高等职业技术教育教材

WULIXUE

物理学

主编 董洛声 饶瑞昌

北京师范大学出版社

高等职业技术教育教材

物　理　学

董洛声　饶瑞昌　主编

董洛声　饶瑞昌
肖忠模　王仁清　编
梁安民

北京师范大学出版社

内容简介

本书是为高职高专职业技术教育工程类各专业编写的物理教材. 内容包括力学、热学、电磁学、波动学和近代物理基础等5篇共15章,同时每章还附有本章小结、思考题、习题等.

本书亦可作为全日制普通专科学校、职工大学、函授、夜大学等成人高校的工程类专业课程教材或教学参考书,青年读者的自学用书.

图书在版编目(CIP)数据

物理学/董洛声,饶瑞昌主编. —北京:北京师范大学出版社,2000.8

高等职业技术教育工程类各专业教材

ISBN 7-303-05492-8

Ⅰ.物… Ⅱ.①董…②饶… Ⅲ.物理学-高等教育:技术教育-教材 Ⅳ.04

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第38512号

北京师范大学出版社出版发行

(北京新街口外大街19号 邮政编码:100875)

出版人:常汝吉

北京丽源印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1 092mm 1/16 印张:18.5 字数:458千字

2000年8月第1版 2000年8月第1次印刷

印数:1~15 000 定价:24.00元

前　　言

高职高专职业技术教育是我国高等教育的重要组成部分. 它以培养高等技术应用型专门人才为根本任务,以适应社会需要为目标,培养面向生产、服务和管理第一线职业岗位的技术应用性人才. 本书根据高职高专人才培养模式,以传统的工科物理课程为出发点,以应用为主旨和特征,构建物理学的基本内容,包括力学、热学、电磁学、波动学、近代物理基础等5篇. 是一本高职高专职业技术教育工程类各专业物理教学的新教材,也可以作为全日制普通专科学校、职工大学、函授、夜大学等成人高校的工程类专业教材或教学参考书,和青年自学读者的自学用书.

本书在编写过程中考虑了高职高专教育的特点,在保证物理学基本理论和基本知识的科学性、系统性的同时,兼顾了当今世界科学技术及现代物理学的发展趋势,力求内容具有针对性和应用性,以必要和够用为度. 在基本理论和基本概念的阐述上,由浅入深,突出重点;在一般性内容上删繁就简,阐明主要物理思想和主要结论;在数学推导上,着重培养学生使用数学工具解决物理问题的能力.

为了加强对学生能力的训练,教材编写中重视用问题和习题引路的教学方法. 在一些重点篇章中配置了较多的例题和习题,提高了习题的覆盖面和针对性. 书后还配有本章小结和思考题,供学生思考讨论,促进学生进一步理解基本内容.

为了适应21世纪高科技人才的需要,提高学生的科学素养,本书编写了一些当代物理前沿课题材料,供教师、学生选择使用.

参加本书编写的有董洛声(第十一、十二、十三章)、饶瑞昌(第一、二、三章)、肖忠模(第六、七、八、九、十章)、王仁清(第四、五章)、梁安民(第十四、十五章). 并由董洛声、饶瑞昌负责全书的组织和定稿.

本书承蒙曾荣华审阅,并为本书的编写提供了不少帮助,同时还得到了主参编人员所在学校领导的大力支持. 在此,对为编写、出版工作做了大量贡献的同志一并表示衷心感谢.

由于编者水平有限,加之编写时间仓促,书中难免存在疏漏和错误之处,敬请广大读者批评指正,以备再版时修订完善.

编者

2000年2月

目　　录

第一篇　力　　学

第二篇　热　　学

第三篇　电磁学

第四篇 波动学

第五篇　近代物理学基础

第一篇　力　学

力学是研究物体机械运动规律的一门学科，所谓机械运动是指物体与物体之间或物体内部各部分之间发生相对位置的变化，如：各种车辆的行驶、机器的运转、行星绕太阳的转动等都是机械运动，因此，机械运动是自然界最简单、最普遍的一类运动形式.

力学是物理学的一个重要分支，在工程应用中有着广泛的适用性，它是物理学和许多工程技术的理论基础.

力学通常分为运动学、动力学和静力学. 运动学研究物体位置随时间变化的规律；动力学研究物体的运动与所受力之间的关系；静力学研究物体相互作用时的平衡问题.

第一章 质点运动的基本规律

力学所论述的是力、物质和运动的关系. 质点是最简单的力学模型. 本章讨论质点运动的描述及其运动的基本规律.

§1—1 参照系和坐标系

质点 任何物体都有一定的大小和形状. 一般说来,物体在运动时,它的各部分的位置变化是不相同的. 例如在平直公路上行驶的汽车,就汽车的整体来说,是沿公路作平动,但对车轮来说,除了平动之外,还在作转动. 物体的运动情况是十分复杂的.

但是,当我们只研究某一段时间内汽车在公路上所通过的路程是多少时,我们就不必考虑车轮的转动,而只需研究整个汽车的平动,这时汽车上各点所通过的路程是相同的,所以可以忽略汽车的大小和形状,而以一个点来代替它. 因此,研究物体的某一运动,当它的大小和形状可以忽略时,就把物体当作是一个有一定质量的点,这样的点通常叫做质点.

质点是经过科学抽象形成的概念. 把物体当作质点是有条件的、相对的,而不是任意的、绝对的. 例如地球这个庞大的物体能否当作质点来处理呢? 对具体情况要做具体分析. 当研究地球绕太阳公转时,由于地球与太阳的平均距离(约为 1.5×10^{8}km)比地球的半径(约为 6.37×10^{3}km)大得多,地球上各点相对于太阳的运动可以看作是相同的,所以在研究地球公转时,就可以把地球当作质点. 但是,在研究地球本身的自转时,地球上各点的运动情况就大不相同,这时就不能再把地球当作质点了.

必须指出:质点实际上是不存在的,它只是为了研究问题的方便抽象出来的一种理想模型,是实际物体在一定条件下的抽象. 这种在一定条件下把研究对象抽象化、理想化为某种模型的研究方法在物理中经常使用. 这样做很有必要. 不这样做,甚至连最简单的现象也会使我们难以处理或束手无策. 在力学中,理想模型除质点外还有刚体、理想弹性体、理想流体等,它们都是基于同样的道理而建立起来的.

参照系 宇宙中的任何物体都处于不停的运动中,大到星系,小到原子、电子,无一不在运动,但描述物体的运动总是相对于其它物体而言的. 如观察行驶着的火车的位置变化,通常以地面某一物体(如电线杆)作为标准,并把它看成是不动的. 同样,观察河水的流动,也是以某一个我们认为是不动的物体(如桥墩)为标准来判别的. 所以,在观察一个物体的位置以及它的位置变化时,总要选取其他物体来作标准,这个被选为描述物体运动的物体(或物体系)叫做参照系. 然而选取不同的参照系,对物体运动情况的描述是不同的. 如:在一平稳行驶的轮船中,以轮船为参照系,静坐的乘客相对于轮船是静止不动的,以地为参照系,它相对于地面的某一物体的位置却在不断变化. 可见,相对于不同的参照系(轮船或地面),物体运动的情况是不同的,这一事实称为运动描述的相对性. 因此,在讲述物体运动情况时,必须指明是对什么参照系而言的. 对讨论地面上物体的运动时,通常选取地球作参照系. 不过,由于地球在不停地绕太阳运动,所以,一个相对于地面来说是静止的物体,对于太阳来说则有与地球一起绕太阳的运动. 更进一步来讲,太阳也不是静止的,它在整个银河系中也以约 200 km/s 的速率运动着. 所以,

任何物体的静止都是相对、有条件的，而运动是绝对的.

坐标系 在选定参照系以后，为了定量地描述物体的位置和位置随时间的变化，必须在参照系上选择一个坐标系，当物体沿直线运动时，可选取一坐标原点，以原点 O 作一坐标轴 Ox，如图 1-1 所示，物体所在位置 P，就由它距离原点 O 的距离，即坐标 $x=OP$ 来确定，这种坐标系叫做直线坐标系.

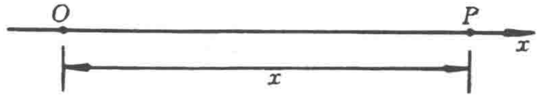

图 1-1

当物体在平面上运动时，可选取一坐标原点 O，通过原点 O 作一直线为 Ox 轴，再通过原点 O 作一与 Ox 轴相垂直的 Oy 轴，如图 1-2 所示，这样，物体的位置 P 可由它在 Ox 轴和 Oy 轴上的投影点到 O 点距离，即坐标 x 和 y 来确定，这种坐标系叫做平面直角坐标系.

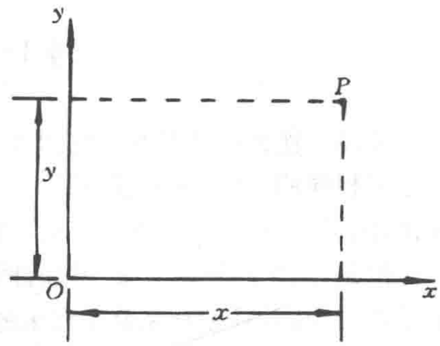

图 1-2

时刻和时间 时刻就是时间的某一瞬时，例如火车 9：00从甲站开出，12：00 到达乙站，这个9：00和 12：00 就是时刻，从 9：00 到 12：00 经过 3 小时，这 3 小时就是时间间隔，简称为时间. 质点运动时，它所经过的某一位置对应于某一时刻，质点所走的某一段路程对应于某一时间.

§1—2 描述质点运动的物理量

位置矢量 位置矢量是描述质点位置的物理量. 如图 1-3 所示，质点在某一时刻的位置可由平面直角坐标系的二个坐标 x、y 确定，也可以从坐标原点 O 向质点所在位置 P 作有向线段 $\overrightarrow{OP}=\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{r}$ 称为质点的位置矢量，由于 $\boldsymbol{r}$ 与坐标 x、y 有一一对应关系，若令 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 分别表示沿 x、y 轴正方向的单位矢量，在平面直角坐标系中，位置矢量可写成：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j} \tag{1-1}$$

位置矢量的大小为：

$$r=\sqrt{x^2+y^2} \tag{1-2a}$$

位置矢量的方向由 $\boldsymbol{r}$ 与 x 轴正向夹角 α 表示为

$$\alpha=\text{arc}\tan(y/x) \tag{1-2b}$$

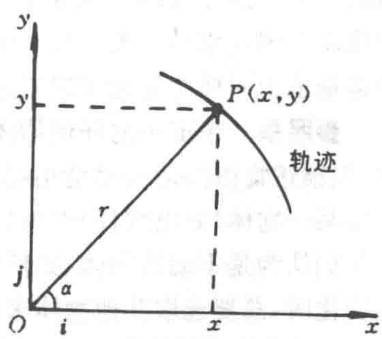

图 1-3

位移 位移是描述初始时刻和终止时刻质点位置变动大小和方向的物理量. 如图 1-4 所示，质点沿图中曲线运动，t 时刻位于 A 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_A$，$t+\Delta t$ 时刻到达 B 点，位置矢量为 $\boldsymbol{r}_B$，我们将由 A 点指向 B 点的有向线段称为位移，以 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示. 位移是矢量，其大小等于由 A 点到 B 点的直线距离，其方向为由 A 点到 B 点的方向. 在平面直角坐标系中，位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 可写成

$$\begin{aligned}\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A&=(x_B\boldsymbol{i}+y_B\boldsymbol{j})-(x_A\boldsymbol{i}+y_A\boldsymbol{j})\\&=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}\end{aligned} \tag{1-3}$$

位移的大小为：

$$|\Delta \boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2} \tag{1-4a}$$

位移的方向由 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与 x 轴正向夹角 α 表示，即

$$\alpha=\arctan\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right) \tag{1-4b}$$

必须指出，位移只给出质点在一段时间内位置变动的结果，但并未给出质点是沿什么路径由起点运动到终点，因此一定要认清质点在一段时间内的位移和所经过的路程的区别，路程是质点所经历的实际路径的长度.

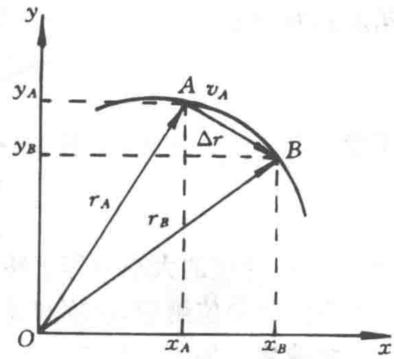

图 1-4

在图 1-4 中，位移是有向线段 $\overrightarrow{AB}$，是矢量，它的大小 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 即割线的长度；路程是标量，即曲线弧 $\overset{\frown}{AB}$ 的长度，记为 Δs. 在一般情况下，Δs 和 $|\Delta \boldsymbol{r}|$ 并不相等，仅在 $\Delta t\to 0$ 时，两者才可视为相等. 即使在直线运动中，位移和路程也是截然不同的两个概念，例如：某质点沿直线从 A 点到 B 点，又返回 A 点，显然该质点经过的路程等于 A、B 之间距离的两倍，而位移却为零.

在国际单位制中，位置矢量，位移和路程的单位都是 m(米).

速度 速度是描述质点运动快慢和方向的物理量，如图 1-4 所示，若质点在 t 时刻位于 A 点，$t+\Delta t$ 时刻位于 B 点，则在 Δt 时间内，质点的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}$，我们定义质点的平均速度为其位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 与所经历的时间 Δt 之比，即

$$\boldsymbol{v}=\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}$$

平均速度是矢量，其大小为 $|\boldsymbol{v}|=\dfrac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}$，其方向与 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向相同.

平均速度只能粗略地描述一段时间内的运动情况，并不能反映出质点在某一时刻或某一位置的运动情况. 那么，如何精确地描述质点在某一时刻或某一位置的运动呢？

仍以图 1-4 所示的质点运动为例，若 B 点比较接近于 A 点时，位移 $\Delta \boldsymbol{r}$ 较小，相应地所用的时间 Δt 也较短，此时 A、B 两点间的平均速度就能比较精确地反映质点在 A 点的运动情况. 时间 Δt 取得越短，就越能反映 A 点的真实运动. 当 Δt 趋近于零时，$\Delta \boldsymbol{r}$ 也趋近于零，但是，这时 $\Delta \boldsymbol{r}/\Delta t$ 却趋近于某一极限值，即在 Δt 时间内的平均速度也就趋近于 A 点的真实速度，这个速度叫做 A 点的瞬时速度，用 $\boldsymbol{v}$ 表示，则有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1-5}$$

上式表明，质点在某一时刻(或某一位置)的瞬时速度等于该质点的位置矢量对时间的一阶导数. 瞬时速度又叫即时速度，简称速度.

速度是一个矢量，其方向是当 Δt 趋近于零时的极限方向，由图 1-4 可知，质点在点 A 的速度方向，是沿着轨道上点的切线方向指向质点前进的方向. 在平面直角坐标系中，

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j} \tag{1-6a}$$

它的两个分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} \tag{1-6b}$$

速度的大小为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2} \tag{1-7a}$$

速度的方向由 $\boldsymbol{v}$ 与 x 轴正向夹角 α 表示，

$$\alpha=\arctan\frac{v_y}{v_x} \tag{1-7b}$$

速度的大小称为速率，由于 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta\boldsymbol{r}|=\Delta s$，因此有

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\left|\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1-8}$$

上式表明，速度的大小 v 等于路程对时间的一阶导数，它反映了质点运动的快慢程度.

在国际单位制中，速度和速率的单位为 m/s（米/秒）.

加速度　加速度是描写质点运动速度变化快慢的物理量. 如图 1-5 所示，质点在 t 时刻位于 A 点时速度为 $\boldsymbol{v}_A$，在 $t+\Delta t$ 时刻到达 B 点时速度为 $\boldsymbol{v}_B$，速度的增量 $\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A$，我们定义平均加速度为速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与产生该增量所需的时间比：

$$\bar{\boldsymbol{a}}=\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{1-9}$$

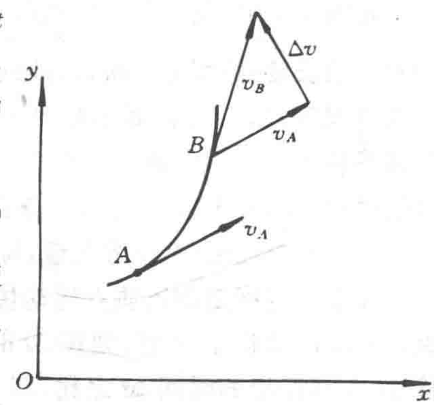

图 1-5

平均加速度 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 是矢量. 平均加速度的大小表示在确定时间内质点运动速度改变的快慢程度，它的方向就是质点速度增量的方向.

平均加速度仅反映了一段时间内速度的变化程度，仍然不能把这段时间内各个时刻速度变化的情况精确地表达出来. 为了精确反映速度变化的情况，只有将时间 Δt 取得足够小，相应地在时间 Δt 内的速度变化量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 也很小，这样，当 Δt 趋近于零时，$\Delta\boldsymbol{v}$ 也趋近于零，但是，这时 $\Delta\boldsymbol{v}/\Delta t$ 却趋近于某一极限值，这个极限值就叫做时刻 t 的瞬时加速度，用 $\boldsymbol{a}$ 表示，则有

$$\boldsymbol{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{d^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-10}$$

上式表明，质点在某一时刻或某一位置的瞬时加速度，等于速度对时间的一阶导数，或者位置矢量对时间的二阶导数. 瞬时加速度又叫即时加速度，简称加速度.

加速度是矢量，它的方向是当 Δt 趋近于零时速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向，因为 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向总是指向曲线凹的一侧，所以加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向曲线凹的一侧.

在平面直角坐标系中，加速度矢量可表示为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\boldsymbol{j} \tag{1-11a}$$

它的二个分量为

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2},\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} \tag{1-11b}$$

加速度的大小为

$$a=\sqrt{a_x^2+a_y^2} \tag{1-12a}$$

加速度的方向由 $\boldsymbol{a}$ 与 x 轴正向夹角 α 表示：

$$\alpha=\arctan\left(\frac{a_n}{a_x}\right) \tag{1-12b}$$

在国际单位制中，加速度的单位为 m/s²（米/秒²）.

运动方程 质点的位置矢量随时间变化的过程就是质点的运动过程，我们把位置矢量与时间的函数关系称为质点的运动方程，即质点的运动方程是

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t) \tag{1-13a}$$

上式在平面直角坐标系中的二个分量是

$$x=x(t),\quad y=y(t) \tag{1-13b}$$

如果从运动方程的分量式消去参数 t，就得到质点的轨迹方程，它表示质点运动时所经历的路径.

在质点运动中常需计算以下两类问题：(1)已知质点的运动方程，通过求导运算，求速度和加速度；(2)已知质点加速度和初始条件($\boldsymbol{r}_0,\boldsymbol{v}_0$)通过积分运算求速度和运动方程.

例 1 一质点在 xOy 平面内运动，运动方程为

$$x=2t,\quad y=19-2t^2$$

式中 x,y 以米计，t 以秒计.

(1)计算并图示质点的运动轨迹.

(2)写出 $t=1$ s 时刻和 $t=2$ s 时刻质点的位置矢量，并计算这 1 秒内质点的平均速度.

(3)计算 1 s 末和 2 s 末质点的速度和加速度.

(4)在什么时刻，质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？这时，它们的 x、y 分量各为多少？

(5)在什么时刻，质点离原点最近？算出这一距离.

(6)在运动方程中，使时间 t 取负值，所得结果如何解释？

解 (1)从运动方程消去时间 t 得轨道方程

$$y=19-\frac{1}{2}x^2\,(x>0)$$

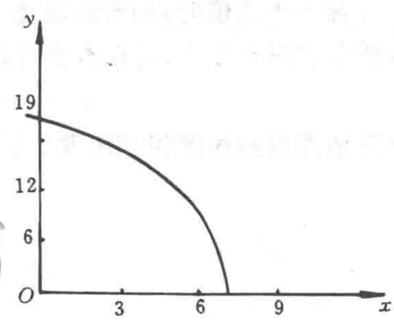

图 1-6

运动轨迹为一抛物线，如图 1-6 所示.

(2)由质点运动方程，可知它的位置矢量为

$$\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(19-2t^2)\boldsymbol{j}$$

$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=2\vec{i}+(-4t)\vec{j}$

当 $t=1$ s， $\boldsymbol{r}_1=2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j}$

当 $t=2$ s， $\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j}$

$\vec{a}=-4\vec{j}$

$$\boldsymbol{v}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{\Delta t}=\frac{(4\boldsymbol{i}+11\boldsymbol{j})-(2\boldsymbol{i}+17\boldsymbol{j})}{2-1}=2\boldsymbol{i}-6\boldsymbol{j}$$

$t=1$ $\vec{v}_1=2\vec{i}-4\vec{j}$

$\vec{a}_1=-4\vec{j}$

(3) $\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-4t\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-4\boldsymbol{j}$

当 $t=1$ s，$\boldsymbol{v}_1=2\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{a}_1=-4\boldsymbol{j}$（沿负 y 方向）

$t=2$ $\vec{v}_2=2\vec{i}-8\vec{j}$

$\vec{a}_2=-4\vec{j}$

当 $t=2$ s，$\boldsymbol{v}_2=2\boldsymbol{i}-8\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{a}_2=-4\boldsymbol{j}$（沿负 y 方向）

(4)当位置矢量与速度矢量垂直时，其方向导数乘积为 -1，故：

$2t\cdot 2+(19-2t^2)(-4t)$

$$\left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{v_y}{v_x}\right)=-1,\quad 即\left(\frac{19-2t^2}{2t}\right)\left(\frac{-4t}{2}\right)=-1$$

$4t$

或

$$4t-4t(19-2t^2)=0$$

得

$$t_1=0,\quad x_1=0,\quad y_1=19\text{ m},\quad v_{x_1}=2\text{ m/s}$$

$$v_{y_1}=0,\quad t_2-3\ \mathrm{s},\quad x_2=6\ \mathrm{m},\quad y_2=1\ \mathrm{m}$$

$$v_{x_2}=2\ \mathrm{m/s},\quad v_{y_2}=-12\ \mathrm{m/s}$$

(5)$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}$

当 r 取极值时应有

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=0$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{(2t)^2+(19-2t^2)^2}=\frac{4(t^2-9)}{\sqrt{4t^4-72t^2+19^2}}=0$$

$$t=\pm 3\ \mathrm{s}$$

当 $t=3$ s，$\dfrac{\mathrm{d}^2r}{\mathrm{d}t^2}>0$，所以得质点及离原点最近距离 $r_{\min}=\sqrt{(2\times 3)^2+(13-2\times 3^2)}=6.08$ m

(6)t 取负值表示开始观察之前的时刻，若物体运动规律不变，将 $-t$ 代入方程，所得 x、y 值则表示在观察开始之前的 t 时刻质点应在的位置坐标.

§1—3　几种典型的质点运动

直线运动　当质点沿着直线轨道运动时，它的位移、速度、加速度的方向都在同一直线上，因此矢量可当标量处理. 设质点运动的直线为 x 轴，其上 O 点为坐标轴的原点，显然，质点 P 在任一时刻的位置只需一个坐标 x 就可以确定，如图 1-7 所示.

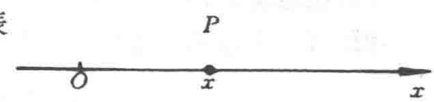

图　1-7

若 x 为正值时，则表示质点在原点右边，x 为负值时，表示质点在原点左边，运动方程可写作

$$x=x(t)$$

相应地质点的速度和加速度分别为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

v 和 a 的正负并不表示质点在原点的左边或右边，只表示运动方向，若 v 和 a 为正值，则表示其速度和加速度的方向是沿 x 轴的正方向，若为负值，则表示其速度和加速度的方向是沿 x 轴的负方向. 当 v 和 a 同号时，质点作加速运动，当 v 和 a 异号时，质点作减速运动.

在一般情况下，质点作直线运动，其加速度 a 是时间 t 的函数，若 a 为常数，则表明该质点作匀变速直线运动，此时有

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\text{常数}$$

即

$$\mathrm{d}v=a\mathrm{d}t$$

对上式两边取积分，并利用质点在 $t=0$ 时刻 $v=v_0$ 的初始条件，于是有：

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=a\int_0^t\mathrm{d}t$$

得

$$v-v_0=at\ \text{或}\ v=v_0+at \tag{1-14a}$$

根据 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，上式可写成

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v_0 + at$$

即

$$\mathrm{d}x = (v_0 + at)\mathrm{d}t$$

对上式两边取积分，并利用质点在 $t=0$ 时刻 $x=0$ 的初始条件，于是有

$$\int_0^x \mathrm{d}x = \int_0^t (v_0 + at)\mathrm{d}t$$

得

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \tag{1-14b}$$

此外，如果把加速度改写为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

简化后得：

$$v\mathrm{d}v = a\mathrm{d}x$$

当质点的位置由 O 变到 x 时，速度从 v_0 变到 v，将上式两边积分

$$\int_{v0}^{v} v\mathrm{d}v = \int_0^x a\mathrm{d}x$$

便得：

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \tag{1-14c}$$

公式(1-14a)、(1-14b)、(1-14c)就是我们熟知的匀变速直线运动公式.

例 2 已知质点沿 Ox 轴运动，其速度为 $v=10+2t^2$，式中 v 与 t 的单位分别为 m/s 和 s，当 $t=0$ 时，质点位于坐标原点右方 20 m 处，求(1)在 $t=2$ s 时，质点的加速度. (2)质点的运动方程. (3)第 3 s 内的位移.

解：由题意知：$t = 0$ 时，$x_0 = 20$ m，$v_0 = 10$ m/s

(1)加速度为

$\dfrac{dx}{dt} = (10+2t^2)$

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = 4t$$

$\int_{x_0}^{x} dx = (10+2t^2)dt$

在 $t = 2$ s 时，$a = 4 \times 2 = 8\ \mathrm{m/s^2}$

$= 10t + \frac{2}{3}t^3$

(2) 由于 $v = \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，所以 $\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$，积分有

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t v\mathrm{d}t = \int_0^t [10 + 2t^2]\mathrm{d}t = 10t + \frac{2}{3}t^3$$ $x = x_0 + 10t$

所以 $x = x_0 + 10t + \dfrac{2}{3}t^3 = 20 + 10t + \dfrac{2}{3}t^3$ $= 20+$

(3) 由上式可求出 $t = 2$ s 时和 $t = 3$ s 时质点的坐标为：

$$x_2 = 20 + 10 \times 2 + \frac{2}{3} \times 2^2 = 45.33\ \mathrm{m}$$

$$x_3 = 20 + 10 \times 3 + \frac{2}{3} \times 2^3 = 58\ \mathrm{m}$$

所以，在这段时间内，质点的位移为

$$\Delta x = x_3 - x_2 = 58 - 45.33 = 12.67\ \mathrm{m}.$$

抛体运动 抛体运动的加速度是重力加速度 $\boldsymbol{g}$，大小不变、方向始终向下，因此，研究抛体运动选取平面直角坐标系最为方便.