“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材
配套参考书

# 大学物理教程（第三版）

## 学习指导书

主编　廖耀发　陈义万

副主编　黄楚云　刘国营

高等教育出版社

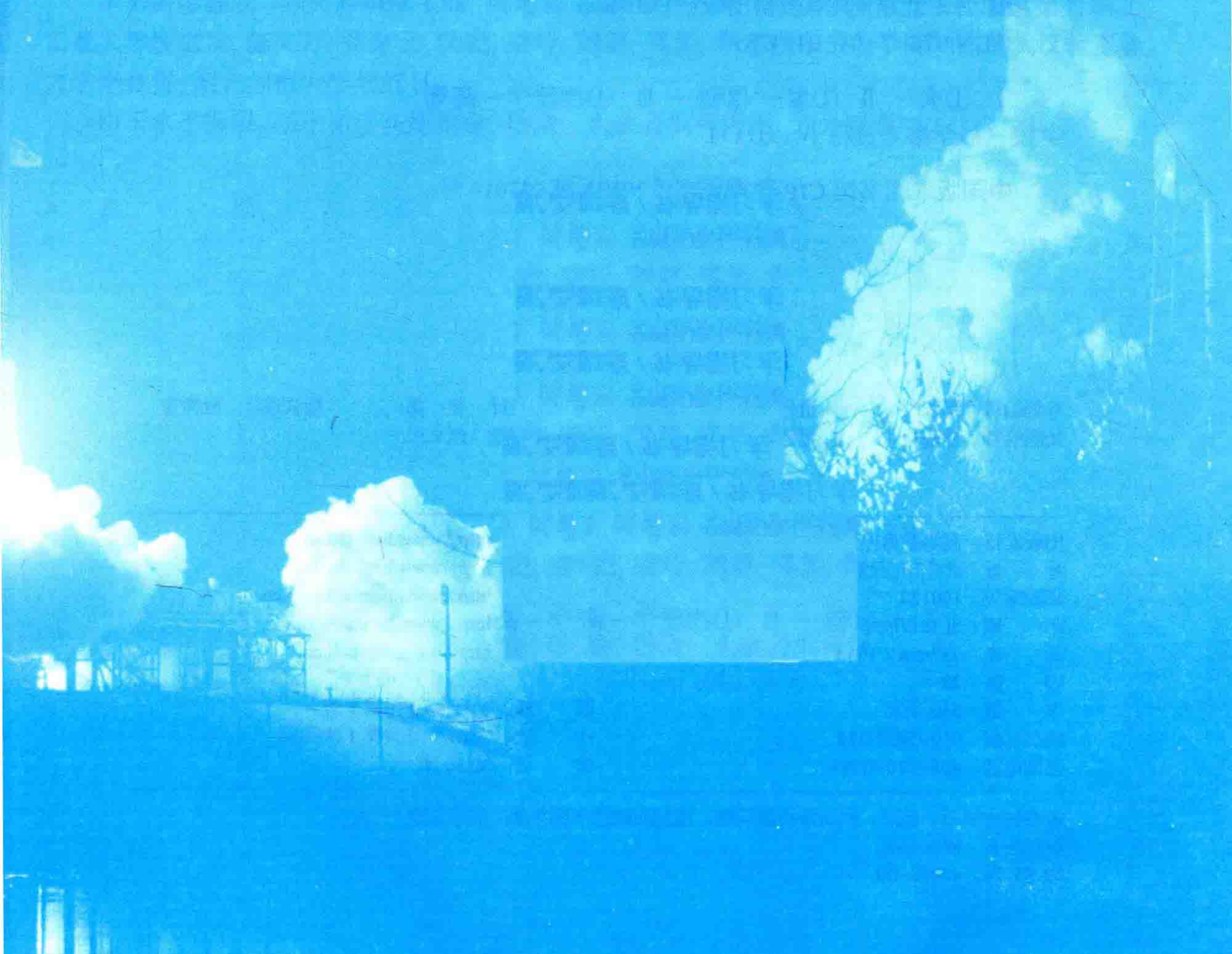
"十二五"普通高等教育本科国家级规划教材
配套参考书

University Physics

# 大学物理教程（第三版）

## 学习指导书

主编 廖耀发 陈义万
副主编 黄楚云 刘国营



DAXUE WULI JIAOCHENG (DISANBAN) XUEXI ZHIDAOSHU

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是与廖耀发教授等主编的《大学物理教程》（第三版）配套的学习指导书，全书共30章，其章节顺序与主教材完全一致。每章均安排了目的要求、内容提要、重点难点、方法技巧、习题选讲、自我检测等内容，力求帮助读者了解本课程的教学基本要求，明确物理基本概念和规律间的联系与区别，熟练运用所学的知识去解决学习中解题困难的问题，提高其分析问题、解决问题的能力。

本书可供选用《大学物理教程》（第三版）作为主教材的高校选作教学参考书，也可供使用其他大学物理教材或自学大学物理的读者参考使用。

**图书在版编目（CIP）数据**

大学物理教程（第三版）学习指导书 / 廖耀发，陈义万主编．-- 北京：高等教育出版社，2018. 5

ISBN 978-7-04-049478-5

Ⅰ．①大… Ⅱ．①廖… ②陈… Ⅲ．①物理学 - 高等学校 - 教学参考资料 Ⅳ．① O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 037019 号

策划编辑 程福平　责任编辑 高聚平　封面设计 姜　磊　版式设计 杜微言
插图绘制 杜晓丹　责任校对 刘丽娴　责任印制 赵义民

| | | | |
|---|---|---|---|
| 出版发行 | 高等教育出版社 | 网　址 | http://www.hep.edu.cn |
| 社　址 | 北京市西城区德外大街4号 | | http://www.hep.com.cn |
| 邮政编码 | 100120 | 网上订购 | http://www.hepmall.com.cn |
| 印　刷 | 北京市联华印刷厂 | | http://www.hepmall.com |
| 开　本 | 787mm × 1092mm　1/16 | | http://www.hepmall.cn |
| 印　张 | 22 | | |
| 字　数 | 530 千字 | 版　次 | 2018 年 5 月第 1 版 |
| 购书热线 | 010-58581118 | 印　次 | 2018 年 5 月第 1 次印刷 |
| 咨询电话 | 400-810-0598 | 定　价 | 42.80 元 |

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有　侵权必究
物 料 号　49478-00

# 前言

本书为廖耀发、孙向阳、黄楚云主编的“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《大学物理教程》(第三版) 的配套辅导教材。由于主教材在内容等方面已进行了修订, 因此, 及时修订本书是非常必要的。

本次修订主要做了如下两个方面的工作:

1. 按照已修订的主教材的内容与体系进行修订, 对于一些表述不妥与印刷错误进行了修改;

2. 按已修订的主教材的要求及内容, 对二版书中的习题及其解答进行了增删, 以使本书与主教材的配合更加密切, 使用起来更加方便。

本书由廖耀发、陈义万担任主编, 黄楚云, 刘国营担任副主编。参加修订工作的人员有湖北工业大学廖耀发, 陈义万, 黄楚云, 闵锐, 裴玲, 胡妮, 邓罡; 湖北汽车工业学院刘国营武汉轻工业大学李春贵; 湖北师范大学刘红日 。

由于水平所限, 书中错误在所难免, 敬请广大读者批评指正, 万分感谢!

编者

2017 年 11 月

# 大学物理教程(第二版)学习指导书　前言

本书为廖耀发主编的《大学物理教程》(第二版) 的配套辅助教材。随着教学形势的变化,《大学物理教程》已于 2011 年进行了修订, 因此, 本书亦必随之作出相应的修订。

本次修订主要做了如下几个方面的工作:

1. 根据主教材章节的变化, 本书亦作了相应的结构调整, 将原书第 16、第 17 章合并成一章, 将原书的几何光学一章改名为光的直线传播, 并置于光的偏振之后;

2. 适当地纠正了部分欠妥的概念表述及解题方法;

3. 改正了原书中的印刷错误;

4. 突出了解题思路及方法的介绍;

5. 修改了原书中的部分插图。

本书由廖耀发任主编, 陈义万、李云宝任副主编。参加改编的学校及老师有湖北工业大学的廖耀发、陈义万、别业广、阎旭东、徐国旺、陈之宜、邓罡、裴玲、闵锐; 武汉科技大学的李云宝、李钰、周怡、李新; 武汉工业学院的董长缨。

由于水平有限, 本书虽为改版, 但错误与不妥仍在所难免, 敬请读者批评指正, 不胜感激。

编者

2011 年 9 月

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

# 目录

# 第一章　质点运动学

## 一　目的要求

1. 了解质点及参考系的概念.
2. 掌握位矢 (运动学方程)、位移、速度、加速度的概念, 能熟练地计算质点作一维、二维运动时的速度与加速度.
3. 理解相对运动的概念, 能分析、计算一般的相对运动问题.

## 二　内容提要

**1. 质点**　形状和大小均可忽略的物体称为质点, 它是一种理想的模型.

**2. 参考系**　被选作参考的物体称为参考系, 亦称参考物, 其选取依据讨论问题的方便而定.

**3. 位置矢量与运动学方程**　描述质点方向位置的物理量称为位置矢量, 其定义为从坐标系原点 $O$ 引向质点所在位置点 $P$ 的有向线段 $\overrightarrow{OP}$. 位置矢量简称位矢, 常用 $\boldsymbol{r}$ 表示, 它随时间 $t$ 而变化, 即 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$. 这一等式又称质点的运动学方程.

**4. 位移与路程**　描述质点位置移动大小及方向的物理量称为位移, 用 $\Delta\boldsymbol{r}$ 或 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 表示. 其定义为起始位置指向终了位置的有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$. 质点运动轨迹的长度称为路程, 用 $s$ 或 $\mathrm{d}s$ 表示. 位移是矢量, 路程是标量, 只有当质点作一维单向直线运动时, 两者的大小才相等.

**5. 速度与速率**　描述质点运动快慢及方向的物理量称为速度, 它是一个矢量, 用 $\boldsymbol{v}$ 表示, 其定义为位矢对时间的一阶导数, 即 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$. 其方向与位移 $\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ 的方向 (由位置起始点指向位置终

了点) 相同. 速度的大小称为速率, 用 $v$ 表示, 即 $v=|\boldsymbol{v}|=\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$.

**6. 加速度、切向加速度与法向加速度** 反映质点速度变化快慢及方向的物理量称为加速度, 用 $\boldsymbol{a}$ 表示, 其定义为速度对时间的一阶导数或位矢对时间的二阶导数, 即 $\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$.

速度大小对时间的一阶导数称为切向加速度, 用 $\boldsymbol{a}_\mathrm{t}$ 表示, 其方向恒在质点运动轨迹的切线方向上, 即 $a_\mathrm{t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, \boldsymbol{a}_\mathrm{t}=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{e}_\mathrm{t}$.

速度平方与曲率半径之比称为法向加速度, 用 $\boldsymbol{a}_\mathrm{n}$ 表示, 其方向恒在质点运动轨迹的法线方向上, 即 $a_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}, \boldsymbol{a}_\mathrm{n}=a_\mathrm{n}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}\boldsymbol{e}_\mathrm{n}$.

切向加速度与法向加速度在描述质点的平面 (二维) 曲线运动中使用较为方便.

**7. 相对运动、运动合成定理** 质点相对于运动参考系的运动称为相对运动. 处理相对运动的问题往往需要将运动参考系与不动参考系之间的相关参量进行变换, 其关系式常称运动合成定理, 对于位矢, 有 $\boldsymbol{r}_{绝}=\boldsymbol{r}_{相}+\boldsymbol{r}_{牵}$ 称为位矢合成定理; 对于速度, 有 $\boldsymbol{v}_{绝}=\boldsymbol{v}_{相}+\boldsymbol{v}_{牵}$ 称为速度合成定理; 对于加速度, 有 $\boldsymbol{a}_{绝}=\boldsymbol{a}_{相}+\boldsymbol{a}_{牵}$ 称为加速度合成定理.

## 三 重点难点

本章的重点是掌握位矢、速度、加速度的概念及其分析计算方法, 特别是要着重掌握位矢的概念及其表述. 有了位矢 $\boldsymbol{r}$, 对它求导一次即得速度 $\boldsymbol{v}$, 求导两次即得加速度 $\boldsymbol{a}$.

本章的难点有三: 一是难以区别相对运动与绝对运动; 二是如何较为熟练地将微积分应用于分析处理物理问题; 三是对矢量的分析与计算不太熟练. 这些问题, 学习时必须要引起特别的注意.

## 四 方法技巧

本章的学习, 一是要注意处理好矢量的表述及其运算. 特别要注意将文字表述与图形有机地结合起来, 千万不要忽略图形. 因为好的图形不仅能给人以形象、直观的认识, 而且还可清楚地表示出某些物理量之间的几何关系. 若无图形, 则会使有些问题 (特别是有几何关系的问题) 的求解思路受阻, 甚至无法求解.

二是必须很好地注意处理物理与数学的关系. 一般地说, 物理离不开数学, 但数学绝不能代替或掩盖物理的思维. 物理学中的每个概念、每个公式都有明确的物理意义, 因此, 学习时千万不要仅仅停留在它们的数学表示上, 更重要的是要看它们的物理意义 (实质). 例如, 速度 $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$, 在数学上, 它仅仅是一种求导 (微商) 运算; 而在物理上, 它却代表着质点运动的位矢变化快慢, 只有从本质上认清了物理知识的内涵, 才能真正学会和学懂.

本章习题侧重在对描述质点运动的三个物理量 $\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$ 及 $\boldsymbol{a}$ 的计算, 因此根据题意, 分析判定问题的属性非常重要: 对于第一类问题, 用求导法解答; 对于第二类问题则用积分法, 这时要注

意分离变量, 并注意初始条件.

对于相对运动问题, 其关键是要根据题意作出简图, 简图一出, 问题的一大半就已解决.

**例 1–1** 已知质点沿 $x$ 轴作直线运动, 其运动学方程为 $x = 2 + 6t^2 - 2t^3$ (SI 单位), 求:

(1) 质点在运动开始后 4.0 s 内位移的大小;

(2) 质点在该时间内所通过的路程.

**解** 位移和路程是两个完全不同的概念, 只有当质点作单向直线运动时, 位移大小才和路程相等. 由题意知, 本题为一维变向运动. 因此, 在计算路程大小时必须考虑变向的影响.

(1) 据定义, 质点在 4.0 s 内位移的大小

$$|\Delta x| = |x_4 - x_0| = |2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 - 2| = 32\ (\mathrm{m})$$

(2) 由题意知, 质点在由 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 12t - 6t^2 = 0$, 即

$$t = 2\,\mathrm{s} \quad (t = 0\ 不合题意)$$

由此可以算出变向前的路程

$$|\Delta x_1| = |x_2 - x_0| = |2 + 6 \times 2^2 - 2 \times 2^3 - 2| = 8.0\ (\mathrm{m})$$

变向后的路程

$$|\Delta x_2| = |x_4 - x_2| = |[2 + 6 \times 4^2 - 2 \times 4^3 - (2 + 6 \times 2^2 - 2 \times 2^3)]| = -40\ (\mathrm{m})$$

所以, 质点在 4.0 s 时间间隔内的路程为

$$s = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| = 48\,\mathrm{m}$$

**例 1–2** 已知质点的运动学方程

$$\boldsymbol{r} = R(\cos kt^2\boldsymbol{i} + \sin kt^2\boldsymbol{j})$$

式中 $R$、$k$ 均为常量, 求:

(1) 质点运动的速度及加速度的表达式;

(2) 质点的切向加速度和法向加速度的大小.

**解** 本题知位矢求速度、加速度, 属运动学中的第一类问题, 应先对位矢求导数 (得速度), 再对速度求导数 (得加速度).

(1) 据定义, 质点运动的速度

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = 2ktR\ (-\sin kt^2\boldsymbol{i} + \cos kt^2\boldsymbol{j})$$

加速度

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} &= 2kR(-\sin kt^2\boldsymbol{i} + \cos kt^2\boldsymbol{j}) - 4k^2t^2R(\cos kt^2\boldsymbol{i} + \sin kt^2\boldsymbol{j}) \\ &= -2kR(2kt^2\cos kt^2 + \sin kt^2)\boldsymbol{i} + 2kR(\cos kt^2 - 2kt^2\sin kt^2)\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

(2) 由题意知

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{R^2(\cos^2 kt^2 + \sin^2 kt^2)} = R$$

即质点作圆周运动, 其速率

$$v = 2kRt$$

其切向加速度的大小

$$a_{\mathrm{t}} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 2kR$$

法向加速度的大小

$$a_{\mathrm{n}} = \frac{v^2}{R} = 4k^2Rt^2$$

**例 1–3** 某质点沿 $x$ 轴运动, 其加速度的大小 $a = -4x$ (SI 单位). 设质点位于 $x = 0$ 处时的速率 $v_0 = 6\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$, 求质点速度的大小与位置坐标的关系式.

**解** 本题知加速度求速度及位置坐标, 属于运动学中的第二类问题, 应用积分方法来解决. 由加速度的定义式可得

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} = -4x$$

对上式分离变量后积分, 得

$$\int_{v_0}^{v} v\mathrm{d}v = \int_0^x -4x\mathrm{d}x$$

解之得

$$v^2 = v_0^2 - 4x^2$$

即

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4x^2} = \sqrt{36 - 4x^2} = 2\sqrt{9 - x^2}\,(\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

显然, 质点只能在 $-3\,\mathrm{m} \leqslant x \leqslant 3\,\mathrm{m}$ 的范围内运动.

## 五 习题选解

**1–5** 一质点作平面运动, 其位矢为 $\boldsymbol{r}(x,y)$, 则其速度大小为 (　　).

A. $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　B. $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　　C. $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　　D. $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

**解** 由题给条件知, 质点的速度为

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}$$

其大小为

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$$

故选 D.

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

**1–6**　下列涉及加速度概念的说法中正确的是 (　　).

A. 一切圆周运动的加速度均指向圆心

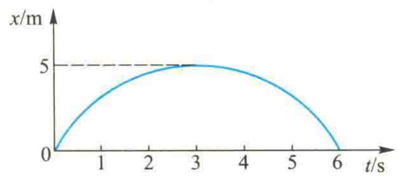
B. 匀速圆周运动的加速度为常量

C. 作直线运动的物体一定没有法向加速度

D. 只有法向加速度的物体一定作圆周运动

**解**　由于直线的曲率半径 $R=\infty$, 因此其法向加速度的大小 $a_{\mathrm{n}}=\dfrac{v^2}{R}\to 0$, 即没有法向加速度, 故选 C.

**1–7**　一质点作直线运动, 其坐标与时间的关系如解图 1–7 所示, 则该质点在第________秒时, 其速度为零; 在第________秒至第________区间, 其速度与加速度同方向.




解图 1–7

**解**　从 $x-t$ 图上可以看出, 在 $t=3\,\mathrm{s}$ 处, 其速度 $\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 为零; 在 $3\sim 6\,\mathrm{s}$ 区间, $\mathrm{d}x<0, \mathrm{d}v<0$, 对应的速度及加速度均为负, 即同方向. 故第一空填 "3", 第二、第三空分别填 "3" 及 "6".

**1–8**　一质点沿 $x$ 轴运动, 其加速度的大小 $a=3+2t$ (SI 单位). 如果初始时刻 $v_0=5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}, t=3\,\mathrm{s}$ 时, 则质点的速度大小为________.

**解**　由加速度定义式 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 得

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t a\mathrm{d}t$$

对上式两边积分, 得

$$v-v_0=\int_0^3(3+2t)\mathrm{d}t=3t\Big|_0^3+\frac{1}{2}\times 2t^2\Big|_0^3=18\ (\mathrm{m\cdot s^{-1}})$$

解之, 得

$$v=v_0+18\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}=23\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

故空填 $23\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

**1–9**　质点运动学方程为 $\boldsymbol{r}=t\boldsymbol{i}+0.5t^2\boldsymbol{j}$ (SI 单位), 当 $t=1\,\mathrm{s}$ 时, 此质点的切向加速度大小为________.

**解**　求切向加速度的关键在于求解速度大小. 据速度的定义式得

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{i}+t\boldsymbol{j}$$

故速度的大小

$$v=|\boldsymbol{v}|=\sqrt{1+t^2}$$

切向加速度的大小

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d(\sqrt{1+t^2})}{dt} = \frac{t}{\sqrt{1+t^2}} = 0.707\ (m \cdot s^{-2})$$

即空填 $0.707\,m \cdot s^{-2}$

**1–10** 一质点在 $x-y$ 平面内运动, 其运动学方程为 $x=2t, y=19-2t^2$ (SI 单位). 求:

(1) 质点的轨迹方程;

(2) 2 s 末的位矢;

(3) 2 s 末的速度和加速度.

**解** (1) 由 $x=2t, y=19-2t^2$ 消去参量 $t$, 得轨迹方程

$$y = 19 - 0.5\,x^2$$

(2) 将 $t=2\,s$ 代入位矢方程, 得

$$\boldsymbol{r}(2) = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = 2t\boldsymbol{i} + (19-2t^2)\boldsymbol{j} = (4\boldsymbol{i} + 11\boldsymbol{j})(m)$$

(3) 据定义, $\boldsymbol{v} = \dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt} = 2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}\ (m \cdot s^{-1}), \boldsymbol{a} = \dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -4\boldsymbol{j}\ (m \cdot s^{-2})$. 故

$$\boldsymbol{v}(2) = (2\boldsymbol{i} - 8\boldsymbol{j})\,m \cdot s^{-1}$$

$$\boldsymbol{a}(2) = -4\boldsymbol{j}\,m \cdot s^{-2}$$

**1–11** 一质点沿 $y$ 轴作直线运动, 其运动学方程为 $y = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI 单位), 求:

(1) $1 \sim 2\,s$ 期间的平均速度;

(2) 2 s 末的速度与加速度;

(3) 第 2 秒内通过的路程.

**解** (1) 由 $\overline{\boldsymbol{v}} = \dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 得

$$\overline{v} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(2)-y(1)}{2-1} = \frac{[4.5 \times 2^2 - 2 \times 2^3] - [4.5 \times 1^2 - 2 \times 1^3]}{1} = -0.5\ (m \cdot s^{-1})$$

(2) 由 $v = \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{d}{dt}(4.5t^2 - 2t^3) = 9t - 6t^2$ 得

$$v(2) = 9 \times 2 - 6 \times 4 = -6\ (m \cdot s^{-1})$$

由 $a = \dfrac{dv}{dt} = 9 - 12\,t$ 得

$$a(2) = 9 - 12 \times 2 = -15\ (m \cdot s^{-2})$$

(3) 由 $v = 9t - 6t^2 = 0$ 可知, 质点在 $t = 1.5\,s$ 时将反向运动. 故第 2 秒内通过的路程

$$s = |y(2) - y(1.5)| + |y(1.5) - y(1)| = (0.875 + |-1.375|) = 2.25\ (m)$$

**1–12** 一质点的运动学方程为 $x = 2t, y = (19 - 2t^2)$ (SI 单位).

(1) 求质点的速度和加速度;

(2) 问 $t$ 为何值时质点的位矢恰好与速度垂直?

**解** (1) 由题意知, 运动学方程的矢量形式为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} = 2t\boldsymbol{i} + (19 - 2t^2)\boldsymbol{j}$$

故

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = (2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j})\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -4\boldsymbol{j}\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

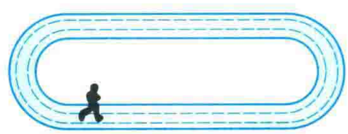
(2) 欲使 $\boldsymbol{r} \perp \boldsymbol{v}$ (即 $\theta = \pi/2$), 则必有 $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v} = rv\cos\dfrac{\pi}{2} = 0$, 即

$$[2t\boldsymbol{i} + (19 - 2t^2)\boldsymbol{j}] \cdot [2\boldsymbol{i} - 4t\boldsymbol{j}] = 0$$

解之, 得

$$t = 3\,\mathrm{s}$$

**1–13** 如解图 1–13 所示, 一学生沿 400 m 的标准操场中间跑道从某一点 $O$ 出发, 进行匀速跑步, 100 s 后他再次通过该点. 求该生此时的



解图 1–13

(1) 位移和路程;

(2) 平均速度的大小;

(3) 速度的大小.

**解** (1) 据定义, 该生的位移

$$\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_0 = 0$$

该生通过的路程

$$\Delta s = s_1 = 400\,\mathrm{m}$$

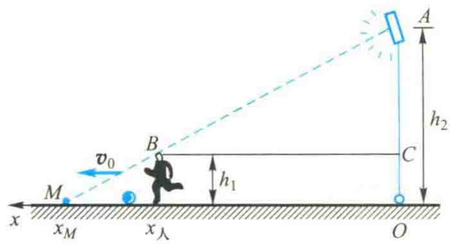
(2) 据定义, 该生的平均速度大小

$$|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right| = 0$$

(3) 由于学生作匀速运动. 故其任意时刻的速度大小即为匀速跑步的速率, 即

$$|\boldsymbol{v}| = v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{400}{100}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 4\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

**1–14** 如解图 1–14 所示, 一高为 $h_1$ 的足球运动员, 背向某照明灯以匀速度 $v_0$ 带球, 灯离地面的高度为 $h_2$, 求人影顶端 $M$ 点沿地面移动的速度及影长增长的速率.




解图 1–14

**解** (1) 求解本题的关键是要找到影端坐标及影长表达式. 作辅助图如解图 1–14 所示. 图中 $x_M$、$x_人$ 分别为影端及人的坐标. 因 $\triangle AMO \sim \triangle ABC$, 所以有

$$\frac{x_M}{x_人} = \frac{h_2}{h_2 - h_1}$$

解之, 得 $M$ 点的坐标:

$$x_M = \frac{h_2 x_人}{h_2 - h_1}$$

故 $M$ 点的速度大小 $v_M = \frac{\mathrm{d}x_M}{\mathrm{d}t} = \frac{h_2}{h_2 - h_1}\frac{\mathrm{d}x_人}{\mathrm{d}t} = \frac{h_2}{h_2 - h_1}v_0$, 速度的方向沿人前进方向.

(2) 由图可见, 影长为

$$L = x_M - x_人 = \frac{h_2}{h_2 - h_1}x_人 - x_人 = \frac{h_1}{h_2 - h_1}x_人$$

两边对时间 $t$ 求导, 得影长增长的速率

$$\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = \frac{h_1}{h_2 - h_1}\frac{\mathrm{d}x_人}{\mathrm{d}t} = \frac{h_1}{h_2 - h_1}v_0$$

**1–15** 某质点沿 $x$ 轴作变速直线运动, 其加速度 $a = a_0 + bt$ ($a_0$ 及 $b$ 为常量). 设 $t = 0$ 时的速度为 $v_0$. 求 $t$ 时刻质点的速度.

**解** 本题知加速度求速度, 属于第二类基本问题, 需用积分来求解.

由题给条件 $a = a_0 + bt = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 分离变量积分, 得

$$\int_0^t (a_0 + bt)\mathrm{d}t = \int_{v_0}^v \mathrm{d}v$$

解之, 得 $t$ 时刻质点的速度:

$$v = v_0 + a_0 t + \frac{1}{2}bt^2$$

**1–16** 某船停机后的速率按 $v = 12\mathrm{e}^{-\frac{t}{4}}$ 的规律衰减. 求该船停机后所能滑行的最大距离.

**解** 本题知速率 (一维运动) 求距离 (坐标), 仍属第二类基本问题, 可用积分法来求解.

由已知条件 $v = 12\mathrm{e}^{-\frac{t}{4}} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 分离变量积分, 得

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t 12\mathrm{e}^{-\frac{t}{4}}\mathrm{d}t$$

解之, 得

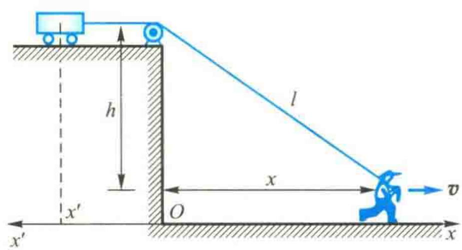
$$x = 48\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{4}}\right)$$

当 $t \to \infty$ 时, 得船所滑行的距离:

$$x = x_{\max} = 48\,\mathrm{m}$$

此即船所能滑行的最大距离.

**1–17** 如解图 1–17 所示, 某人用绳拉一高台上的小车在地面上以匀速度 $\boldsymbol{v}$ 奔跑, 设绳端与小车的高度差为 $h$, 求小车的速度及加速度.




解图 1–17

**解** 求解本题的关键是找到小车的位置坐标. 建立如图所示的坐标系. 设绳长为 $l$, 小车的位置坐标为 $x'$, 人的位置坐标为 $x$, 则有

$$-x' + \sqrt{x^2 + h^2} = l$$

将上式对时间求导, 得

$$-\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = 0$$

故小车运动速度的大小

$$u = \frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + h^2}}v$$

方向沿 $x$ 轴正向. 小车运动加速度的大小

$$a = \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \frac{v^2\sqrt{x^2 + h^2} + v^2x^2/\sqrt{x^2 + h^2}}{x^2 + h^2} = \frac{v^2h^2}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

方向沿 $x$ 轴的正向.

**1–18** 当交叉路口的红灯闪亮时, 一汽车正以 45 km/h 的速率行进. 设驾驶员的反应 (从看到红灯到开始刹车) 时间为 0.7 s, 刹车的加速度为 $-7.0\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$. 求驾驶员从看到红灯到刹车停止前进的这段时间内汽车所通过的距离.

**解** 题设车速 $v = 45\,\mathrm{km/h} = \dfrac{45\,000}{3\,600}\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 12.5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$. 由题意知, 汽车通过的距离 $s$ 应为反应时间所通过的距离 $s_1$ 与刹车后通过的距离 $s_2$ 之和, 即

$$s = s_1 + s_2 = v\Delta t + \frac{v^2}{2a} = \left[12.5 \times 0.7 + \frac{(12.5)^2}{2 \times 7.0}\right]\mathrm{m} = 19.9\,\mathrm{m}$$

**1–19** 一质点作一维直线运动, 其速度大小为 $v=-kx$ ($k$ 为大于 0 的常量). 初始时, 质点位于 $x_0$ 处, 求任意时刻的运动坐标 $x$.

**解** 这是一个知速度求坐标的第二类基本问题. 宜用积分法求解.

由题意知

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-kx$$

将上式分离变量求积分, 得

$$\int\frac{\mathrm{d}x}{x}=\int -k\mathrm{d}t$$

解之, 得

$$x=x_0\mathrm{e}^{-kt}$$

**1–20** 一直线行驶的电艇关机后的加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小与速度大小的平方 ($v^2$) 成正比, 方向与 $\boldsymbol{v}$ 相反. 设关机时的速度大小为 $v_0$. 求关机后行驶 $x$ 距离时的速度大小.

**解** 本题知 $a$ 求 $v$, 仍属于运动学中的第二类基本问题, 需用积分法来处理.

由题意知

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}v=-kv^2$$

对上式分离变量后积分, 得

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=\int_0^x -k\mathrm{d}x$$

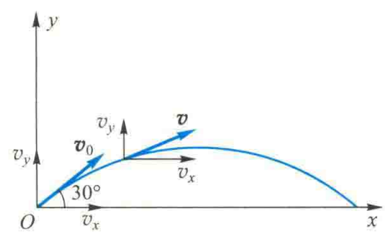
解之, 得

$$v=v_0\mathrm{e}^{-kx}$$

**1–21** 如解图 1–21 所示, 一人以与地面成 30° 角将足球踢出, 其球速为 $20\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$, 而空气对足球的影响可以忽略. 求:

(1) 足球轨迹最高处的曲率半径;

(2) 足球落地时所飞行的水平距离.



解图 1–21

**解** (1) 根据题意, 物体在最高点时 $v_y=0$. 所以这时的速度只有水平分量, 即 $v=v_x=v_0\cos 30°$, 此时法向加速度等于重力加速度 $a_\mathrm{n}=g$.

由于质点作曲线运动, $a_\mathrm{n}=\dfrac{v^2}{\rho}$. 所以, 最高点处的曲率半径为

$$\rho=\frac{v^2}{a_\mathrm{n}}=\frac{v_x^2}{g}=\frac{v_0^2\cos^2 30°}{g}=30.6\ \mathrm{m}$$

(2) 由 $v_y-v_{y_0}=-gt_{上}$ 及 $v_{y_0}=v_0\sin 30°=10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$ ($v_y$ 为最高点速度的竖直分量, 其值为 0) 可得 $t_{上}=1.02\ \mathrm{s}$, $\Delta t=t_{上}+t_{下}=2t_{上}=2.04\ \mathrm{s}$.

故水平飞行距离为

$$\Delta x=v_x\,\Delta t=v_0\cos 30°(2t_{上})=35.3\ \mathrm{m}$$

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com