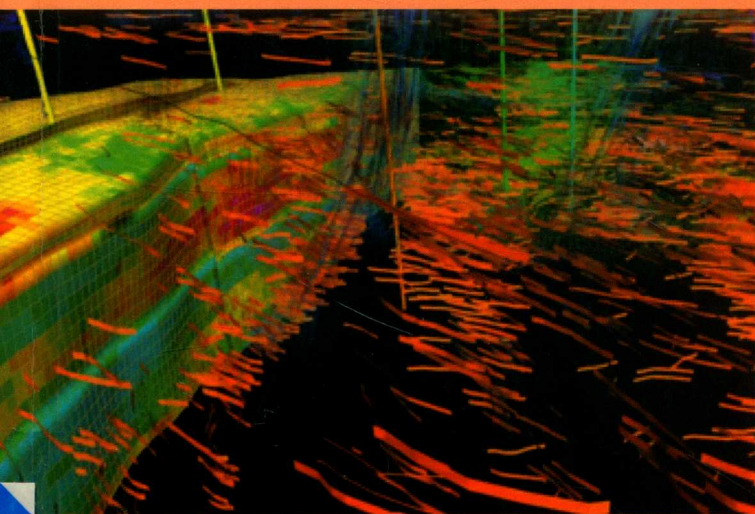


非常规油气开发地质建模与数值模拟丛书

# 煤层气 / 页岩气藏裂缝 建模与数值模拟

龚 斌 等 著



非  
常  
规

 科学出版社

非常规油气开发地质建模与数值模拟丛书

# 煤层气/页岩气藏裂缝建模 与数值模拟

龚 斌 等 著

科 学 出 版 社

北 京

---

## 内 容 简 介

本书系统总结了煤层气和页岩气藏精细建模与数值模拟方法与流程,主要包括:建立了煤层气和页岩气纳微米孔隙流动、扩散、解吸附、流固耦合、多组分流动数学模型,形成了煤层气/页岩气基于天然/人工裂缝的裂缝处理技术、复杂裂缝网络分布下的非结构化网格生成技术、非结构化网格传导率处理与连通表征技术,建立了基于非结构化网格的复杂结构井与储层流动耦合模拟方法,形成了煤层气/页岩气多段压裂水平井的产能预测方法,建立了考虑不同介质及不同非线性渗流机理的煤层气和页岩气数值模拟模型以及模型的离散求解系统,并展示了煤层气和页岩气建模与数值模拟应用的若干实例,对煤层气和页岩气裂缝建模与数值模拟方法研究的动态与发展趋势做了总结和展望。

本书可供从事油气田开发的科技人员使用,也可供石油院校师生阅读参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

煤层气/页岩气藏裂缝建模与数值模拟 / 龚斌等著. —北京:科学出版社, 2017. 11

ISBN 978-7-03-051267-3

I. ①煤… II. ①龚… III. ①煤层气-裂缝-地质模型②煤层气-裂缝-数值模拟③油页岩-裂隙油气藏-地质模型④油页岩-裂隙油气藏-数值模拟

IV. ①P618. 11②TE371

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 314100 号

责任编辑:焦 健 姜德君 / 责任校对:张小霞

责任印制:肖 兴 / 封面设计:铭轩堂

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京汇瑞嘉合文化发展有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2017 年 11 月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2017 年 11 月第一次印刷 印张:11 1/2

字数:272 000

定价:138.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 《非常规油气开发地质建模与数值模拟丛书》

## 编 委 会

主 任:冉启全

副 主 任:张云峰 龚 斌

成 员:(按姓氏笔画排序)

马世忠 王志平 王剑秦 石 欣

兰正凯 刘宗堡 李 宁 李俊超

张 雁 袁江如 徐梦雅 彭 晖

# 《煤层气/页岩气藏裂缝建模与数值模拟》

## 作者名单

龚 斌 陈方方 兰正凯 李俊超

方军龄 石 欣 刘 玄 唐慧莹

张永宾 张玲毓 赵泽钦 陈天一

# 前 言

随着天然气藏开发的深入以及国内外对天然气资源需求的增加,煤层气、页岩气作为新型的非常规天然气资源,受到越来越多的关注。2000年以来,中国天然气年消费量增长了2.3倍,并呈加速增长趋势,预计到2020年全国天然气需求量将达到2930亿立方米,缺口达1000亿立方米以上。中国煤层气、页岩气资源类型多、分布广、潜力大,主要盆地的资源量估算约为26万亿立方米,但勘探开发尚处于起步阶段,尚未形成系统、成熟的核心技术。当前形势下,加快煤层气、页岩气资源开发利用进程对于缓解我国天然气需求压力、加强能源安全具有重要意义。

煤层气、页岩气储层描述与模拟的一大难点是储层中同时存在纳微米孔隙和不同尺度的裂缝系统。与常规储层的孔隙介质相比,煤层气、页岩气储层的纳微米孔隙介质在岩性、储集空间、渗流机理特征与参数不确定性等诸多方面存在明显的差异,开发过程也表现出明显的差异化特征。而另一方面,煤层气、页岩气储层裂缝对煤层气、页岩气藏的开发更是具有重要的影响。当前,对储层中的天然裂缝和人工裂缝构成的复杂缝网的描述与模拟技术仍是一个重大的技术挑战。

本书编写组针对煤层气、页岩气藏裂缝建模与数值模拟的技术瓶颈,借鉴国内外当前最先进的科研成果,开展了开发地质、岩石力学、渗流力学、油藏工程以及计算机工程等多学科交叉联合攻关研究,建立了煤层气、页岩气纳微米孔隙流动、扩散、解吸附、流固耦合、多组分流动数学模型,形成了天然与人工复杂缝网处理技术、复杂裂缝网络分布下的非结构化网格生成技术、非结构化网格传导率处理与连通表征技术,建立了基于非结构化网格的复杂结构井与储层流动耦合模拟方法,形成了煤层气、页岩气多段压裂水平井的产能预测方法,建立了针对不同介质及不同非线性渗流机理的煤层气和页岩气数值模拟模型及模型的离散求解系统。在煤层气、页岩气藏裂缝精细描述、高分辨率离散裂缝建模、复杂裂缝渗流模型及离散裂缝高效数值模拟等多方面取得了创新性的技术成果。在此基础上,成功研发了裂缝建模与数值模拟软件系统,这对裂缝型油气藏的高效开发具有重要的指导作用和借鉴意义。

全书分为9章:第1章介绍了煤层气/页岩气藏纳微米孔隙流动的数学模型;第2章介绍了基于天然/人工裂缝的裂缝处理技术;第3章介绍了复杂裂缝网络分布下的非结构化网格生成技术;第4章介绍了非结构化网格传导率处理与连通表征技术;第5章基于非结构化网格的复杂结构井与储层流动耦合模拟方法;第6章介绍了多段压裂水平井的产能预测方法;第7章介绍了考虑不同介质及不同非线性渗流机理的煤层气和页岩气数值模拟模型以及模型的离散求解系统;第8章介绍了煤层气/页岩气藏裂缝建模与数值模拟的应用;第9章介绍了煤层气/页岩气藏裂缝性储层的建模和数值模拟方法的总结与展望。

本书由龚斌教授的组织与指导,分工编写完成。龚斌教授负责全书体系结构的制定和整体布局,主要编写分工如下:第1章由陈方方、唐慧莹编写;第2章由李俊超、陈方方编写;第3章由李俊超、刘玄编写;第4章由兰正凯、石欣编写;第5章由张玲毓、兰正凯编写;第6

章由方军龄、陈天一编写;第7章由张永宾、赵泽钦编写;第8章由龚斌、唐慧莹编写;第9章由龚斌、李俊超编写。全书由龚斌统稿、定稿。

本书的编写得到了国家科技部、中国石油天然气集团公司科技管理部、中国石油集团科学技术研究院、中国石油煤层气公司、中国石油川庆钻探地球物理公司、北京大学、东北石油大学等单位领导和有关专家的大力支持与帮助。参加课题研究的科研人员付出了艰辛的劳动,课题跟踪专家组给予了严格的技术把关和指导,中石油煤层气公司、塔里木油田分公司、西南油气田分公司、川庆钻探地球物理公司等单位对课题成果的应用提供了方便与支持,徐凤银、江同文、冉启全、汪志明、尹陈、袁江如、李宁等专家对本书的编写提出了宝贵的修改意见,书中部分图表引用了相关技术人员的研究成果,在此一并表示诚挚的感谢!

由于作者水平有限,纰漏在所难免,敬请广大读者批评指正。

# 目 录

## 前言

第 1 章 煤层气和页岩气纳微米孔隙流动数学模型 .....	1
1.1 煤层气和页岩气考虑扩散的纳微米孔隙流动多组分数学模型 .....	1
1.1.1 多孔介质中不同流态的表征机理 .....	1
1.1.2 对不同模型进行了程序实现 .....	3
1.1.3 扩散模型 .....	5
1.2 考虑吸附/解吸附的微纳米孔隙流动多组分数学模型 .....	7
1.2.1 Langmuir 吸附等温式 .....	7
1.2.2 Freundlich 经验公式 .....	8
1.2.3 带参数的 Langmuir 吸附等温式 .....	8
1.2.4 BET 模型 .....	8
1.2.5 DR 模型 .....	9
1.2.6 DA 模型 .....	9
1.3 煤层气和页岩气多相流体渗流与岩石应力-应变的全耦合数值模型 .....	9
1.3.1 流动方程 .....	9
1.3.2 气体吸附及扩散方程 .....	11
1.3.3 地质力学耦合模型 .....	11
1.3.4 渗透率及孔隙度变化 .....	11
1.3.5 参数敏感性分析测试 .....	12
1.3.6 煤粉、水、气三相耦合流动模型 .....	19
第 2 章 基于天然/人工裂缝的裂缝处理技术 .....	28
2.1 网状缝、微细裂缝的连续网格处理技术 .....	28
2.2 大尺度天然/人工裂缝的离散裂缝处理技术 .....	29
第 3 章 复杂裂缝网络分布下的非结构化网格生成技术 .....	36
3.1 Delaunay 网格系统简介 .....	37
3.2 经典 Delaunay 三角网生成方法 .....	38
3.2.1 Bowyer-Watson 算法 .....	38
3.2.2 阵面推进法 .....	39
3.3 控制子域 Delaunay 三角化方法 .....	40
3.3.1 控制权因子的确定 .....	41
3.3.2 剖分区域布点 .....	41
第 4 章 非结构化网格传导率处理与连通表征技术 .....	49
4.1 基质与基质(M-M)的传导率 .....	50



4.2	基质-裂缝(M-F)传导率	51
4.3	裂缝与裂缝(F-F)的传导率	51
4.3.1	相连裂缝网格之间的传导率	52
4.3.2	相交裂缝网格之间的传导率	53
4.4	介质之间的窜流量	54
4.4.1	离散裂缝-基质之间的窜流量	54
4.4.2	全局裂缝-基质之间的窜流量	55
4.4.3	介质与井筒间的井指数	57
<b>第5章</b>	<b>基于非结构化网格的复杂结构井与储层流动耦合模拟方法</b>	<b>64</b>
5.1	分级多段压裂复杂结构井多段井处理技术	64
5.1.1	分级多段压裂井模型	64
5.1.2	井筒流态分析	66
5.1.3	井段内部多相流模型	68
5.2	分级多段压裂复杂结构井与储层流动耦合处理技术	79
5.2.1	质量守恒方程	79
5.2.2	动量守恒方程(压降方程)	79
5.2.3	井控制方程	80
5.2.4	辅助方程	80
<b>第6章</b>	<b>多段压裂水平井的产能预测方法</b>	<b>84</b>
6.1	水平井产能预测解析法	84
6.1.1	Joshi 公式的推导思路	84
6.1.2	Joshi 公式的推导过程	85
6.2	压裂水平井的产能预测解析法	86
6.2.1	郎兆新方法的推导过程	87
6.2.2	范子菲方法的推导过程	88
6.2.3	苗和平方法的推导过程	91
6.2.4	曲鸿雁方法的推导过程	92
6.3	压裂水平井产量的解析解与数值模拟结果对比	96
6.3.1	压裂井水平数值模拟模型的建立	96
6.3.2	数值解与解析解的比较	97
6.4	多段井条件下数值解与解析解的比较	99
6.5	常规井与多段井条件下数值解的比较分析	102
6.6	结论和认识	103
<b>第7章</b>	<b>数值模拟模型及模型的离散求解系统</b>	<b>105</b>
7.1	不同尺度介质自适应的流态识别技术	105
7.2	数值模拟系统控制方程	106
7.3	离散方程及 Jacobi 矩阵	107
7.3.1	残差	107

---

7.3.2 流动项 .....	107
7.3.3 累积项 .....	119
7.3.4 源汇项 .....	121
7.3.5 其他问题(注意事项) .....	124
7.4 考虑不同非线性渗流机理的离散模型 .....	128
7.4.1 滑脱与扩散 .....	128
7.4.2 吸附与解吸 .....	131
7.4.3 高速非达西 .....	133
7.4.4 启动压力梯度 .....	134
7.4.5 压敏效应 .....	136
<b>第8章 煤层气和页岩气藏裂缝建模与数值模拟应用 .....</b>	<b>140</b>
8.1 煤层气和页岩气藏数值模拟软件 .....	140
8.1.1 软件的基本介绍 .....	140
8.1.2 软件的特色功能 .....	142
8.2 煤层气和页岩气数值模拟软件应用 .....	143
8.2.1 煤层气实际区块数值模拟应用 .....	143
8.2.2 页岩气实际区块数值模拟应用 .....	148
<b>第9章 总结与展望 .....</b>	<b>166</b>
9.1 各种方法的优缺点及应用范围 .....	166
9.2 趋势及发展方向 .....	167
<b>参考文献 .....</b>	<b>169</b>

# 第1章 煤层气和页岩气纳微米孔隙流动数学模型

针对煤层气和页岩气藏复杂多重介质的地质条件、复杂结构井及水平井体积压裂等复杂工艺技术,以及多尺度多重流动机理的复杂性和技术难题,在储层基质、天然裂缝、人工压裂缝特征描述与建模成果的基础上,通过渗流机理实验与生产动态分析,建立煤层气和页岩气纳微米孔隙流动、扩散、解吸附、流固耦合、多组分流体数学模型,突破非常规油气藏的储层精细描述和油气藏数值模拟关键技术,研发相应的数值模拟软件,将为非常规油气资源的高效开发提供强有力的技术支撑。

## 1.1 煤层气和页岩气考虑扩散的纳微米孔隙流动多组分数学模型

### 1.1.1 多孔介质中不同流态的表征机理

以克努森数  $Kn$  作为准则数, Ali 和 Ziarani (2012) 在其文章中将气体在多孔介质中的流态分为了 4 种状态, 分别为连续流 [viscous (continuum) flow], 滑脱流 (slip flow), 过渡流 (transition flow) 和克努森流 [Knudsen (free molecular) ] flow, 结果见表 1.1。

表 1.1 气体流动的四种流态

流态	克努森数 <sup>①②</sup>	适用模型	备注
连续(黏性)流	$Kn < 0.01$	层流:达西(Darcy)公式 紊流:Forchhenmer 公式	假设流体在避免上流速为零。因此,不需要渗透率校正
滑脱流	$0.01 < Kn < 0.1$	经过 Klinkenberg 校正或克努森校正后的达西公式	克努森校正通常更加精确,但是 Klinkenberg 校正更简单易用,因此使用更广
过渡流	$0.1 < Kn < 10$	经过克努森校正后的达西公式或者在滑移边界条件下的 Burnett 公式 <sup>③</sup>	克努森扩散公式更加可靠,尤其是当克努森数趋近于 10 时
克努森(自由分子)流	$Kn > 10$	克努森扩散公式 <sup>④</sup> DSMC 模型 格子玻尔兹曼模型 <sup>⑤</sup>	在页岩层中很常见,这时孔喉半径非常小

注:①克努森数分类来源于 Kamiadakis 等(2005)。

②有些文献建议用  $Kn < 0.001$  作为连续流的条件。

③⑤具体描述详见 Agarwal 等(2001)。

④克努森扩散能够与体扩散及表面扩散共存。

由表 1.1 可以看出, Klinkenberg 校正对滑脱效应在  $0.01 < Kn < 0.1$  的时候适用, 随着  $Kn$  进一步增大, Klinkenberg 校正与实际情况偏差增大, 特别是在  $Kn > 10$  的页岩中, 需要新的模型解释气体的扩散现象。

Ali 和 Ziarani (2012) 进一步将气体在孔隙中的扩散现象基于孔径大小进行了分类, 如图 1.1 所示。这三种扩散现象是共同存在的。

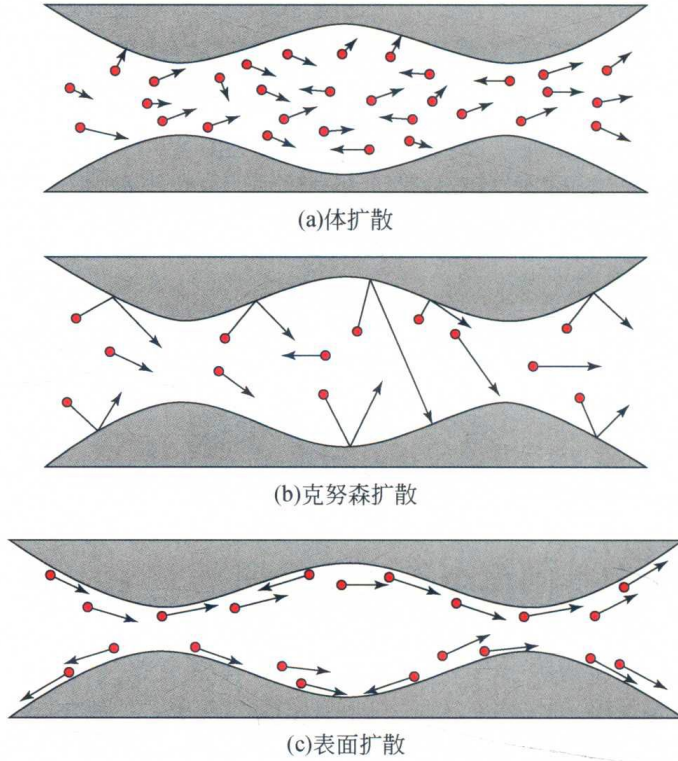


图 1.1 气体扩散类型

Ali 和 Ziarani (2012) 基于 Beskok 和 Karniadakis (1999) 的基础模型  $q = [1 + \alpha(Kn)Kn] \left[1 + \frac{4Kn}{1 - bKn}\right] \frac{\pi r^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{L}$ , 总结了若干对克努森数( $Kn$ )的解释:

Beskok 和 Karniadakis (1999):

$$\alpha = \alpha_0 \frac{2}{\pi} \tan^{-1}(\alpha_1 Kn^{\beta_1}) \tag{1.1}$$

式中,  $\alpha_1 = 4.0, \beta_1 = 0.4, \alpha_0 = \alpha_{Kn} \rightarrow \infty = \frac{64}{3\pi \left(1 - \frac{4}{b}\right)}$ 。

Civan (2010):

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + \frac{A}{Kn^B}} \tag{1.2}$$

式中,  $A = 0.170, B = 0.4348, \alpha_0 = 1.358$ 。

为方便起见, 引入了表观渗透率, 即认为上述效应体现在对渗透率的改变上, 因此表观

渗透率的表达式为

$$k_{\alpha} = f_c k_{\infty} \quad (1.3)$$

$$f_c = [1 + \alpha(Kn)Kn] \left[ 1 + \frac{4Kn}{1 - bKn} \right]$$

Javadpour(2009)提出了另一个校正体系,在其文章中,页岩气中存在的滑脱效应和克努森扩散被并列地校正模型公式中:

$$J = - \left[ \frac{2rM}{3 \times 10^3 RT} \left( \frac{8RT}{\pi M} \right)^{0.5} + F \frac{r^2 \rho_{\text{avg}}}{8\mu} \right] \frac{(p_2 - p_1)}{L} \quad (1.4)$$

$$F = 1 + \left( \frac{8\pi RT}{M} \right)^{0.5} \frac{\mu}{P_{\text{avg}} r} \left( \frac{2}{\alpha} - 1 \right)$$

式(1.4)中括号左边项由克努森扩散产生,右边项由滑脱效应产生。同样的,可以用表观渗透率直观地体现对渗透率的影响:

$$k_{\text{app}} = \frac{2r\mu M}{3 \times 10^3 RT \rho_{\text{avg}}^2} \left( \frac{8RT}{\pi M} \right)^{0.5} + F \frac{r^2}{8\rho_{\text{avg}}} \quad (1.5)$$

Ali 和 Ziarani(2012)在文章中进行了 Civan(2010)的校正公式对各参数的敏感性测试,其结果显示,在页岩埋藏中,基于两种修正公式得出的表观渗透率与原渗透率都有很大的差别,从数值模拟的角度来看,是一个不容忽视的因素。

## 1.1.2 对不同模型进行了程序实现

根据 Civan(2010)的公式,在一个简单的二维油气两项模拟程序中实现了对渗透率的校正。在该算例中(图 1.2),设置了  $11 \times 11 \times 1$  的网格,生产井位于网格中心,原渗透率为  $10\text{mD}^{\text{①}}$ ,在 1000 天的定产模拟过程中,克努森数数量级为 0.01,表观渗透率为  $1 \sim 13\text{mD}$ 。

```
Nx=11;Ny=11;Nz=1;           % Number of Grids
Dx=200;Dy=100;Dz=300;       % Grid Size (ft)
Phi=0.25;                    % Porosity
Kx=10;Kz=10;                 % Permeability (MD)
V=Dx* Dy* Dz/5.615;         % Volume for each grid
alpha=0.001127;              % Alpha value
beta=1/144;                  % beta value

WX=6;                        % X Coordinate of Well Location (Perforation)
WZ=6;                        % Z Coordinate of Well Location (Perforation)
ro=0.28* ((Kz/Kx)^0.5* Dx^2+(Kx/Kz)^0.5* Dy^2)^0.5/((Kz/Kx)^0.25+(Kx/Kz)^0.25)
rw=0.25;                     % Well Radius (ft)
s=0;                          % Skin Factor
WI=2* pi* (Kx* Kz)^0.5*Dz/(log(ro/rw)+s); % Well Inedx
OR=2000;                      % Well Oil Production Rate Constraint (SIB/day)
BHP=2000;                     % Well BHP Constraint (psia)
Pw=PO (Nx* (WZ-1)+WX);       % Set the initial Well pressure
WBHP(1)=Pw;                  % Set the first WBHF array element
```

图 1.2 基本参数

通过计算得到计算结果如图 1.3 ~ 图 1.5 所示。

① 达西(D),  $1\text{D}=0.986923 \times 10^{-12} \text{m}^2$ 。

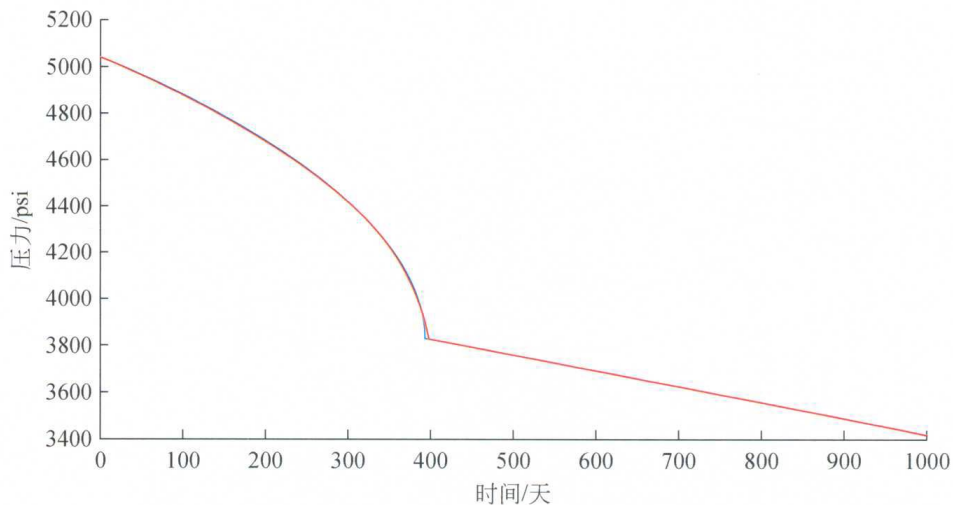


图 1.3 平均压力随时间变化(红线为校正后)

注: 1 psi = 6.89476 × 10<sup>3</sup> Pa

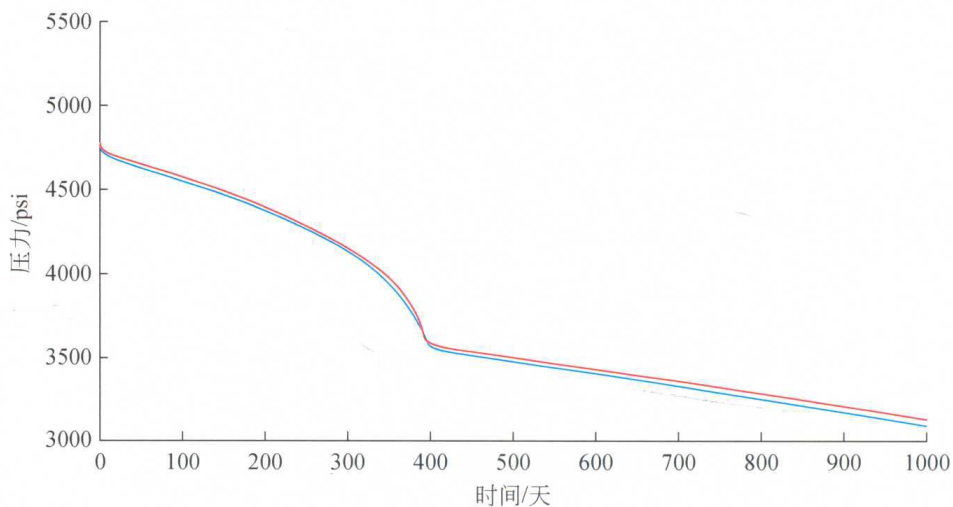


图 1.4 井底压力随时间变化(红线为校正后)

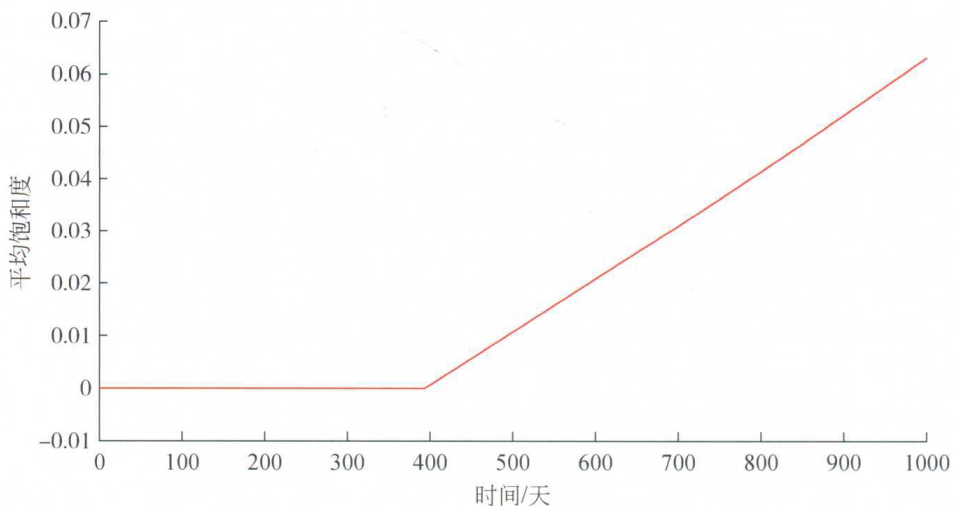


图 1.5 平均饱和度随时间变化(红线为校正后)

从图 1.6 可以看出,虽然算例中  $Kn$  较小,表观渗透率变化不明显,但仍然可以观测到压力和饱和度受到的影响。接下来的工作中,将  $Kn$  调整到页岩范围内,并且将模型定压生产,观察产量受到的影响。

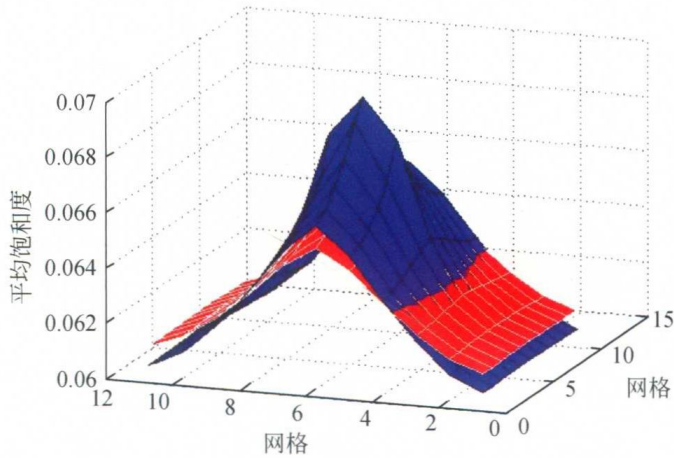


图 1.6 第 1000 天饱和度分布(红色网格为校正后)

### 1.1.3 扩散模型

目前,大多数对煤层气/页岩气生产的建模都认定在天然裂缝和基质中达西流占主导地位。在基质微孔隙内的流动应该要考虑扩散的因素,尤其是克努森扩散。在双重介质模型中,当达西流规模很小时,克努森扩散会占据主导地位,表现为基质的渗透率有所增强。

到目前为止学术界尚未完全透彻地描述页岩气从基质到裂隙的扩散过程。以往的研究中忽略了除达西流以外的流动通量,在相关研究中(Javadpour 等,2007;Javadpour,2009),描述气体在小尺度孔隙中的流动已经包括:克努森扩散(导致滑脱流)、达西流、表面解吸以及普通的扩散(传统的 Fick 扩散)。

在微孔中,气体扩散分离机理一般有五种:黏性流、克努森扩散、表面扩散、多层吸附和毛细凝聚、分子筛分和构型扩散。对于吸附能力相对较弱的气体,克努森扩散和分子筛分及构型扩散是主要分离机理;而对于吸附能力较强的其他分子则多层吸附和毛细凝聚可能占主导。

微孔直径( $d_p$ )远小于气体分子平均自由程( $\lambda$ )时,气体分子与孔壁之间的碰撞概率远大于分子之间的碰撞概率,此时气体通过微孔的传递过程属于克努森扩散,又称自由分子流;在  $d_p$  远大于  $\lambda$  时,气体分子与孔壁之间的碰撞概率远小于分子之间的碰撞概率,此时气体通过微孔的传递过程属于黏性流机制;当  $d_p$  与  $\lambda$  相当时,气体通过微孔的传递过程是克努森扩散和黏性流并存,属平滑流机制。

对于一个单孔,当分子平均自由程  $\lambda$  远小于孔的直径  $d_p$  时,克努森扩散对气体透过率的贡献可以忽略,气体分子以黏性流动的形式扩散通过孔,其通量  $F_o$  (mol/s) 为

$$F_o = \frac{\pi r^4 (P_1 + P_2)}{16\eta\tau LRT} (P_2 - P_1) \quad (1.6)$$

式中,  $\eta$  为气体黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $r$  为孔的半径,  $\text{m}$ ;  $P_1$ 、 $P_2$  分别为两端压强,  $\text{Pa}$ ;  $\tau$  为形状因子;  $L$  为孔的长度,  $\text{m}$ ; 下标  $o$  代表黏性流动。

当分子平均自由程  $\lambda$  远大于孔直径  $d_p$  时, 黏性流可以忽略, 气体分子以克努森扩散的形式透过膜孔, 通量为

$$F_k = \frac{4\sqrt{2}\pi r^3}{3\tau L\sqrt{RTM}}(P_2 - P_1) \quad (1.7)$$

式中,  $M$  为气体分子量; 下标  $k$  代表克努森扩散。

在实际的气体流动中, 即在数学模型中克努森扩散和黏性流对透过速率的影响均不可以忽略, 则

$$F_t = F_k + F_o \quad (1.8)$$

已知气体在多孔介质中流动的流量为

$$\bar{q} = \frac{kA}{\bar{\mu}gL} \cdot \frac{1}{\bar{p}} \cdot \frac{P_2^2 - P_1^2}{2} \quad (1.9)$$

则在  $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$  处, 将式(1.6)与式(1.9)联立, 可得对于单孔的气体扩散(黏性流)等效的黏性流渗透率:

$$K_o = \frac{r^2}{8\tau} \quad (1.10)$$

将式(1.7)与式(1.9)联立, 可得对于单孔的气体扩散(克努森扩散)等效的克努森扩散渗透率:

$$k_k = \frac{4\sqrt{2}\sqrt{RT}\mu g}{3\tau\sqrt{\pi MP}} = \frac{32\sqrt{2}\sqrt{RT}\mu g}{3r\sqrt{\pi MP}}K_o \quad (1.11)$$

则对于平滑流(同时考虑黏性流与克努森扩散):

$$K_{\text{实际}} = \left(1 + \frac{32\sqrt{2}\sqrt{RT}\mu g}{3r\sqrt{\pi MP}}\right)K_o \quad (1.12)$$

因此, 本书认为在建立的模型中, 气体流动通量分为两部分, 即由于压力梯度产生的平滑流与由于浓度梯度产生的 Fick 扩散:

$$V_t = V_s + V_f \quad (1.13)$$

式中, 下标  $t$  代表总扩散的总速度;  $s$  代表综合达西流与克努森扩散的速度;  $f$  代表 Fick 扩散的速度。

综合达西流与克努森扩散的速度:

$$V_s = \frac{K_{\text{实际}}}{\mu g} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial l} \quad (1.14)$$

Fick 扩散的速度为

$$V_f = \frac{M_g D_g}{\rho_g} \cdot \frac{\partial c_m}{\partial l} \quad (1.15)$$

式中,  $D_g$  为气体扩散系数;  $c_m$  为扩散物质的体积浓度。



则

$$V_t = \frac{K_{\text{实际}}}{\mu g} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial l} + \frac{M_g D_g}{\rho g} \cdot \frac{\partial c_m}{\partial l} \quad (1.16)$$

$$c_m = \frac{\rho_g}{M_g} = \frac{P_m}{z R_g T} \quad (1.17)$$

将式(1.12)代入式(1.11)得

$$V_t = \frac{K_{\text{实际}}}{\mu g} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial l} + \frac{M_g D_g}{\rho_g R_g T} \cdot \frac{\partial P_m / z}{\partial l} \quad (1.18)$$

因为

$$\frac{\partial P / z}{\partial l} = \frac{P}{z} \cdot \left( \frac{1}{P} - \frac{1}{z} \frac{dz}{dP} \right) \frac{\partial P}{\partial l} \quad (1.19)$$

可得

$$V_t = \frac{K_{\text{实际}}}{\mu_g} \cdot \frac{\partial P_m}{\partial l} + c_g D_g \frac{\partial P_m}{\partial l} = \frac{K_{\text{实际}}}{\mu_g} \left( 1 + \frac{\mu_g c_g D_g}{K_{\text{实际}}} \right) \frac{\partial P_m}{\partial l} \quad (1.20)$$

使用 Ertekin 等(1986)提出的公式计算  $D_g$ :

$$D_g = \frac{31.57}{\sqrt{M_g}} k^{0.67} \quad (1.21)$$

式中  $D_g$  单位为 ft/d<sup>①</sup>

令

$$b_m = \frac{\mu_g c_g P_m D_g}{K_{\text{实际}}}, k_m = \left( 1 + \frac{b_m}{p_m} \right) \left( 1 + \frac{32\sqrt{2}\sqrt{RT}\mu_g}{3r\sqrt{\pi M_g p_m}} \right) K_o = \alpha K_o \quad (1.22)$$

那么  $k_m$  就是考虑达西流、克努森扩散、Fick 扩散三种扩散机制的等效渗透率,  $\alpha$  为对只考虑达西流使用的渗透率  $k_o$  的修正系数, 这个修正系数不是常数, 是一个和多种参数相关的变量。

## 1.2 考虑吸附/解吸附的微纳米孔隙流动多组分数学模型

本节推导了6种[Langmuir 吸附等温式、Freundlich 经验公式、带参数的 Langmuir 吸附等温式、BET (Brunauer- Emmett- Teller) 模型、DR (Dubinin- Radushkevich) 模型、DA (Dubinin-Astakhov) 模型]基于多组分混合物热力学吸附平衡的多组分吸附/解吸模型。

### 1.2.1 Langmuir 吸附等温式

假定①表面均匀, 分子吸附机会均等, 单位体积吸附量  $q$ 、吸附速率常数  $E_a$ 、脱附速率常数  $E_d$  与表面覆盖率  $\theta$  无关; ②每个位置只吸附一个分子, 且无相互作用; ③吸附至单层为止; ④吸附平衡是动态平衡。

① 1ft/d=0.3048m/d。