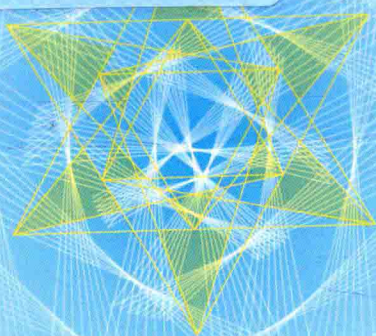




“十一五”普通高等教育本科国家级规划教材



# 高等数学

(第四版)

方桂英 崔克俭 主编



科学出版社

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

# 高等数学

(第四版)

方桂英 崔克俭 主编

本书第一版获“江西省高等院校优秀教材一等奖”

本书第二版获“‘十二五’普通高等教育本科国家级规划教材”

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

在保持与第三版内容体系和写作风格一致的前提下,本版遵循“坚持改革,与时俱进”的原则,对上一版中个别概念定义的叙述、定理的证明做了修改,对全书的文字表达进行细致推敲,对例题与习题进行了合理的增删。同时,本次修订充分利用二维码和 APP 应用技术,为读者提供微课视频、习题讲解视频、高等数学学习方法、每章学习指导、阶段性测试题、考研真题、数学家小故事等新业态资源,力求使教材更加完善,适应时代要求,便于教和学。

全书内容包括:函数与极限、导数与微分、微分中值定理与导数的应用、不定积分、定积分及其应用、多元函数微积分、微分方程与差分方程、无穷级数、高等数学实验。每节有习题,每章有总习题,书末附部分习题答案与提示。教材编写力图解决与中学数学的衔接问题,注重高等数学的应用,尤其是经济方面的应用。

本书可作为高等院校经济类、农林类、管理类等专业的高等数学课程教材,也可作为相关教师、学生和科学技术工作者的参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学/方桂英,崔克俭主编。—4版。—北京:科学出版社,2018  
“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材  
ISBN 978-7-03-058651-3

I. ①高… II. ①方…②崔… III. ①高等数学-高等学校-教材  
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 198152 号

责任编辑:胡海霞 / 责任校对:张凤琴  
责任印制:师艳茹 / 封面设计:迷底书装

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2009年8月第 一 版 开本:720×1000 1/16  
2012年6月第 二 版 印张:24 3/4  
2015年7月第 三 版 字数:498 000  
2018年8月第 四 版 2018年8月第十六次印刷

定价:59.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 《高等数学》(第四版)编委会

**主 编** 方桂英(江西农业大学)

崔克俭(山西农业大学)

**副主编** 吴 坚(安徽农业大学)

曾海福(江西农业大学)

韩忠海(山西农业大学)

高胜哲(大连海洋大学)

**编 委** 胡菊华(江西农业大学)

程国华(江西农业大学)

赵喜梅(山西农业大学)

钟培华(江西农业大学)

岳超慧(安徽农业大学)

王琳娟(山西农业大学)

## 前 言

本书第二版于2014年被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材，第四版从内容体系和风格上说与第三版大体相同。本次修改仍然遵循“坚持改革、与时俱进”的原则，对第三版全书的文字表达进行细致推敲，对例题与习题进行合理的增删与调整，将每章总习题设置为不同层次的两组(A)(B)。本次改版充分利用信息化手段使教材更加立体化、生动化，体现在借助手机应用(APP)(见第一版前言之后的“爱一课”APP使用指南)，为读者提供了丰富的多媒体资料，内容包括：《高等数学》教材电子版，视频(微课、习题讲解)，测试题与答案(单元提升测试、期中测试、综合测试)，考研真题与解析；同时借助二维码，为读者提供了文字资料，内容包括：学习指导(内容概要，重点与难点)，建模案例分析，数学趣闻与数学家故事。

本次修订不仅使教材更加完善，而且充分利用信息化手段使读者可通过手机学习更加丰富的知识，这些内容突破了传统纸质教材的限制，这种形式适应时代要求，更适合现代人的阅读需求，更容易被读者接受，将激发学生自主学习的积极性，会大大提高学生的学习效率与效果。书的内容深广度符合“高等院校经济类、农林类、管理类等各专业的本科数学基础课程教学基本要求”。有些内容本书仍然采用打“\*”，在教学中教师可灵活选用，也可以满足读者进一步阅读学习的需要。每节配有难度适中习题，每章总习题设置不同层次的两组(A)(B)，(A)组是难度偏易的填空题与选择题，旨在加深学生对基本概念、基本理论与公式的理解与应用。(B)组是中等难度的各种形式的习题，其中不少是考研真题。本教材修订后更加适合多种层次的教学需求。

参加本书修订工作的有江西农业大学、山西农业大学、安徽农业大学与大连海洋大学的教师，其中配套的手机应用(APP)中的视频由大连海洋大学的教师编写制作。广大用书教师与科学出版社的编辑对本书修订提出了许多宝贵意见与建议，我们在此表示真诚的感谢！并希望读者对本书存在的问题给予批评指正。

编 者

2018年3月



高等数学学习方法



微积分学简史

## 第三版前言

本书第二版于2014年被评为“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,本书第三版从内容体系和风格上与第二版相比没有太大的变化,本次修改遵循“坚持改革、与时俱进”的原则,对第二版中的个别概念定义的叙述、定理的证明做了恰当修改,对全书的文字表达进行细致推敲,对例题与习题进行合理的增删与调整,合理解决了与中学数学的衔接问题.注重高等数学的应用,侧重了在经济方面的应用.同时制作了与书配套的供教师上课用的电子课件、供学生观看的习题讲解视频(扫描每章后的二维码,即可观看每章的部分习题讲解视频;或登录网址:<http://cms.sciencepress.cn/channelurl.jsp?channelId=575>观看全书各章习题讲解视频),出版了与书配套的《高等数学学习指导书》.本次修订使书更加完善,适应时代要求,既便于老师教学,又便于学生自主学习.本书的内容深广度符合“高等院校经济类、农林类、管理类等各专业的本科数学基础课程教学基本要求”.有些内容本书仍然采用打“\*”的方式,在教学中教师可灵活选用,也可以满足读者进一步阅读学习的需要,本教材修订后更加适合多种层次的教学需求.

参加本书修订工作的有江西农业大学、山西农业大学、安徽农业大学与大连海洋大学的教师,广大用书教师与科学出版社的编辑对本书修订提出了许多宝贵意见与建议,我们在此表示真诚的感谢.并希望读者对本书存在的问题给予批评指正.

编者

2015年6月

## 第二版前言

本书第一版于2011年荣获“江西省高等院校优秀教材一等奖”。第二版是在第一版的基础上,结合“高等学校本科教学质量与教学改革工程”万种新教材建设项目的全面实施,按照新形势教材改革的精神,进行全面修订。此次修订前,我们广泛征求各使用院校的意见,召开了教材修订研讨会,许多有丰富教学经验的教师对本书修订提供了积极、中肯的意见。修订中,我们保留了原教材的系统、风格,保留了结构严谨、通俗易懂等特点。同时注意吸收当前教材改革中的一些成功的经验,对一些内容进行适当的精简与合并,对原版存在的个别问题进行修订。新版增加了数学实验及数学软件(MATLAB)的使用介绍。新版的教材更适合当前教学的需要,成为适应时代要求、符合改革精神又继承传统优点的教材。

本书结构严谨、逻辑清晰、叙述详细、通俗易懂,追求简明实用的效果。同时也与全国硕士研究生入学统一考试(数学三,农学门类数学联考)大纲接轨,我们审查并计算证明过全部习题,各章总习题增加了一些考研真题,为有志深造的同学提供一本好的基础教材。对于打“\*”的章节以及总习题中的部分题,在教学中可灵活选用,也可作为读者进一步阅读学习的内容,以使本教材适合多层次的需求。

广大用书教师与科学出版社的编辑对本书的修订提出了许多宝贵的意见与建议,我们在此表示真诚的感谢。并希望读者对本书存在的问题给予批评指正。

对使用本书作为教材的教师,我们将免费提供本书的电子版学习指导书。内容包括学习目标、释疑与典型例题解析、习题选解、测验题与答案,以方便教学。有需要此电子版学习指导书的教师,请按封底的联系方式与科学出版社联系。

编者

2012年3月

业大学崔克俭、韩忠海、赵喜梅老师,以及安徽农业大学吴坚、岳超慧老师。全书由方桂英、崔克俭老师审阅并负责统稿。编审工作得到江西农业大学胡建根、高晓波、孙爱珍、吴志远、邓梦薇、刘华明等教师的协助,在此表示衷心的感谢。

编者十分感谢科学出版社对本书出版给予的关心与大力支持。

限于编者的水平,本书难免有不妥之处,敬请广大读者和授课教师批评指正。

编 者

2009年3月



## 第一版前言

本书紧紧围绕全国高等农林院校高等数学教学大纲,以极限理论为工具,以微积分为核心,全面系统地介绍了高等数学的基本理论、方法及其在农业科学和经济管理科学等领域中的应用。

在本书的编写过程中,我们几所学校结合各自多年的教学经验,通力合作,广泛交换意见,使本书能充分体现以下特点:

第一,加强基础,注重应用.在讲清基本理论的基础上突出数学在实际问题中的应用,把数学建模这根主线贯穿全书的始终.设置了较多的农业科学、经济管理科学等方面的应用性例题,注重提高学生的数学素质,培养学生应用数学解决实际问题的能力,同时培养学生的创新思维能力。

第二,传授方法,培养能力.在教材结构的安排和设计上,通过对数学问题的论证和求解,向学生灌输高等数学的基本思想和方法,培养他们分析问题和解决问题的能力.同时,我们尽量简化繁琐复杂的论证和计算,通过生动形象的描述使抽象理论具体化,使学生在掌握数学方法的基础上,不断增强学习的主动性。

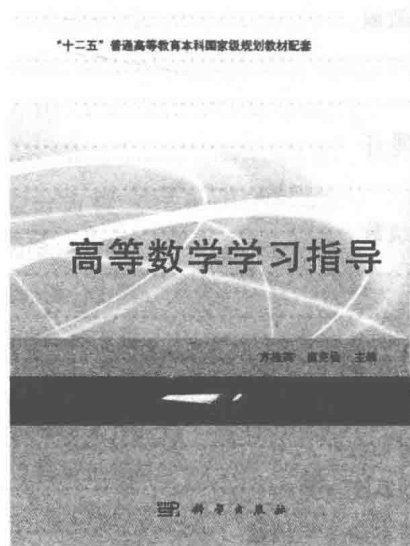
第三,体系完整,结构严谨.在教材内容的安排上,我们既考虑了初等数学与高等数学的衔接,又照顾到高等数学与后续课程的联系,力求做到承上启下、平稳过渡.内容由浅入深,循序渐进,通俗易懂,一方面能使学生把握高等数学的思想方法,另一方面又可培养学生严密的逻辑思维能力。

例题和习题是教材的重要组成部分,在编写本书的过程中,我们力求例题和习题具有典型性、多样性,使它们既能提炼方法,又具有巩固理论和训练应用的双重价值.希望学生深刻体会例题的思想和方法,尽量独立地做好每一道习题.这对于加深基本理论的理解和掌握高等数学的方法无疑具有重要的意义.书中每章后的总习题参照了历年的考研题型,旨在提高学生的应试能力和综合能力。

本书是高等农林院校非数学类各专业高等数学通用教材,也可作为其他高等院校非数学类各专业学生的参考书,还可作为科学技术与管理人士的自学及参考用书。

参加本书编写的有江西农业大学方桂英、曾海福、胡菊华、程国华老师,山西农

本书同步学习辅导书《高等数学学习指导》为您提供详尽的习题分析及其解答,助您学有所成!



书名:《高等数学学习指导》

书号: 978-7-03-045596-3

定价: 45.00 元

科学出版社电子商务平台上本辅导书购买的二维码如下:



# 目 录

前言

第三版前言

第二版前言

第一版前言

“爱一课”APP 使用指南

第 1 章 函数与极限	1
1.1 函数	1
1.1.1 函数的概念	1
1.1.2 函数的基本性质	4
1.1.3 反函数	5
1.1.4 初等函数	6
1.1.5 其他类型的函数	11
习题 1.1	14
1.2 数列极限	15
1.2.1 数列极限的定义	15
1.2.2 收敛数列的性质	17
习题 1.2	18
1.3 函数极限	19
1.3.1 自变量趋于无穷大时函数的极限	19
1.3.2 自变量趋于有限值时函数的极限	20
1.3.3 函数极限的性质	22
习题 1.3	24
1.4 无穷小量与无穷大量	24
1.4.1 无穷小量	24
1.4.2 无穷大量	26
1.4.3 极限运算法则	26
习题 1.4	29
1.5 两个重要极限	30
1.5.1 极限存在的两个准则	30
1.5.2 两个重要极限	32
习题 1.5	35

1.6 无穷小量的比较	36
习题 1.6	38
1.7 函数的连续性	39
1.7.1 函数连续的概念	39
1.7.2 函数的间断点	41
1.7.3 连续函数的性质 初等函数的连续性	42
1.7.4 闭区间上连续函数的性质	44
习题 1.7	46
第 1 章总习题	47
<b>第 2 章 导数与微分</b>	51
2.1 导数的概念	51
2.1.1 导数的定义	51
2.1.2 利用定义求导举例	54
2.1.3 函数可导性与连续性的关系	56
习题 2.1	57
2.2 函数的求导法则	58
2.2.1 导数的四则运算法则	58
2.2.2 反函数的求导法则	60
2.2.3 复合函数的求导法则	61
2.2.4 隐函数的求导法则	63
2.2.5 由参数方程确定的函数的导数	64
习题 2.2	65
2.3 高阶导数	67
习题 2.3	71
2.4 函数的微分	71
2.4.1 微分的概念	72
2.4.2 微分基本公式与运算法则	74
2.4.3 微分在近似计算中的应用	75
习题 2.4	77
第 2 章总习题	78
<b>第 3 章 微分中值定理与导数的应用</b>	82
3.1 微分中值定理	82
3.1.1 罗尔定理	82
3.1.2 拉格朗日中值定理	83
3.1.3 柯西中值定理	85

3.1.4 泰勒公式	86
习题 3.1	88
3.2 洛必达法则	89
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 与 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	89
3.2.2 其他类型未定式	92
习题 3.2	93
3.3 函数的单调性与曲线的凹凸性	93
3.3.1 函数的单调性	93
3.3.2 曲线的凹凸性	95
习题 3.3	97
3.4 函数的极值与最大值、最小值	98
3.4.1 函数的极值	98
3.4.2 函数的最大值与最小值	101
习题 3.4	103
3.5 函数图形的描绘	104
3.5.1 曲线的渐近线	104
3.5.2 函数图形的描绘	106
习题 3.5	108
3.6 导数在经济学中的应用	108
3.6.1 边际分析	108
3.6.2 弹性分析	110
习题 3.6	113
第 3 章总习题	113
<b>第 4 章 不定积分</b>	<b>118</b>
4.1 不定积分的概念与性质	118
4.1.1 原函数的概念	118
4.1.2 不定积分的概念	119
4.1.3 不定积分的性质	121
4.1.4 基本积分公式	121
习题 4.1	123
4.2 换元积分法	124
4.2.1 第一类换元法	124
4.2.2 第二类换元法	129
习题 4.2	134

4.3 分部积分法 .....	135
习题 4.3 .....	139
4.4 有理函数的积分 .....	139
4.4.1 有理函数的积分 .....	139
4.4.2 可化为有理函数的积分 .....	143
习题 4.4 .....	145
* 4.5 积分表的使用 .....	146
习题 4.5 .....	147
第 4 章总习题 .....	148
<b>第 5 章 定积分及其应用</b> .....	<b>153</b>
5.1 定积分的概念与性质 .....	153
5.1.1 引例 .....	153
5.1.2 定积分的定义 .....	154
5.1.3 定积分的性质 .....	157
习题 5.1 .....	159
5.2 微积分基本公式 .....	160
5.2.1 可变上限定积分及其导数 .....	160
5.2.2 牛顿-莱布尼茨公式 .....	162
习题 5.2 .....	165
5.3 定积分的换元积分法和分部积分法 .....	166
5.3.1 定积分的换元积分法 .....	166
5.3.2 定积分的分部积分法 .....	169
习题 5.3 .....	171
5.4 广义积分与 $\Gamma$ 函数 .....	172
5.4.1 积分区间为无限的广义积分 .....	173
5.4.2 被积函数为无界的广义积分 .....	174
5.4.3 $\Gamma$ 函数 .....	176
习题 5.4 .....	177
5.5 定积分的应用 .....	178
5.5.1 定积分的元素法 .....	178
5.5.2 平面图形的面积 .....	179
5.5.3 体积 .....	182
5.5.4 经济学、生物学等方面的应用实例 .....	183
习题 5.5 .....	185
* 5.6 定积分的近似计算 .....	186

5.6.1 矩形法 .....	186
5.6.2 梯形法 .....	187
习题 5.6 .....	188
第 5 章总习题 .....	189
<b>第 6 章 多元函数微积分</b> .....	<b>193</b>
6.1 空间解析几何简介 .....	193
6.1.1 空间直角坐标系 .....	193
6.1.2 空间曲面 .....	195
习题 6.1 .....	197
6.2 多元函数的极限与连续 .....	198
6.2.1 区域 .....	198
6.2.2 多元函数概念 .....	199
6.2.3 二元函数的极限 .....	200
6.2.4 二元函数的连续性 .....	200
习题 6.2 .....	202
6.3 偏导数 .....	203
6.3.1 偏导数的概念 .....	203
6.3.2 高阶偏导数 .....	205
习题 6.3 .....	206
6.4 全微分 .....	207
6.4.1 全微分的概念与存在条件 .....	207
* 6.4.2 全微分在近似计算中的应用 .....	209
习题 6.4 .....	209
6.5 多元复合函数与隐函数的求导法则 .....	210
6.5.1 多元复合函数的求导法则 .....	210
6.5.2 多元隐函数的求导法则 .....	211
6.5.3 全微分形式不变性 .....	213
习题 6.5 .....	215
6.6 多元函数的极值及其应用 .....	215
6.6.1 多元函数的极值 .....	215
6.6.2 条件极值 .....	217
6.6.3 多元函数的最大值与最小值 .....	219
习题 6.6 .....	220
6.7 二重积分 .....	221
6.7.1 二重积分的概念与性质 .....	221

6.7.2 二重积分的计算 .....	223
习题 6.7 .....	231
第 6 章总习题 .....	233
<b>第 7 章 微分方程与差分方程</b> .....	237
7.1 微分方程的基本概念 .....	237
习题 7.1 .....	240
7.2 可分离变量的微分方程 .....	241
7.2.1 可分离变量的微分方程 .....	241
7.2.2 齐次微分方程 .....	244
习题 7.2 .....	246
7.3 一阶线性微分方程 .....	247
习题 7.3 .....	250
7.4 可降阶的高阶微分方程 .....	251
7.4.1 $y^{(n)} = f(x)$ 型的微分方程 .....	251
* 7.4.2 $y'' = f(x, y')$ 型的微分方程 .....	252
* 7.4.3 $y'' = f(y, y')$ 型的微分方程 .....	253
习题 7.4 .....	254
7.5 高阶线性微分方程 .....	254
7.5.1 二阶线性微分方程解的结构 .....	254
7.5.2 二阶常系数齐次线性微分方程 .....	256
7.5.3 二阶常系数非齐次线性微分方程 .....	259
习题 7.5 .....	262
7.6 差分方程的基本概念 .....	263
7.6.1 差分的概念与性质 .....	264
7.6.2 差分方程的概念 .....	265
习题 7.6 .....	265
7.7 常系数线性差分方程 .....	266
7.7.1 一阶常系数线性差分方程 .....	266
* 7.7.2 二阶常系数线性差分方程 .....	269
习题 7.7 .....	271
第 7 章总习题 .....	271
<b>第 8 章 无穷级数</b> .....	275
8.1 常数项级数 .....	275
8.1.1 级数敛散性概念 .....	275
8.1.2 收敛级数的基本性质 .....	277



习题 8.1 .....	279
8.2 常数项级数敛散性判别方法 .....	280
8.2.1 正项级数敛散性判别方法 .....	280
8.2.2 交错项级数敛散性判别方法 .....	284
8.2.3 任意项级数的绝对收敛与条件收敛 .....	285
习题 8.2 .....	286
8.3 幂级数 .....	287
8.3.1 函数项级数的概念 .....	287
8.3.2 幂级数及其收敛域 .....	288
8.3.3 幂级数的运算 .....	291
习题 8.3 .....	293
8.4 函数的幂级数展开 .....	293
8.4.1 泰勒级数 .....	293
8.4.2 函数展开成幂级数 .....	294
习题 8.4 .....	299
第 8 章总习题 .....	299
<b>* 第 9 章 高等数学实验</b> .....	304
9.1 MATLAB 操作基础 .....	304
9.1.1 MATLAB 桌面平台 .....	304
9.1.2 MATLAB 帮助系统 .....	307
9.1.3 MATLAB 的基本命令与函数 .....	307
9.1.4 MATLAB 的数值计算 .....	309
9.1.5 MATLAB 的程序设计 .....	312
9.2 基于 MATLAB 的高等数学实验 .....	317
9.2.1 求极限 .....	317
9.2.2 求导数 .....	318
9.2.3 泰勒级数逼近计算器 .....	319
9.2.4 二维与三维图像描绘 .....	319
9.2.5 非线性方程求根 .....	324
9.2.6 求积分 .....	326
9.2.7 求解微分方程 .....	328
9.3 数学建模案例 .....	331
部分习题答案与提示 .....	337
附录一 常用三角函数公式 .....	363
附录二 希腊字母表 .....	364
附录三 积分表 .....	365