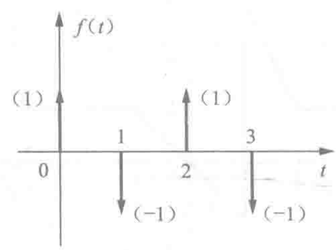


图 1-10

解：$f(t)=\delta(t)-\delta(t-1)+\delta(t-2)-\delta(t-3)$

【题后点评】 本题考查对分段描述函数如何利用阶跃函数及其移位的线性组合写出其闭合表达式。

5. 根据连续信号 $f(t)$ 的波形(图 1-11)，画出下列信号的波形。

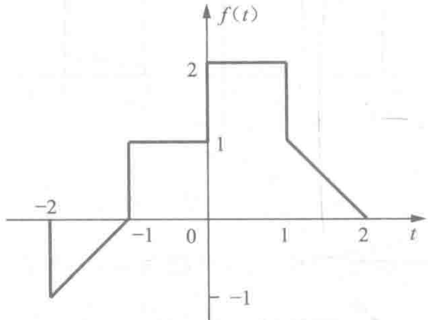


图 1-11

(1) $f\left(-\frac{t}{2}-4\right)$；

(2) $[f(t)+f(-t)]\varepsilon(t-1)$。

解：(1) $f(t-4)\to f\left(\frac{1}{2}t-4\right)\to f\left(-\frac{1}{2}t-4\right)$，波形如图 1-12 所示。

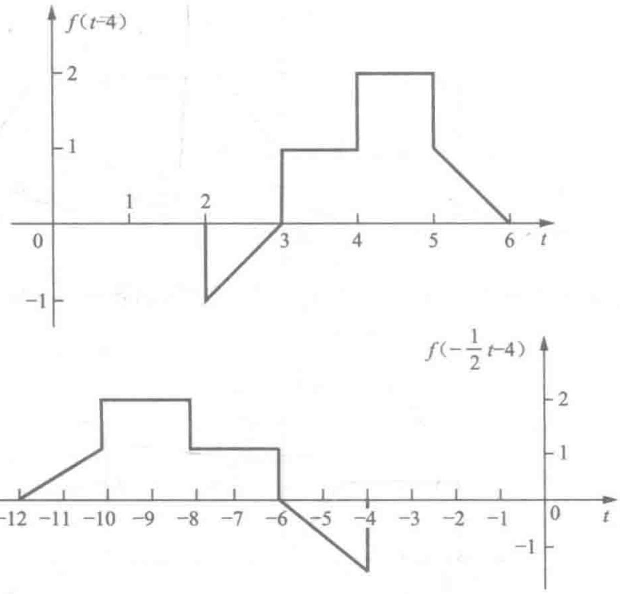


图 1-12

(2) 首先画出 $f(-t)$ 的波形，如图 1-13 所示。然后求 $f(t)+f(-t)$ 的波形，进一步取 $t\geqslant 1$ 时的波形，如图 1-14 所示。

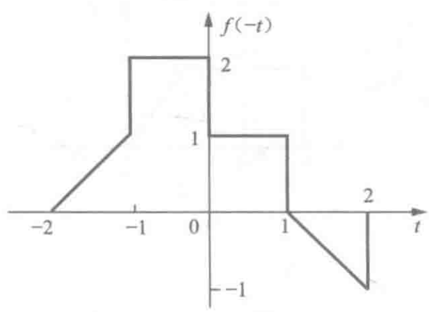


图 1-13

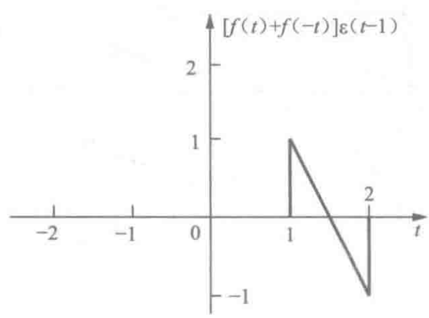


图 1-14