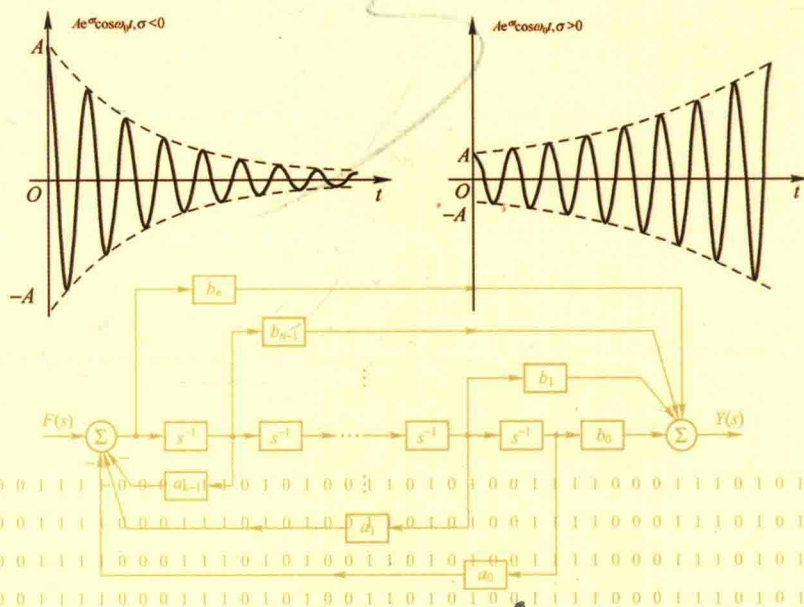


21 世纪高职高专规划教材 **机电系列**

# 信号与系统

陈后金 胡健 薛健 编著



清华大学出版社

● 北京交通大学出版社

21 世纪高职高专规划教材·机电系列

# 信号与系统

陈后金 胡 健 薛 健 编著



清华大学出版社

北京交通大学出版社

·北京·

## 内 容 简 介

本书主要阐述确定性信号的时域分析和频域分析,线性时不变系统的描述与特性,以及信号通过线性时不变系统的时域分析与变换域分析,并简要介绍了信号与系统的基本理论和方法在通信系统中的应用。本书根据信息科学与技术发展趋势,结合近年来教学改革的成果,按照连续和离散并行、先时域后变换域的结构体系,对课程的内容做了较大幅度的更新。从信号表示的视角阐述信号的变换,进而引入相应的系统描述,通过分析系统响应揭示信号作用于系统的内在机理,突出了信号变换的数学概念和工程概念,引入 MATLAB 作为信号与系统分析的工具,淡化了繁杂的计算。

本书可作为高职高专电子信息工程、通信工程、信息工程、自动化、计算机等专业的教材,也可供有关科技工作者自学参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与系统/陈后金,胡健,薛健编著. —北京:北京交通大学出版社:清华大学出版社, 2018.7

ISBN 978-7-5121-3521-5

I. ①信… II. ①陈… ②胡… ③薛… III. ①信号系统-高等学校-教材  
IV. ①TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 056953 号

## 信号与系统

XINHAO YU XITONG

责任编辑:韩乐 严慧明

出版发行:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969 <http://www.tup.com.cn>

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414 <http://www.bjtu.com.cn>

印刷者:北京时代华都印刷有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185 mm × 260 mm 印张:19.75 字数:500 千字

版 次:2018年7月第1版 2018年7月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5121-3521-5/TN·117

印 数:1~3 000 册 定价:43.00 元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: [press@bjtu.edu.cn](mailto:press@bjtu.edu.cn)。

## 出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，它的根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业技能，因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全中国范围内组织并成立了“21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21世纪高职高专规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对列选教材进行审定。

目前，“教材研究与编审委员会”计划用2~3年的时间出版各类高职高专教材200种，范围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，其中部分教材是教育部《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教材编写按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；适应“实践的要求和岗位的需要”，不依照“学科”体系，即贴近岗位，淡化学科；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的面面俱到，基础理论以应用为目的，以必要、够用为度；尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们希望全国从事高职高专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来，推荐“教材编审委员会”成员和有特色、有创新的教材。同时，希望将教学实践中的意见与建议及时反馈给我们，以便对已出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联合出版，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院使用。

21 世纪高职高专规划教材·机电系列  
编审委员会成员名单

主任委员	陈后金	李兰友	边奠英		
副主任委员	周学毛	崔世钢	王学彬	丁桂芝	赵伟
委	韩瑞功	汪志达			
员					
	万志平	万振凯	马春荣	马辉	丰继林
	王一曙	王永平	王建明	尤晓晔	尹绍宏
	左文忠	叶伟	叶华	叶建波	付晓光
	付慧生	冯平安	江中	刘炜	刘建民
	刘晶	刘颖	曲建民	孙培民	邢素萍
	华铨平	吕新平	佟立本	陈国震	陈小东
	陈月波	陈跃安	李长明	李可	李志奎
	李琳	李源生	李群明	李静东	邱希春
	沈才梁	宋维堂	汪繁	吴学毅	张文明
	张宝忠	张家超	张琦	金忠伟	林长春
	林文信	罗春红	苗长云	竺士蒙	周智仁
	孟德欣	柏万里	宫国顺	柳炜	钮静
	胡敬佩	姚策	赵英杰	高福成	贾建军
	徐建俊	殷兆麟	唐健	黄斌	章春军
	曹豫莪	程琪	韩广峰	韩其睿	韩劼
	裘旭光	童爱红	谢婷	曾瑶辉	管致锦
	熊锡义	潘玫玫	薛永三	操静涛	鞠洪尧

# 前 言

我校“信号与系统”课程2003年被评为首批国家精品课程，2016年被认定为国家精品课程资源共享课程 ([http://www.icourses.cn/sCourse/course\\_3343.html](http://www.icourses.cn/sCourse/course_3343.html))。建成了信号与系统慕课(MOOC)，并在中国大学MOOC平台免费开放 (<https://www.icourse163.org/course/NJTU-359003>)，该慕课2017年被评为首批国家精品在线开放课程。该教材具有以下特色。

1. 在教育思想上，符合学生的认知规律，体现教材不仅是知识的载体，也是思维方法和认知过程的载体。人类学习的过程既是知识获取，也是认知能力提升和综合素质培养的过程。教材不应只展现静态的知识，应能够展现科学的思维方法和认知过程。

2. 在教材体系上，改变传统的电路与系统课程体系，建立了信号与系统、数字信号处理的新体系。先时域分析再变换域分析，侧重时域分析与变换域分析的相互关系以及各自的适用范畴。先信号分析再系统分析，突出信号分析是系统分析的基础，因为只有通过信号分析确定其特征，才能正确选择和设计相应的系统，对信号进行有效的处理。

3. 在教学内涵上，淡化传统的“系统响应”和“三大变换”的计算，突出“信号表示”和“系统描述”的教学内涵。基于“信号表示”和“系统描述”，揭示了信号和系统在时域和变换域的作用机理，得到了不同域中输入、输出、系统之间的内在关系，为信号分析和系统设计奠定理论基础。

本书由陈后金、胡健、薛健编著。课程组黄琳琳、陶丹、李艳凤、彭亚辉等老师提供了许多素材，作者在此表示衷心的感谢。

限于水平，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。

作者  
2018年4月  
于北京交通大学

# 目 录

第 1 章 信号与系统分析导论 .....	(1)
1.1 信号的描述及分类 .....	(1)
1.1.1 信号的定义与描述 .....	(1)
1.1.2 信号的分类和特性 .....	(2)
1.2 系统的描述及分类 .....	(4)
1.2.1 系统的数学模型 .....	(5)
1.2.2 系统的分类 .....	(6)
1.2.3 系统联结 .....	(12)
1.3 信号与系统分析概述 .....	(12)
1.3.1 信号与系统分析的基本内容与方法 .....	(12)
1.3.2 信号与系统理论的应用 .....	(14)
习题 .....	(15)
第 2 章 信号的时域分析 .....	(18)
2.1 连续时间信号 .....	(18)
2.1.1 典型普通信号 .....	(19)
2.1.2 奇异信号 .....	(22)
2.2 离散时间信号 .....	(28)
2.2.1 离散时间信号的表示 .....	(28)
2.2.2 基本离散序列 .....	(29)
2.3 连续时间信号的基本运算 .....	(33)
2.4 离散时间信号的基本运算 .....	(39)
2.5 确定信号的时域分解 .....	(42)
2.6 确定信号的时域表示 .....	(44)
2.7 利用 MATLAB 进行信号的时域分析 .....	(46)
2.7.1 连续信号的 MATLAB 表示 .....	(46)
2.7.2 离散信号的 MATLAB 表示 .....	(47)
2.7.3 信号基本运算的 MATLAB 实现 .....	(49)
习题 .....	(51)
MATLAB 习题 .....	(55)
第 3 章 系统的时域分析 .....	(57)
3.1 线性时不变系统的描述及其特性 .....	(57)

3.1.1	连续时间系统的数学描述	(57)
3.1.2	离散时间系统的数学描述	(59)
3.1.3	线性时不变系统	(60)
3.2	连续时间 LTI 系统的响应	(62)
3.2.1	经典时域分析方法	(62)
3.2.2	连续时间 LTI 系统的零输入响应	(64)
3.2.3	连续时间 LTI 系统的零状态响应	(66)
3.3	连续时间 LTI 系统的单位冲激响应	(67)
3.4	卷积积分	(68)
3.4.1	卷积的计算	(69)
3.4.2	卷积的性质	(72)
3.4.3	奇异信号的卷积	(73)
3.5	离散时间 LTI 系统的响应	(74)
3.5.1	迭代法	(75)
3.5.2	经典法求解差分方程	(75)
3.5.3	离散时间 LTI 系统的零输入响应	(77)
3.5.4	离散时间 LTI 系统的零状态响应	(78)
3.6	离散时间 LTI 系统的单位脉冲响应	(78)
3.7	序列卷积和	(80)
3.7.1	序列卷积和的图形计算	(80)
3.7.2	列表法计算序列卷积和	(82)
3.7.3	序列卷积和的性质	(83)
3.8	冲激响应表示的系统特性	(84)
3.8.1	级联系统的冲激响应	(84)
3.8.2	并联系统的冲激响应	(85)
3.8.3	因果系统	(86)
3.8.4	稳定系统	(87)
3.9	利用 MATLAB 进行系统的时域分析	(88)
	习题	(94)
	MATLAB 习题	(99)
<b>第 4 章</b>	<b>周期信号的频域分析</b>	<b>(101)</b>
4.1	连续周期信号的傅里叶级数	(101)
4.1.1	周期信号的频域表示	(101)
4.1.2	指数形式的傅里叶级数	(102)
4.1.3	三角形式的傅里叶级数	(104)
4.1.4	傅里叶级数的收敛	(106)
4.1.5	信号的对称性与傅里叶系数的关系	(107)
4.2	连续周期信号的频谱	(109)
4.2.1	周期信号频谱的概念	(109)



4.2.2	相位谱的作用	(112)
4.2.3	信号的有效带宽	(113)
4.2.4	周期信号的功率谱	(113)
4.3	连续时间傅里叶级数的基本性质	(115)
4.4	离散周期信号的频域分析	(118)
4.4.1	周期序列的离散傅里叶级数及其频谱	(118)
4.4.2	DFS 的基本性质	(120)
4.5	周期信号频域分析的 MATLAB 实现	(122)
	习题	(125)
	MATLAB 习题	(128)
<b>第 5 章</b>	<b>非周期信号的频域分析</b>	<b>(130)</b>
5.1	连续非周期信号的频谱	(130)
5.2	常见连续信号的频谱	(134)
5.2.1	常见非周期信号的频谱	(134)
5.2.2	常见周期信号的频谱	(137)
5.3	连续时间傅里叶变换的性质	(139)
5.4	离散非周期信号的频谱	(150)
5.5	离散时间傅里叶变换的主要性质	(152)
5.6	非周期信号频域分析的 MATLAB 实现	(155)
	习题	(157)
	MATLAB 习题	(161)
<b>第 6 章</b>	<b>系统的频域分析</b>	<b>(163)</b>
6.1	连续非周期信号通过 LTI 系统响应的频域分析	(163)
6.1.1	连续时间 LTI 系统的频率响应	(163)
6.1.2	微分方程描述的连续 LTI 系统的响应	(165)
6.1.3	电路系统的响应	(167)
6.2	连续周期信号通过 LTI 系统响应的频域分析	(168)
6.2.1	正弦型信号通过系统的响应	(168)
6.2.2	任意周期信号通过系统的响应	(168)
6.3	无失真传输系统与理想滤波器	(169)
6.3.1	无失真传输系统	(169)
6.3.2	理想滤波器	(171)
6.4	信号的抽样与重建	(175)
6.4.1	信号的时域抽样	(175)
6.4.2	信号的重建	(179)
6.5	离散时间 LTI 系统的频域分析	(180)
6.6	频域分析在通信中的应用	(181)
6.6.1	抑制载波幅度调制	(182)
6.6.2	同步解调	(183)

6.7 利用 MATLAB 进行系统的频域分析	(186)
习题	(190)
MATLAB 习题	(193)
<b>第7章 连续时间信号与系统的复频域分析</b>	<b>(195)</b>
7.1 连续时间信号的复频域分析	(195)
7.1.1 拉普拉斯变换	(195)
7.1.2 单边拉普拉斯变换的收敛域	(196)
7.1.3 常用信号的单边拉普拉斯变换	(198)
7.1.4 单边拉普拉斯变换的性质	(199)
7.1.5 单边拉普拉斯反变换	(207)
7.2 连续时间 LTI 系统响应的复频域分析	(210)
7.2.1 微分方程的复频域求解	(210)
7.2.2 电路的复频域模型	(212)
7.3 连续时间 LTI 系统的系统函数与系统特性	(213)
7.3.1 系统函数	(213)
7.3.2 系统函数的零极点分布	(215)
7.3.3 系统函数与系统特性的关系	(216)
7.4 连续时间 LTI 系统的模拟	(220)
7.4.1 连续系统的联结	(220)
7.4.2 连续系统的模拟	(221)
7.5 利用 MATLAB 进行连续系统的复频域分析	(225)
7.5.1 利用 MATLAB 实现部分分式展开	(225)
7.5.2 $H(s)$ 的零极点与系统特性的 MATLAB 计算	(227)
习题	(228)
MATLAB 习题	(232)
<b>第8章 离散时间信号与系统的 <math>z</math> 域分析</b>	<b>(234)</b>
8.1 离散时间信号的 $z$ 域分析	(234)
8.1.1 单边 $z$ 变换	(234)
8.1.2 常用因果序列的单边 $z$ 变换	(236)
8.1.3 单边 $z$ 变换的主要性质	(237)
8.1.4 单边 $z$ 反变换	(243)
8.2 离散时间 LTI 系统响应的 $z$ 域分析	(246)
8.3 离散时间 LTI 系统的系统函数与系统特性	(247)
8.3.1 系统函数	(247)
8.3.2 系统函数的零极点分布与系统时域特性的关系	(249)
8.3.3 系统函数的零极点分布与系统频率响应的关系	(250)
8.3.4 系统函数的零极点分布与系统稳定性的关系	(253)
8.4 离散时间 LTI 系统的模拟	(253)
8.4.1 离散系统的联结	(253)

8.4.2 离散系统的模拟 .....	(255)
8.5 利用 MATLAB 进行离散系统的 $z$ 域分析 .....	(257)
8.5.1 部分分式展开的 MATLAB 实现 .....	(257)
8.5.2 MATLAB 计算 $H(z)$ 的零极点与系统特性 .....	(258)
习题 .....	(260)
MATLAB 习题 .....	(263)
<b>第 9 章 系统的状态变量分析</b> .....	(265)
9.1 引言 .....	(265)
9.2 连续时间 LTI 系统状态方程的建立 .....	(266)
9.2.1 连续时间系统状态方程的普遍形式 .....	(266)
9.2.2 由电路图建立状态方程 .....	(267)
9.2.3 由微分方程建立状态方程 .....	(269)
9.2.4 由系统模拟框图建立状态方程 .....	(269)
9.3 连续时间 LTI 系统状态方程的求解 .....	(274)
9.3.1 状态方程的时域求解 .....	(274)
9.3.2 状态方程的变换域求解 .....	(276)
9.4 状态矢量的线性变换 .....	(278)
9.5 系统的可控制性和可观测性 .....	(282)
9.6 离散时间 LTI 系统的状态方程 .....	(285)
9.6.1 离散时间系统的状态方程的一般形式 .....	(285)
9.6.2 由差分方程建立状态方程 .....	(286)
9.6.3 由系统模拟框图或系统函数建立状态方程 .....	(286)
9.7 离散时间 LTI 系统状态方程的求解 .....	(289)
9.7.1 状态方程的时域求解 .....	(289)
9.7.2 状态方程的变换域求解 .....	(290)
9.8 利用 MATLAB 实现系统的状态变量分析 .....	(293)
9.8.1 系统函数到状态方程的转换 .....	(293)
9.8.2 系统函数矩阵的计算 .....	(293)
9.8.3 利用 MATLAB 求解连续时间 LTI 系统的状态方程 .....	(294)
9.8.4 利用 MATLAB 求解离散时间 LTI 系统的状态方程 .....	(295)
习题 .....	(296)
<b>参考文献</b> .....	(302)

# 第 1 章 信号与系统分析导论

**内容提要:** 本章介绍了信号与系统的基本概念, 以及信号与系统的分类与特性, 重点讨论线性系统和时不变系统的特性, 并以此为基础介绍信号与系统分析的基本内容和方法。

## 1.1 信号的描述及分类

### 1.1.1 信号的定义与描述

“信号”一词在人们的日常生活与社会活动中有着广泛的含义。严格地说, 信号是指消息的表现形式与传送载体, 而消息则是信号的具体内容。但是, 消息的传送一般都不是直接的, 而需借助某种物理量作为载体。例如通过声、光、电等物理量的变化形式来表示和传送消息。因此, 信号可以广义地定义为随一些参数变化的某种物理量。在数学上, 信号可以表示为一个或多个变量的函数。例如: 语音信号是空气压力随时间变化的函数  $f(t)$ , 图 1-1 所示为语音信号“你好”的波形; 图 1-2 所示的静止单色图像是亮度随空间位置变化的函数  $B(x,y)$ 。而静止的彩色图像则是三基色红 (red)、绿 (green)、蓝 (blue) 随空间位置变化的函数  $I(x,y) = [I_R(x,y), I_G(x,y), I_B(x,y)]$ 。

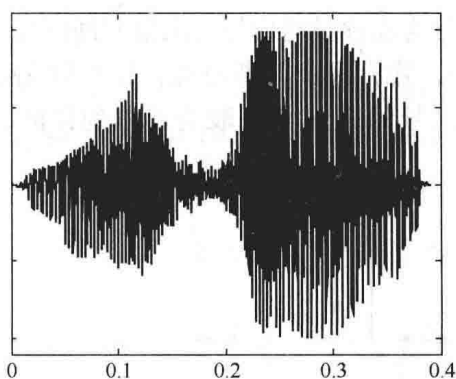


图 1-1 语音信号



图 1-2 静止单色图像

在可以作为信号的诸多物理量中, 电是应用最广的物理量。因为电易于产生与控制, 传输速率快, 也容易实现与非电量的相互转换。因此, 本课程主要讨论电信号。电信号通常是随时间变化的电压或电流 (电荷或磁通)。由于是随时间而变化的, 在数学上常用时间  $t$  的函数来表示, 故本书中“信号”与“函数”这两个名词常交替地使用。

## 1.1.2 信号的分类和特性

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中,根据信号和自变量的特性,信号可以分为确定信号与随机信号、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号等。

### 1. 确定信号与随机信号

按照信号的确定性来划分,信号可分为确定信号与随机信号。确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号,其在定义域内的任意时刻都对应有确定的函数值。图1-3(a)所示的正弦信号就是确定信号的例子。随机信号也称为不确定信号,它不是时间的确定函数。其在定义域内的任意时刻没有确定的函数值。图1-3(b)所示混合有噪声的正弦信号就是随机信号的一个例子,它无法以确定的时间函数来描述,也无法根据过去的记录准确地预测未来的情况,而只能用统计规律来描述。

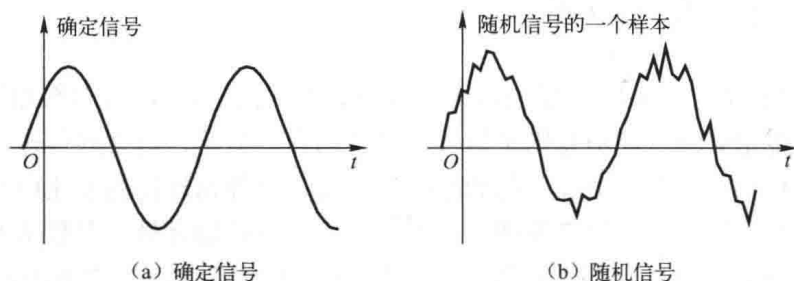


图 1-3 确定信号与随机信号波形

### 2. 连续时间信号与离散时间信号

按照信号自变量取值的连续性划分,信号可分为连续时间信号与离散时间信号。连续时间信号(亦称连续信号)是指在信号的定义域内,除有限个间断点外,任意时刻都有确定函数值的信号,如图1-4(a)所示。连续时间信号的定义域一般为连续的区间,通常以 $f(t)$ 表示连续时间信号。

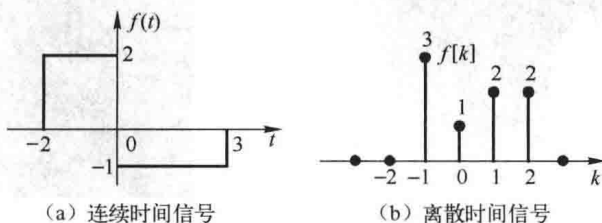


图 1-4 连续时间信号与离散时间信号波形

离散时间信号(亦称离散信号)是指信号的定义域为一些离散时刻,通常以 $f[k]$ 表示。离散时间信号最明显的特点是其定义域为离散的时刻,而在这些离散的时刻之外信号无定义,如图1-4(b)所示。比如人口统计中的一些数据,股票市场指数等。

连续信号的幅值可以是任意取值（也称连续取值），也可以只是一些有限的数值（也称离散取值）。自变量和信号幅值均连续的信号称为模拟信号。离散时间信号的幅值也可以是连续的或离散的。自变量和幅值均离散的信号称为数字信号。

### 3. 周期信号与非周期信号

按照信号的周期性划分，信号可以分为周期信号与非周期信号。周期信号都是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上，且每隔一个固定的时间间隔重复变化。连续周期信号与离散周期信号的数学表示式分别为

$$f(t) = f(t + T_0), \quad -\infty < t < \infty \quad (1-1)$$

$$f[k] = f[k + N], \quad -\infty < k < \infty, \quad k \text{ 取整数} \quad (1-2)$$

满足以上式中的最小正数 $T_0$ 和最小正整数 $N$ 称为周期信号的基本周期（fundamental period），简称周期。

非周期信号就是不具有重复性的信号。

**[例 1-1]** 判断离散余弦信号 $f[k] = \cos(\Omega_0 k)$ 是否是周期信号。

**解：**由周期信号的定义，如果 $\cos\Omega_0(k + N) = \cos(\Omega_0 k)$ ，则 $f[k]$ 是周期信号。

因为

$$\cos\Omega_0(k + N) = \cos(\Omega_0 k + \Omega_0 N)$$

若为周期信号，应满足

$$\Omega_0 N = m2\pi, \quad m \text{ 为正整数}$$

或

$$\frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{m}{N} = \text{有理数}$$

因此，只有在 $|\Omega_0|/2\pi$ 为有理数时， $f[k] = \cos(\Omega_0 k)$ 才是一个周期信号。

由此可见，连续时间正弦（余弦）信号都是周期信号，而离散正弦（余弦）信号不一定是周期信号。

### 4. 能量信号与功率信号

按照信号的可积性划分，信号可以分为能量信号与功率信号。

如果把信号 $f(t)$ 看作是随时间变化的电压或电流，则当信号 $f(t)$ 通过 $1\Omega$ 的电阻时，信号在时间间隔 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 内所消耗的能量称为归一化能量，即为

$$E = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1-3)$$

而在上述时间间隔 $-T/2 \leq t \leq T/2$ 内的平均功率称为归一化功率，即为

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f(t)|^2 dt \quad (1-4)$$

对于离散时间信号 $f[k]$ ，其归一化能量 $E$ 与归一化功率 $P$ 的定义分别为

$$E = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2 \quad (1-5)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N |f[k]|^2 \quad (1-6)$$

若信号的归一化能量为非零的有限值，且其归一化功率为零，即 $0 < E < \infty$ ， $P = 0$ ，则该信号为能量信号；若信号的归一化能量为无限值，且其归一化功率为非零的有限值，即

$E \rightarrow \infty$ ,  $0 < P < \infty$ , 则该信号为功率信号。

[例 1-2] 判断下列信号是否为能量信号或功率信号。

$$(1) f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta) \quad (2) f_2(t) = e^{-t} \quad (3) f[k] = \left(\frac{4}{5}\right)^k, \quad k \geq 0$$

解: (1)  $f_1(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$  是基本周期  $T_0 = 2\pi/\omega_0$  的周期信号, 其在一个基本周期内的能量为

$$\begin{aligned} E_0 &= \int_0^{T_0} |f_1(t)|^2 dt = \int_0^{T_0} A^2 \sin^2(\omega_0 t + \theta) dt \\ &= A^2 \int_0^{T_0} \frac{1}{2} [1 - \cos(2\omega_0 t + \theta)] dt = \frac{A^2 T_0}{2} \end{aligned}$$

由于周期信号有无限个周期, 所以  $f_1(t)$  的归一化能量为无限值, 即

$$E = \lim_{n \rightarrow \infty} n E_0 = \infty$$

但其归一化功率

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f_1(t)|^2 dt = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n T_0} n E_0 = \frac{E_0}{T_0} = \frac{A^2}{2}$$

是非零的有限值, 因此  $f_1(t)$  是功率信号。

正弦信号  $A \sin(\omega_0 t + \theta)$  和余弦信号  $A \cos(\omega_0 t + \theta)$  的归一化功率都是  $A^2/2$ , 其只与幅值  $A$  有关, 而与角频率  $\omega_0$  和初相位  $\theta$  无关。当  $\omega_0 = 0$  时,  $A \sin(\omega_0 t + \theta)$  成为直流信号, 故直流信号也是功率信号。

(2) 信号  $f_2(t)$  的能量和功率可分别由式 (1-3) 和式 (1-4) 求出

$$\begin{aligned} E &= \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} |f_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-2t} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{1}{2} [e^{-T} - e^T] = \infty \\ P &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |f_2(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-2t} dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{e^T - e^{-T}}{2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^T}{2T} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{e^T}{2} = \infty \end{aligned}$$

$f_2(t)$  的归一化能量是无限值, 归一化功率也是无限值, 因此既不是能量信号也不是功率信号。

(3) 由式 (1-5) 得

$$E = \sum_{k=-\infty}^{\infty} |f[k]|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{4}{5}\right)^{2k} = \sum_{k=0}^{\infty} 0.64^k = \frac{1}{1-0.64} = 2.78 < \infty$$

$f[k]$  的归一化能量为有限值, 因此是能量信号。

由此可见, 直流信号与周期信号都是功率信号。一个信号不可能既是能量信号又是功率信号, 但却有少数信号既不是能量信号也不是功率信号, 其归一化能量和归一化功率都为无限值, 即  $E \rightarrow \infty$  且  $P \rightarrow \infty$ 。

## 1.2 系统的描述及分类

系统是由相互作用和关联的若干单元组合而成的、具有对信号进行加工和处理功能的有机整体。如通信系统、计算机系统、机器人、软件等都称之为系统。在各种系统中, 电系统

具有特殊的重要作用，这是因为大多数的非电系统可以用电系统来模拟或仿真。

### 1.2.1 系统的数学模型

既然系统的功能是对信号进行加工和处理，那么信号与系统就是相互依存的关系。待处理的信号称为系统的输入信号，处理后的信号称为系统的输出信号。若要分析一个系统，首先要建立描述该系统输入输出关系的数学模型。图 1-5 所示的系统由电阻、电感串联构成。若输入信号  $f(t)$  是电压源，系统输出信号  $y(t)$  为回路电流，根据元件的伏安特性与基尔霍夫电压定律 (KVL) 可建立如下的微分方程

$$L \frac{dy(t)}{dt} + Ry(t) = f(t) \quad (1-7)$$

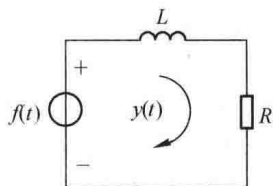


图 1-5 RL 电路

这就是描述该系统输入输出关系的数学模型。

在建立系统模型时，通常可以采用输入输出描述法或状态空间描述法。输入输出描述法着眼于系统输入与输出之间的关系，适用于单输入、单输出的系统。状态空间描述法着眼于系统内部的状态变量，既可用于单输入、单输出的系统，又可用于多输入、多输出的系统。

系统的数学模型可以借助方框图表示，图 1-6 是连续系统基本单元方框图，图 1-7 是离散系统基本单元方框图。每个基本单元方框图反映某种数学运算，给出输入与输出信号之间的约束关系。若干个基本单元方框图组成一个完整的系统。式 (1-7) 所描述的一阶连续系统可以利用积分器、乘法器和加法器三个基本单元进行相应的联结而得到，如图 1-8 所示。

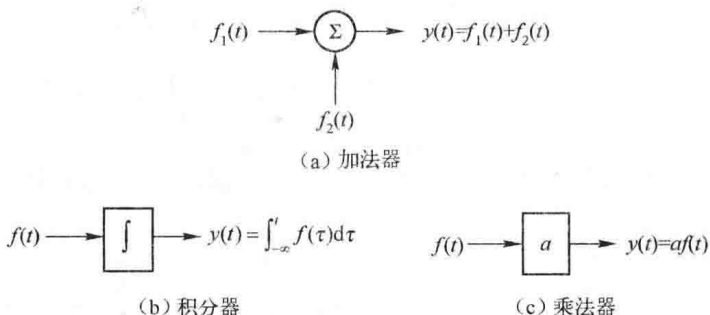


图 1-6 连续系统基本单元方框图

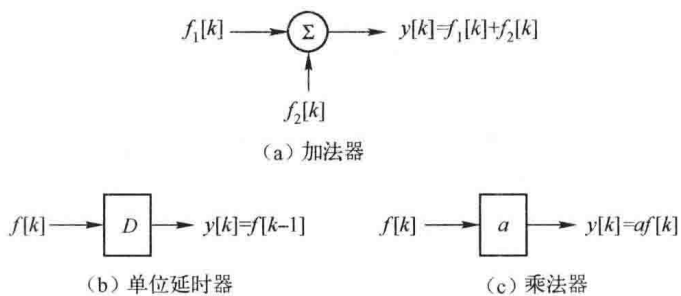


图 1-7 离散系统基本单元方框图

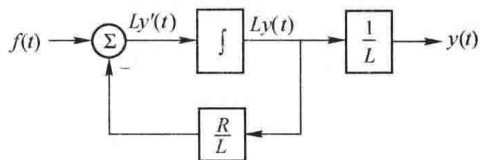


图 1-8 图 1-5 所示电路的方框图表示



## 1.2.2 系统的分类

在信号与系统分析中，常以系统的数学模型和基本特性分类。系统可分为连续时间系统与离散时间系统；线性系统与非线性系统；时变系统与时不变系统；因果系统与非因果系统；稳定系统与非稳定系统等。

### 1. 连续时间系统与离散时间系统

如果一个系统要求其输入信号与输出信号都必须为连续时间信号，则该系统称为连续时间系统（亦称连续系统）。同样，如果一个系统要求其输入信号与输出信号都必须为离散时间信号，则该系统称为离散时间系统（亦称离散系统）。如图 1-5 所示的 RL 电路是连续时间系统，而数字计算机则是离散时间系统。一般情况下，连续时间系统只能处理连续时间信号，离散时间系统只能处理离散时间信号。但在引入某些信号转换的部件后，就可以利用离散时间系统处理连续时间信号。例如连续时间信号经过模数（A/D）转换器后就可以由离散时间系统处理。描述连续时间系统的数学模型是微分方程，描述离散时间系统的数学模型是差分方程。

连续时间系统与离散时间系统常采用图 1-9 所示符号表示。连续时间输入信号  $f(t)$  通过连续时间系统产生的连续时间输出信号  $y(t)$  记为

$$y(t) = T\{f(t)\} \quad (1-8)$$



图 1-9 连续时间系统与离散时间系统的符号表示

离散时间输入信号  $f[k]$  通过离散时间系统产生的离散时间输出信号  $y[k]$  记为

$$y[k] = T\{f[k]\} \quad (1-9)$$

输入信号也称为激励或输入激励，输出信号也称为响应或输出响应。

### 2. 线性系统与非线性系统

线性系统（linear system）是指具有线性特性的系统。线性特性包括均匀特性与叠加特性。均匀特性也称比例性或齐次性，当系统的输入增加  $K$  倍时，其输出响应也随之增加  $K$  倍。对于连续时间系统，均匀性可表示为

$$\begin{aligned} \text{若} & \quad y(t) = T\{f(t)\} \\ \text{则} & \quad T\{Kf(t)\} = Ky(t) \end{aligned} \quad (1-10)$$

叠加特性也称可加性，当若干个输入信号同时作用于系统时，其输出信号等于每个输入信号单独作用于系统产生的输出信号的叠加，即：

$$\begin{aligned} \text{若} & \quad y_1(t) = T\{f_1(t)\}, \quad y_2(t) = T\{f_2(t)\} \\ \text{则} & \quad T\{f_1(t) + f_2(t)\} = y_1(t) + y_2(t) \end{aligned} \quad (1-11)$$

同时具有均匀特性与叠加特性才称具有线性特性，可表示为

$$\text{若} \quad y_1(t) = T\{f_1(t)\}, \quad y_2(t) = T\{f_2(t)\}$$