

研究生教学用书

专业基础课系列

高 类规划教材

“九五”电子工业部重点教材

现代数字信号处理

(第二版)

Advanced Digital Signal Processing

姚天任 孙洪 编著

BOOKS FOR GRADUATE STUDENTS



华中科技大学出版社

<http://www.hustp.com>

研究生教学用书
专业基础课系列

高等学校电子信息类规划教材
“九五”电子工业部重点教材

现代数字信号处理

(第二版)

姚天任 孙 洪 编著



华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书第一版是我国高等学校电子信息类规划教材、“九五”电子工业部重点教材,入选教育部向全国推荐的研究生教学用书。相对于第一版,第二版的内容和结构都做了较大改动。第二版全面讨论了现代数字信号处理学科的新进展,包括自适应滤波器、功率谱估计、小波分析以及同态滤波、高阶谱估计和神经网络等的相关理论和方法,其中重点对自适应滤波器、功率谱估计和小波分析的理论、方法和应用进行了深入讨论。本书适合信息与通信工程学科各专业及相近专业的研究生和科研工作者用作教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代数字信号处理/姚天任,孙洪编著.—2版.—武汉:华中科技大学出版社,2018.6
研究生教学用书.专业基础课系列
ISBN 978-7-5680-3753-2

I. ①现… II. ①姚… ②孙… III. ①数字信号处理-研究生-教材 IV. ①TN911.72

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 137299 号

现代数字信号处理(第二版)

Xiandai Shuzi Xinhao Chuli(Dierban)

姚天任 孙 洪 编著

策划编辑:周芬娜

责任编辑:陈元玉

封面设计:原色设计

责任校对:李 琴

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:武汉科源印刷设计有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:30.75

字 数:805千字

版 次:2018年6月第2版第1次印刷

定 价:79.00元



本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务
版权所有 侵权必究

《研究生教学用书》序

“接天莲叶无穷碧，映日荷花别样红。”今天，我国的教育正处在一个大发展的崭新时期，而高等教育即将跨入“大众化”的阶段，蓬蓬勃勃，生机无限。在高等教育中，研究生教育的发展尤为迅速。在盛夏已临，面对池塘中亭亭玉立的荷花，风来舞举的莲叶，我深深感到，我国研究生教育就似夏季映日的红莲，别样多姿。

科教兴国，教育先行。教育在社会主义现代化建设中处于优先发展的战略地位。我们可以清楚看到，高等教育不仅被赋予重大的历史任务，而且明确提出，要培养一大批拔尖创新人才。不言而喻，培养一大批拔尖创新人才的历史任务主要落在研究生教育肩上。“百年大计，教育为本；国家兴亡，人才为基。”国家之间的激烈竞争，在今天，归根结底，最关键的就是高级专门人才，特别是拔尖创新人才的竞争。由此观之，研究生教育的任务可谓重矣！重如泰山！

前事不忘，后事之师。历史经验已一而再、再而三地证明：一个国家的富强，一个民族的繁荣，最根本的是要依靠自己，要以“自力更生”为主。《国际歌》讲得十分深刻，世界上从来就没有什么救世主，只有靠自己救自己。寄希望于别人，期美好于外力，只能是一种幼稚的幻想。内因是发展的决定性的因素。当然，我们决不应该也决不可能采取“闭关锁国”、自我封闭、故步自封的方式来谋求发展，重犯历史错误。外因始终是发展的必要条件。正因为如此，我们清醒看到了，“自助者人助”，只有“自信、自尊、自主、自强”，只有独立自主，自强不息，走以“自力更生”为主的发展道路，才有可能在向世界开放中，争取到更多的朋友，争取到更多的支持，充分利用好外部的各种有利条件，来扎扎实实地而又尽可能快地发展自己。这一切的关键就在于，我们要有数量与质量足够的高级专门人才，特别是拔尖创新人才。何况，在科技高速发展与高度发达，而知识经济已初见端倪的今天，更加如此。人才，高级专门人才，拔尖创新人才，是我们一切事业发展的基础。基础不牢，地动山摇；基础坚实，大厦凌霄；基础不固，木凋树枯；基础深固，硕茂葱绿！

“工欲善其事，必先利其器。”自古凡事皆然，教育也不例外。教学用书是“传道授业解惑”培育人才的基本条件之一。“巧妇难为无米之炊。”特别是在今天，学科的交叉及其发展越来越多及越快，人才的知识基础及其要求越来越广及越高，因此，我一贯赞成与支持出版“研究生教学用书”，供研究生自己主动地选用。早在1990年，本套用书中的第一本即《机械工程测试·信息·信号分析》出版时，我就为此书写了个“代序”，其中提出：一个研究生应该博览群书，博采百家，思路开阔，有所创见。但这不等于他在一切方面均能如此，有所不为才能有所为。如果一个研究生的主要兴趣与工作不在某一特定方面，他也可选择一本有关这一特定方面的书作为了解与学习这方面知识的参考；如果一个研究生的主要兴趣与工作在这一特定方面，他更应选择一本有关的书作为主要的学习用书，寻觅主要学习线索，并缘此展开，博览群书。这就是我赞成要编写系列的“研究生教学用书”的原因。今天，我仍然如此来看。

还应提及一点，在教育界有人讲，要教学生“做中学”，这有道理；但须补充一句，“学中做”。既要在实践中学习，又要在学习中实践，学习与实践紧密结合，方为全面；重要的是，结合的关键在于引导学生思考，学生积极主动思考。当然，学生的层次不同，结合的方式与程度就应不同，思考的深度也应不同。对研究生特别是对博士研究生，就必须是而且也应该是“研中学，学中研”，在研究这一实践中，开动脑筋，努力学习，在学习这一过程中，开动脑筋，努力研究；甚至可以讲，研与学通过思考就是一回事情了。正因为如此，“研究生教学用书”就大有英雄用武之

地,供学习之用,供研究之用,供思考之用。

在此,还应进一步讲明一点。作为一个研究生,来读“研究生教学用书”中的某书或其他有关的书,有的书要精读,有的书可泛读。记住了书上的知识,明白了书上的知识,当然重要;如果能照着用,当然更重要。因为知识是基础。有知识不一定有力量,没有知识就一定没有力量,千万千万不要轻视知识。对研究生特别是博士研究生而言,最为重要的还不是知识本身这个形而下,而是以知识作为基础,努力通过某种实践,同时深入独立思考而体悟到的形而上,即《老子》所讲的不可道的“常道”,即思维能力的提高,即精神境界的升华。《周易·系辞》讲了:“形而上谓之道,形而下谓之器。”我们的研究生要有器,要有具体的知识,要读书,这是基础;但更要有“道”,更要一般,要体悟出的形而上。《庄子·天道》讲得多么好:“书不过语。语之所贵者意也,意有所随。意之所随者,不可以言传也。”这个“意”,就是孔子所讲的“一以贯之”的“一”,就是“道”,就是形而上。它比语、比书,重要多了。要能体悟出形而上,一定要有足够数量的知识作为必不可缺的基础,一定要在读书去获得知识时,整体地读,重点地读,反复地读;整体地想,重点地想,反复地想。如同韩愈在《进学解》中所讲的那样,能“提其要”,“钩其玄”,以达到南宋张孝祥所讲的“悠然心会,妙处难与君说”的体悟,化知识为己之素质,为“活水源头”。这样,就可驾驭知识,发展知识,创新知识,而不是为知识所驾驭,为知识所奴役,成为计算机的存储装置。

这套“研究生教学用书”从第一本于1990年问世至今,在蓬勃发展中已形成了一定规模。“逝者如斯夫,不舍昼夜。”它们中间,有的获得了国家级、省部级教材奖、图书奖,有的为教育部列入向全国推荐的研究生教材。采用此套书的一些兄弟院校教师纷纷来信,称赞此套书为研究生培养与学科建设作出了贡献。我们深深感激这些鼓励,“中心藏之,何日忘之?!”没有读者与专家的关爱,就没有我们“研究生教学用书”的发展。

唐代大文豪李白讲得十分正确:“人非尧舜,谁能尽善?”我始终认为,金无足赤,物无足纯,人无完人,文无完文,书无完书。“完”全了,就没有发展了,也就“完”蛋了。这套“研究生教学用书”更不会例外。这套书如何?某本书如何?这样的或那样的错误、不妥、疏忽或不足,必然会有。但是,我们又必须积极、及时、认真而不断地加以改进,与时俱进,奋发前进。我们衷心希望与真挚感谢读者与专家不吝指教,及时批评。当局者迷,兼听则明;“嚶其鸣矣,求其友声。”这就是我们的肺腑之言。当然,在这里,还应该深深感谢“研究生教学用书”的作者、审阅者、组织者(华中科技大学研究生院的有关领导和工作人员)与出版者(华中科技大学出版社的编辑、校对及其全体同志);深深感谢对“研究生教学用书”的一切关心者与支持者,没有他们,就决不会有今天的“研究生教学用书”。

我们真挚祝愿,在我们举国上下,万众一心,深入贯彻落实科学发展观,努力全面建设小康社会,加速推进社会主义现代化,为实现中华民族伟大复兴,“芙蓉国里尽朝晖”这一壮丽事业中,让我们共同努力,为培养数以千万计高级专门人才,特别是一大批拔尖创新人才,完成历史赋予研究生教育的重大任务而作出应有的贡献。

谨为之序。

中国科学院院士
华中科技大学学术委员会主任
杨叔子
于华中科技大学

第一版前言

本教材系按原电子工业部(现信息产业部)的《1996—2000年全国电子信息类专业教材编审出版规划》,由全国通信工程专业教学指导委员会编审、推荐出版。本教材由华中理工大学姚天任教授担任主编,赵荣椿教授担任主审,阮秋琦教授担任责任编委。

本教材的参考学时数为54学时。教材的主要内容有:维纳滤波器和卡尔曼滤波器的原理和计算,自适应滤波器的理论、设计和应用,功率谱现代估计方法的基本理论和各种算法,同态信号处理技术及其应用,高阶谱分析理论和技术基础,小波变换的理论、方法和应用,人工神经网络的理论、方法和应用。为加深对基本概念和基本理论的理解、加强对基本方法和基本技能的掌握,本书第一章对现代信号处理理论及其数学基础进行了扼要的复习,又在各章末安排了相当数量的复习思考题和较多的习题。书中某些重要的数学推导过程和工程实用计算机程序在书末附录中给出。各章末列有重要参考文献,供读者进一步深入学习时参考。书中的重要名词术语的中英文索引也附在书末。

数字信号处理是一门理论和技术发展十分迅速、应用非常广泛的前沿交叉性学科。因此,在使用本教材时,要特别注意对基本概念、基本理论、基本方法和基本技能的掌握,在此基础上努力把理论和实际应用很好地结合起来,不断跟踪本学科和本应用领域的新发展。这样,才有可能在自己的工作中取得创造性的成果。

本教材第一章至第五章以及第七章由姚天任执笔,第六章和第八章由孙洪执笔编写。书末附录中的计算机程序由车忠志、向阳松、郭士奎、徐强、苏勇、江涛、王有伦、胡建兵等硕士和田金文博士编写,并在计算机上调试通过。李中捷博士和卢燕青硕士参加了书中插图的绘制。湖北省电信局廖仁斌副局长、湖北省数据局杨文鹏局长对本书的编写给予了关心和支持。作者的历届研究生为本书提出过许多宝贵意见。借此机会谨向以上同志表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限,书中难免还存在一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编者

1999年6月于武汉

第二版前言

本书第一版出版于1999年11月,入选教育部向全国推荐的研究生教学用书,被国内许多高校所采用,至今已重印12次。为适应信号与信息处理学科理论和技术日益获得广泛应用的新形势,参照多年来使用该教材的老师和研究生们反馈的意见,作者对本书第一版的内容做了全面修订,形成了现在与读者见面的第二版。

大多数理工科高等学校分别为本科生和研究生设置课程“数字信号处理”和“现代数字信号处理”。粗略地说,其课程内容是按照所要处理的信号和处理方法来划分的。具体说,前者针对离散时间确定性信号,而后者针对离散时间随机信号。因此,前者以数字信号处理学科的两大理支柱,即离散傅里叶变换和数字滤波器作为核心内容;而后者以自适应滤波器(维纳滤波器和卡尔曼滤波器可以看成是其基础)、功率谱估计、小波分析(一种最典型、最有力的时频分析方法)、同态信号处理、高阶谱分析,以及神经网络信号处理为主要内容。这正是本书第一版和第二版内容选材的主要参照。

本书第二版相对于第一版有以下改动:

(1) 从书的结构来看,删去了第一版中的第一章“基础知识”,而将其中的部分内容,加上新补充的内容,以及原书的部分附录组成了第二版的附录。

(2) 重写了“自适应滤波器”一章。对自适应滤波器的工作原理和均方误差进行了更系统的论述;最小均方(LMS)算法相关章节中,除了对算法推导、权矢量噪声和失调量进行讨论外,还增加了对LMS算法如何进行修正的内容;删去了自适应滤波器数字实现的内容。

(3) 重写了“功率谱估计”一章。增加了关于自相关序列估计和周期图计算理论和方法的讨论,这些是经典功率谱估计理论中的重要内容;对随机过程的参数模型及其相互关系进行了更深入的讨论;对AR谱估计的理论分析得更深入,计算方法更注意紧密联系工程实际。

(4) 重写了“小波分析”一章。首先介绍小波分析的基本概念和一般理论,接着把重点放在对多分辨率分析,以及Daubechies标准正交小波基和小波包等的理论、方法及其应用的深入讨论上。

(5) 对“同态信号处理”“高阶谱分析”和“神经网络信号处理”等3章的文字进行了修改。突出了用MATLAB作为工具解决现代数字信号处理技术应用问题的内容,因而删去了第1版附录中列出的一维和二维离散小波变换及其逆变换、二维离散正交小波变换及其逆变换的程序。

编者

2018年3月

目 录

第 1 章 维纳滤波器和卡尔曼滤波器	(1)
1.1 维纳滤波器的标准方程	(1)
1.2 维纳-霍夫方程的求解	(2)
1.2.1 FIR 维纳滤波器	(2)
1.2.2 非因果 IIR 维纳滤波器	(4)
1.2.3 因果 IIR 维纳滤波器	(5)
1.3 维纳滤波器的均方误差	(10)
1.4 互补维纳滤波器	(13)
1.5 卡尔曼滤波器	(14)
1.5.1 标量卡尔曼滤波器	(14)
1.5.2 向量卡尔曼滤波器	(19)
复习思考题	(23)
习题	(24)
第 2 章 自适应滤波器	(27)
2.1 自适应滤波器的工作原理	(27)
2.2 自适应滤波器的均方误差	(29)
2.2.1 自适应线性组合器	(29)
2.2.2 均方误差性能曲面	(31)
2.2.3 性能曲面的性质	(34)
2.2.4 最陡下降法	(37)
2.2.5 学习曲线和收敛速度	(39)
2.3 最小均方(LMS)算法	(43)
2.3.1 LMS 算法推导	(43)
2.3.2 权向量噪声	(49)
2.3.3 失调量	(50)
2.4 LMS 算法的修正	(54)
2.4.1 归一化 LMS 算法	(54)
2.4.2 相关 LMS 算法	(56)
2.4.3 泄漏 LMS 算法	(60)
2.4.4 符号 LMS 算法	(63)
2.5 IIR 递推结构自适应滤波器的 LMS 算法	(64)
2.6 递归最小二乘方(RSL)算法	(66)
2.7 最小二乘滤波器的矢量空间分析	(72)
2.7.1 最小二乘滤波问题的一般提法	(72)

2.7.2	投影矩阵和正交投影矩阵	(75)
2.7.3	时间更新	(77)
2.8	最小二乘格型(LSL)自适应算法	(79)
2.8.1	前向预测和后向预测	(79)
2.8.2	预测误差滤波器的格型结构	(82)
2.8.3	最小二乘格型(LSL)自适应算法推导	(83)
2.9	快速横向滤波(FTF)算法	(89)
2.9.1	FTF 算法涉及的 4 个横向滤波器	(89)
2.9.2	横向滤波算子的时间更新	(92)
2.9.3	FTF 自适应算法的时间更新关系	(94)
2.9.4	FTF 自适应算法流程	(100)
2.10	FTF 自适应算法用于系统辨识	(102)
2.11	采用归一化增益矢量的 FTF 自适应算法	(105)
2.12	自适应滤波器的应用	(111)
2.12.1	自适应系统模拟和辨识	(112)
2.12.2	系统的自适应逆向模拟	(113)
2.12.3	自适应干扰抵消	(114)
2.12.4	自适应预测	(115)
	复习思考题	(116)
	习题	(118)
第 3 章	功率谱估计	(121)
3.1	自相关序列的估计	(121)
3.2	周期图	(124)
3.2.1	周期图的两种计算方法和周期图的带通滤波器解释	(124)
3.2.2	周期图的性能	(126)
3.3	周期图方法的改进	(135)
3.3.1	修正周期图法:数据加窗	(135)
3.3.2	Bartlett 法:周期图平均	(138)
3.3.3	Welch 法:修正周期图的平均	(141)
3.3.4	Blackman-Tukey 法:周期图的加窗平滑	(143)
3.3.5	各种周期图计算方法的比较	(145)
3.4	随机过程的参数模型	(148)
3.4.1	概述	(148)
3.4.2	离散时间随机信号的有理传输函数模型	(149)
3.4.3	三种模型参数之间的关系	(152)
3.4.4	Yule-Walker 方程	(158)
3.4.5	模型选择	(164)
3.5	AR 谱估计的性质	(169)

3.5.1	AR 谱估计隐含着对自相关函数进行外推	(169)
3.5.2	AR 谱估计与最大熵谱估计等效	(171)
3.5.3	AR 过程的线性预测	(175)
3.5.4	谱平坦度最大的预测误差其平均功率最小	(178)
3.6	Levinson-Durbin 算法	(180)
3.6.1	Levinson-Durbin 算法的推导	(180)
3.6.2	格形滤波器	(184)
3.6.3	反射系数的性质	(187)
3.6.4	表示 $AR(p)$ 过程的三种等效参数	(191)
3.7	根据有限长观测数据序列估计 $AR(p)$ 模型参数	(195)
3.7.1	自相关法	(196)
3.7.2	协方差法	(198)
3.7.3	修正协方差法	(201)
3.7.4	Burg 法	(202)
3.7.5	四种 AR 谱估计方法比较	(204)
3.8	AR 谱估计应用中的几个实际问题	(209)
3.8.1	虚假谱峰、谱峰频率偏移和谱线分裂现象	(209)
3.8.2	噪声对 AR 谱估计的影响	(213)
3.8.3	AR 模型的稳定性和谱估计的一致性	(218)
3.8.4	AR 谱估计模型阶的选择	(219)
3.9	特征分解频率估计	(222)
3.9.1	数据子空间的特征分解和频率估计函数	(223)
3.9.2	Pisarenko 谐波分解方法	(228)
3.9.3	多信号分类 (MUSIC) 方法	(233)
	复习思考题	(236)
	习题	(238)
第 4 章	小波分析	(244)
4.1	窗口傅里叶变换——时频定位的概念	(244)
4.2	连续小波变换	(247)
4.3	尺度和时移参数的离散化	(252)
4.4	小波框架	(255)
4.4.1	框架的一般概念	(256)
4.4.2	小波框架	(260)
4.4.3	小波框架的对偶	(264)
4.5	标准正交小波基	(267)
4.6	多分辨率分析	(270)
4.6.1	多分辨率分析的基本概念	(270)
4.6.2	尺度函数 $\varphi(t)$ 和子空间 W_j	(272)

4.6.3	正交小波基的构造	(275)
4.6.4	正交小波基构造实例	(279)
4.6.5	多分辨率分析某些条件的放松	(282)
4.6.6	多分辨率分析的快速算法	(283)
4.6.7	多分辨率分析快速算法的实现	(285)
4.6.8	多分辨率分析的应用	(290)
4.7	Daubechies 标准正交小波基	(293)
4.7.1	两尺度关系和标准正交性的傅里叶表示	(293)
4.7.2	构造尺度函数的迭代方法	(296)
4.7.3	多项式 $P(z)$ 的构造	(301)
4.7.4	Daubechies 小波的分级	(305)
4.7.5	计算问题	(307)
4.7.6	二进点上的尺度函数	(309)
4.8	小波包	(311)
4.8.1	小波空间的进一步细分	(311)
4.8.2	小波包的定义	(312)
4.8.3	小波包的性质	(314)
4.8.4	小波包二叉树结构	(315)
4.8.5	小波包的计算	(317)
4.8.6	MATLAB 中的小波包函数	(321)
	复习思考题	(340)
	习题	(342)
第 5 章	同态信号处理	(348)
5.1	广义叠加原理	(348)
5.2	乘法同态系统	(349)
5.3	卷积同态系统	(351)
5.4	复倒谱定义	(353)
5.4.1	复对数的多值性问题	(353)
5.4.2	$\hat{X}(z)$ 的解析性问题	(353)
5.5	复倒谱的性质	(354)
5.6	复倒谱的计算方法	(355)
5.6.1	按复倒谱定义计算	(355)
5.6.2	最小相位序列的复倒谱的计算	(357)
5.6.3	复对数求导数算法	(359)
5.6.4	递推计算方法	(361)
	复习思考题	(362)
	习题	(362)
第 6 章	高阶谱分析	(365)
6.1	三阶相关和双谱的定义及其性质	(365)
6.2	累量和多谱的定义及其性质	(368)

6.2.1 随机变量的累量	(368)
6.2.2 随机过程的累量	(370)
6.2.3 多谱的定义	(370)
6.2.4 累量和多谱的性质	(371)
6.3 累量和多谱估计	(374)
6.4 基于高阶谱的相位谱估计	(375)
6.5 基于高阶谱的模型参数估计	(377)
6.5.1 AR 模型参数估计	(377)
6.5.2 MA 模型参数估计	(379)
6.5.3 ARMA 模型参数估计	(381)
6.6 利用高阶谱确定模型的阶	(382)
6.7 多谱的应用	(384)
复习思考题	(386)
习题	(386)
第 7 章 神经网络信号处理	(388)
7.1 神经网络模型	(388)
7.1.1 生物神经元及其模型	(388)
7.1.2 人工神经网络模型	(391)
7.1.3 神经网络的学习方式	(396)
7.2 多层前向网络及其学习算法	(398)
7.2.1 单层前向网络的分类能力	(398)
7.2.2 多层前向网络的非线性映射能力	(399)
7.2.3 权值计算——矢量外积算法	(400)
7.2.4 有导师学习法——误差修正法	(401)
7.3 反馈网络及其能量函数	(407)
7.3.1 非线性动态系统的稳定性	(408)
7.3.2 离散型 Hopfield 单层反馈网络	(409)
7.3.3 连续型 Hopfield 单层反馈网络	(413)
7.3.4 随机型和复合型反馈网络	(417)
7.4 自组织神经网络	(421)
7.4.1 自组织聚类	(421)
7.4.2 自组织特征映射	(425)
7.4.3 自组织主元分析	(430)
7.5 神经网络在信号处理中的应用	(432)
复习思考题	(434)
习题	(435)
附录 A 离散时间随机信号	(440)
A.1 随机变量的统计性质	(440)
A.2 离散时间随机信号	(441)

A.3	离散时间随机信号的相关序列和协方差序列	(442)
A.4	遍历性离散时间随机信号	(443)
A.5	相关序列和协方差序列的性质	(443)
A.6	功率谱	(444)
A.7	离散时间随机信号通过线性非移变系统	(445)
附录 B	相关抵消和矢量空间中的正交投影	(446)
B.1	相关抵消	(446)
B.2	正交分解定理	(447)
B.3	正交投影定理和 Gram-Schmidt 正交化	(449)
附录 C	全通滤波器和最小相位滤波器	(452)
C.1	全通滤波器	(452)
C.2	最小相位滤波器	(453)
C.3	非最小相位 IIR 滤波器的分解	(455)
附录 D	谱分解定理	(457)
D.1	谱分解定理	(457)
D.2	Wold 分解定理	(458)
附录 E	离散时间随机信号的参数模型	(460)
附录 F	矩阵的特征分解和线性方程组的求解	(462)
F.1	线性代数基础	(462)
F.2	几个重要定理	(465)
F.3	矩阵的特征分解	(465)
F.4	线性方程组的求解	(467)
F.5	二次函数和 Hermitian 函数最小化	(468)
附录 G	累量和奇异值分解	(471)
G.1	累量与矩的关系	(471)
G.2	随机信号通过线性系统后的累量	(472)
G.3	奇异值分解	(473)
附录 H	神经网络的学习算法	(474)
H.1	离散型误差修正学习算法的收敛性	(474)
H.2	离散型单元的学习算法	(475)
H.3	S 型单元的 LMS 算法	(475)
H.4	多层前向网络的 BP 学习算法	(475)
H.5	多层前向网络的模拟退火算法	(476)
参考文献	(477)

第 1 章 维纳滤波器和卡尔曼滤波器

在许多实际应用中,人们往往无法直接获得所需要的有用信号,能够观测到的是退化了的或失真了的有用信号。例如,在传输或测量信号 $s(n)$ 时,由于存在信道噪声或测量噪声 $v(n)$,所以接收或测量到的数据 $x(n)$ 将与 $s(n)$ 不同。为了从 $x(n)$ 中提取或恢复原始信号 $s(n)$,需要设计一种滤波器对 $x(n)$ 进行滤波,使它的输出 $\hat{s}(n)$ 尽可能逼近 $s(n)$,成为 $s(n)$ 的最佳估计。这种滤波器称为最佳滤波器。设计最佳滤波器时,要求已知信号和噪声的统计特性。

设 $s(n)$ 是某平稳随机过程的一个取样序列,该随机过程的自相关函数或功率谱密度函数是已知的或能够由 $s(n)$ 估计出来的。又设噪声 $v(n)$ 是加性的,即 $x(n) = s(n) + v(n)$,且是平稳随机噪声,其功率谱也已知。这样,设计最佳滤波器的问题便归结如下:已知信号 $s(n)$ 和噪声 $v(n)$ 的功率谱,设计一数字滤波器,当 $x(n)$ 作输入时,滤波器的输出 $\hat{s}(n)$ 逼近 $s(n)$,这里, $\hat{s}(n)$ 表示 $s(n)$ 的最佳估计。

如果 $s(n)$ 和 $v(n)$ 的谱在频域上是分离的,那么设计一个具有恰当频率特性的线性滤波器即能有效抑制噪声并提取信号,这就是经典数字信号处理理论中详细讨论过的数字滤波器的设计问题。但是,如果 $s(n)$ 和 $v(n)$ 的谱相互有重叠,问题就要复杂得多,这就是本章要讨论的情况。

一般而言,这是信号的最佳估计问题。所谓“最佳”,是以一定的准则来衡量的。通常有四条准则:最大后验准则,最大似然准则,均方准则,线性均方准则。本章讨论的维纳滤波器和卡尔曼滤波器,采用的是线性均方准则,它们是最佳滤波理论中的一个特殊分支,一般广义地统称为最小二乘方滤波。严格来说,这种称呼过于简单,因为这类滤波器实际上使用的是最小均方误差准则,将其称为线性最小均方误差滤波 (Linear Minimum Mean-Square Error Filtering) 更为贴切。不过,这个名字太长,所以习惯上便把它归入最小二乘方滤波理论进行讨论。

1.1 维纳滤波器的标准方程

维纳滤波器是一个线性时不变系统,设其冲激响应为 $h(n)$,输入为 $x(n) = s(n) + v(n)$,输出为 $\hat{s}(n)$,则有

$$\hat{s}(n) = \sum_i h(i)x(n-i) \quad (1.1.1)$$

式中,冲激响应 $h(i)$ 按最小均方误差准则确定,该准则表示为

$$\xi(n) = E[e^2(n)] = \min \quad (1.1.2)$$

其中, $e(n)$ 是估计误差,定义为

$$e(n) = s(n) - \hat{s}(n) \quad (1.1.3)$$

式(1.1.1)中没有指定 i 的取值范围,是为了使该式适应 FIR、因果 IIR 和非因果 IIR 等不同情况。

为了按式(1.1.2)所示的最小均方误差准则来确定维纳滤波器的冲激响应,令 $\xi(n)$ 对

$h(j)$ 的导数等于零,即

$$\frac{\partial \xi(n)}{\partial h(j)} = 2E \left[e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial h(j)} \right] = -2E[e(n)x(n-j)] = 0$$

由此得到

$$E[e(n)x(n-j)] = 0, \quad \forall j \quad (1.1.4)$$

上式称为正交方程,它表明任何时刻的估计误差都与用于估计的所有数据(即滤波器的输入)正交。

将式(1.1.3)和式(1.1.1)代入正交方程(1.1.4),得

$$R_{rs}(m) = \sum_i h(i)R_{xx}(m-i), \quad \forall m \quad (1.1.5)$$

式中, $R_{rs}(m)$ 是 $x(n)$ 与 $s(n)$ 的互相关函数, $R_{xx}(m)$ 是 $x(n)$ 的自相关函数,分别定义为

$$R_{rs}(m) = E[x(n)s(n+m)]$$

$$R_{xx}(m) = E[x(n)x(n+m)]$$

式(1.1.5)称为维纳滤波器的标准方程或维纳-霍夫(Wiener-Hopf)方程。如果已知 $R_{rs}(m)$ 和 $R_{xx}(m)$,那么解此方程即可求得维纳滤波器的冲激响应。

式(1.1.5)所示标准方程右端的求和范围即 i 的取值范围没有具体标明,实际上有三种情况:

- (1) 有限冲激响应(FIR)维纳滤波器, i 从0到 $N-1$ 取有限个整数值。
- (2) 非因果无限冲激响应(非因果IIR)维纳滤波器, i 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 取所有整数值。
- (3) 因果无限冲激响应(因果IIR)维纳滤波器, i 从0到 $+\infty$ 取正整数值。

上述三种情况下标准方程的求解方法不同,下节将加以讨论。

维纳滤波器有以下三种用途:

(1) 过滤。用 n 时刻及以前的数据来估计 n 时刻的信号,它是一个因果系统,前面讨论的就是这种情况。

(2) 平滑。用全部数据(过去的以及未来的)来估计 n 时刻的信号,这是一个非因果系统,常用于脱线处理。

(3) 预测。用 n 时刻及以前的共 p 个数据来估计未来某时刻 $n-M$ 的信号,一般称 $M=1$ 的情况为 p 阶线性预测。

1.2 维纳-霍夫方程的求解

维纳滤波器的设计和计算问题可归结为根据已知的 $R_{rs}(m)$ 和 $R_{xx}(m)$ 求解维纳-霍夫方程,以得到冲激响应或传输函数,方程中求和的范围不同,其求解方法就不同。下面分别予以讨论。

1.2.1 FIR 维纳滤波器

设滤波器冲激响应序列的长度为 N ,冲激响应矢量为

$$\mathbf{h} = [h(0) \quad h(1) \quad \cdots \quad h(N-1)]^T \quad (1.2.1)$$

滤波器输入数据矢量为

$$\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad \cdots \quad x(n-N+1)]^T \quad (1.2.2)$$

则滤波器的输出为

$$\hat{s}(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{h} = \mathbf{h}^T \mathbf{x}(n) \quad (1.2.3)$$

这样,式(1.1.5)所示的维纳-霍夫方程可写成

$$\mathbf{P}^T = \mathbf{h}^T \mathbf{R} \quad \text{或} \quad \mathbf{P} = \mathbf{R} \mathbf{h} \quad (1.2.4)$$

其中,

$$\mathbf{P} = E[\mathbf{x}(n)s(n)] \quad (1.2.5)$$

是 $x(n)$ 与 $s(n)$ 的互相关函数,它是一个 N 维列矢量; \mathbf{R} 是 $\mathbf{x}(n)$ 的自相关函数,是 N 阶方阵

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)] \quad (1.2.6)$$

若 \mathbf{R} 的逆矩阵存在,则式(1.2.4)的解为

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P} \quad (1.2.7)$$

式(1.2.7)中,下标“opt”表示“最佳”。利用矩阵 \mathbf{R} 的对称 Toeplitz 性质,可以推导出式(1.2.4)的高效解法,这个问题将在第3章讨论。

将式(1.2.7)、式(1.2.6)和式(1.2.5)代入式(1.2.3),并利用矩阵 \mathbf{R} 的性质

$$(\mathbf{R}^{-1})^T = (\mathbf{R}^T)^{-1} = \mathbf{R}^{-1} \quad (1.2.8)$$

得到 FIR 维纳滤波器的输出

$$\hat{s}(n) = \mathbf{P}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} = E[s(n)\mathbf{x}^T(n)] E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)]^{-1} \mathbf{x}(n) \quad (1.2.9)$$

式(1.2.9)表明,维纳滤波器的输出 $\hat{s}(n)$ 是信号 $s(n)$ 在输入数据子空间 $\mathbf{x}(n)$ 上的正交投影,因而在均方误差最小的意义上 $\hat{s}(n)$ 是 $s(n)$ 的最佳估计。在附录 B 中,相关抵消的出发点是要求 $e(n)$ 与 $\mathbf{x}(n)$ 正交(或不相关),结果得到由式(B.1.12)确定的变换矩阵 \mathbf{H} ;现在设计 FIR 维纳滤波器的出发点是要求均方误差最小,得到由式(1.2.7)确定的滤波器冲激响应。这两个结果实质上完全等效,正交投影定理说明了这种等效关系。

例 1.2.1 已知一平稳随机信号 $s(n)$ 的自相关序列

$$R_{ss}(m) = \alpha^{|m|}, \quad -\infty \leq m \leq \infty$$

式中, $0 < \alpha < 1$ 。在观察或测量时存在噪声,因而测量数据为

$$x(n) = s(n) + v(n)$$

其中, $v(n)$ 是方差为 σ_v^2 且与 $s(n)$ 不相关的白噪声。设计一个 1 阶 FIR 维纳滤波器来抑制测量噪声,求滤波器的最佳冲激响应和最小均方误差。

解 考虑到 $v(n)$ 是与 $s(n)$ 不相关的方差为 σ_v^2 的白噪声,容易求出 $x(n)$ 的自相关函数为

$$\begin{aligned} R_{xx}(m) &= E[x(n)x(n+m)] = E\{[s(n)+v(n)][s(n+m)+v(n+m)]\} \\ &= E[s(n)s(n+m)] + E[v(n)v(n+m)] = R_{ss}(m) + R_{vv}(m) \\ &= \alpha^{|m|} + \sigma_v^2 \delta(m) \end{aligned}$$

$x(n)$ 与 $s(n)$ 的互相关函数为

$$\begin{aligned} R_{xs}(m) &= E[x(n)s(n+m)] = E\{[s(n)+v(n)]s(n+m)\} = E[s(n)s(n+m)] \\ &= R_{ss}(m) = \alpha^{|m|} \end{aligned}$$

设 1 阶 FIR 维纳滤波器的冲激响应矢量 $\mathbf{h} = [h(0) \quad h(1)]^T$,因此在式(1.2.4)所示的维纳-霍夫方程中, $\mathbf{x}(n)$ 的自相关函数为

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 & \alpha \\ \alpha & 1 + \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

$s(n)$ 与 $\mathbf{x}(n)$ 的互相关函数为

$$\mathbf{P} = [R_{xs}(0) \quad R_{xs}(1)]^T = [1 \quad \alpha]^T$$

由于

$$\mathbf{R}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 & \alpha \\ \alpha & 1 + \sigma_v^2 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(1 + \sigma_v^2)^2 - \alpha^2} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 & -\alpha \\ -\alpha & 1 + \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

所以,由式(1.2.7)得到 1 阶 FIR 维纳滤波器的冲激响应

$$\begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + \sigma_v^2)^2 - \alpha^2} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 & -\alpha \\ -\alpha & 1 + \sigma_v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha \end{bmatrix} = \frac{1}{(1 + \sigma_v^2)^2 - \alpha^2} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 - \alpha^2 \\ \alpha \sigma_v^2 \end{bmatrix}$$

由式(1.2.9)计算滤波器的输出

$$\hat{s}(n) = \frac{\begin{bmatrix} 1 & \alpha \end{bmatrix}}{(1 + \sigma_v^2)^2 - \alpha^2} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_v^2 & -\alpha \\ -\alpha & 1 + \sigma_v^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \end{bmatrix} = x(n) + \frac{\sigma_v^2}{(1 + \sigma_v^2)^2 - \alpha^2} x(n-1)$$

1.2.2 非因果 IIR 维纳滤波器

非因果 IIR 维纳滤波器的维纳-霍夫方程为

$$R_{xs}(m) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h(i)R_{xx}(m-i), \quad -\infty \leq m \leq \infty \quad (1.2.10)$$

利用 z 变换求解式(1.2.10)是最简单的方法。具体来说,计算式(1.2.10)的 z 变换,得到

$$S_{xs}(z) = H(z)S_{xx}(z) \quad (1.2.11)$$

式中, $S_{xs}(z)$ 、 $S_{xx}(z)$ 和 $H(z)$ 分别是 $R_{xs}(m)$ 、 $R_{xx}(m)$ 和 $h(n)$ 的 z 变换,即

$$S_{xs}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xs}(m)z^{-m} \quad (1.2.12)$$

$$S_{xx}(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_{xx}(m)z^{-m} \quad (1.2.13)$$

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)z^{-n} \quad (1.2.14)$$

如果给定 $x(n)$ 与 $s(n)$ 的互功率谱 $S_{xs}(z)$ 、 $x(n)$ 的自功率谱 $S_{xx}(z)$, 则可直接利用式(1.2.11)求出非因果 IIR 维纳滤波器的传输函数的最佳值

$$H_{\text{opt}}(z) = \frac{S_{xs}(z)}{S_{xx}(z)} \quad (1.2.15)$$

用式(1.2.15)求出的传输函数是一个有理函数。

例 1.2.2 设一个平稳随机信号 $s(n)$ 的功率谱为

$$S_{ss}(z) = \frac{\sigma_s^2}{(1 - \alpha z^{-1})(1 - \alpha z)}$$

测量数据为 $x(n) = s(n) + v(n)$, 其中 $v(n)$ 是均值为 0 和方差为 σ_v^2 的白噪声, 已知 $v(n)$ 与 $s(n)$ 不相关。设计一个非因果 IIR 维纳滤波器从 $x(n)$ 中提取 $s(n)$ 。求滤波器的传输函数 $H_{\text{opt}}(z)$; 设 $\sigma_s^2 = \sigma_v^2 = 0.25$, $\alpha = 0.5$, 求滤波器的冲激响应 $h_{\text{opt}}(n)$ 。

解 因为 $v(n)$ 与 $s(n)$ 不相关, 所以有 $S_{sv}(z) = 0$, 于是得到

$$S_{xs}(z) = S_{(s+v)s}(z) = S_{ss}(z) + S_{sv}(z) = S_{ss}(z) \quad (1.2.16)$$

$$S_{xx}(z) = S_{(s+v)(s+v)}(z) = S_{ss}(z) + 2S_{sv}(z) + S_{vv}(z) = S_{ss}(z) + S_{vv}(z) \quad (1.2.17)$$

其中, $S_{vv}(z) = \sigma_v^2$ 是白噪声 $v(n)$ 的功率谱。

利用式(1.2.15)计算非因果 IIR 维纳滤波器的传输函数

$$H_{\text{opt}}(z) = \frac{S_{xs}(z)}{S_{xx}(z)} = \frac{S_{ss}(z)}{S_{ss}(z) + S_{vv}(z)} = \frac{\frac{\sigma_s^2}{(1 - \alpha z^{-1})(1 - \alpha z)}}{\frac{\sigma_s^2}{(1 - \alpha z^{-1})(1 - \alpha z)} + \sigma_v^2} = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_s^2 + \sigma_v^2(1 - \alpha z^{-1})(1 - \alpha z)}$$