广东科学技术学术专著

仿生智能计算中的粒子群优化算法及应用

高　鹰　〔美〕高　翔/著

科学出版社

广东科学技术学术专著项目资金资助出版

仿生智能计算中的粒子群优化算法及应用

高鹰 〔美〕高翔 著

科学出版社

内 容 简 介

粒子群优化算法是一种新的模仿鸟类群体行为的智能优化算法，是群体智能优化算法的一个重要分支，已成为国际上仿生智能计算领域里的研究热点和重点之一。本书共 6 章，分别论述了优化问题和仿生智能计算、模仿鸟群觅食行为的粒子群优化算法、形式多样的粒子群优化算法、无速度项的粒子群优化算法、分布估计粒子群优化算法和粒子群优化算法的应用等内容。

本书可供计算机科学与技术、控制科学与工程等学科领域的高校师生阅读，也可供有关科研人员和工程技术人员参考。

图书在版编目（CIP）数据

仿生智能计算中的粒子群优化算法及应用 / 高鹰，（美）高翔（Peter Xiang Gao）著. —北京：科学出版社，2018.11

ISBN 978-7-03-059251-4

Ⅰ. ①仿… Ⅱ. ①高… ②高… Ⅲ. ①人工智能-计算-高等学校-教材 Ⅳ. ①TP18

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 245919 号

责任编辑：郭勇斌　邓新平 / 责任校对：邹慧卿
责任印制：张克忠 / 封面设计：无极书装

科 学 出 版 社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http：//www.sciencep.com
北京画中画印刷有限公司印刷
科学出版社发行　各地新华书店经销
*
2018 年 11 月第　一　版　开本：787×1092　1/16
2018 年 11 月第一次印刷　印张：14 1/2
字数：330 000
定价：98.00 元
（如有印装质量问题，我社负责调换）

前　言

粒子群优化算法自 1995 年由 R. Ebehtart 和 J.Kenndey 首次提出以来，由于它直观的背景、简洁而容易实现的特点，以及对于不同类型函数广泛的适应性，逐渐引起了研究人员的注意。二十余年来，粒子群优化算法的理论与应用研究都取得了很大的进展，对于算法的原理已经有了一定的了解，算法的应用也已经在不同学科中得以实现。

粒子群优化算法是一种新的模仿鸟类群体行为的智能优化算法，是群体智能优化算法的一个重要分支，已成为国际上仿生智能计算领域研究热点和重点之一。作者在从事博士后研究期间，对粒子群优化算法及其应用进行了研究，并在相关项目的支持下，做了进一步的深入研究。经过十余年的研究，积累了包括作者等运用遗传、免疫、混沌、模拟退火、多种群竞争、聚类、极值扰动、分组、遗忘因子和重心、分布估计、云模型、Copula 函数等思想方法对粒子群优化算法进行分析和探讨取得的成果，也包括作者建立的粒子群优化算法随机收敛性分析及参数选择方法。随着成果积累的越来越多，作者产生了集结成册出版的念想，由此形成了这部书稿，并申请获得广东科学技术学术专著项目资金，在科学出版社帮助与支持下得以出版面世，为科学了解、认识、研究和应用粒子群优化算法给出了一系列新的思想观点和独特的理论视野。

本书以粒子群优化算法的发展和作者对其研究与应用的成果为主线，点面结合，全面、准确地阐述了粒子群优化算法的基本理论和方法，敏锐、及时地反映了粒子群优化算法及其应用在国内外的先进成果和最新信息。同时，在介绍原有粒子群优化算法的基础上，运用遗传、免疫、混沌、模拟退火、多种群竞争、聚类、极值扰动、分组、遗忘因子和重心、分布估计、云模型、Copula 函数等思想方法对粒子群优化算法进行了深入分析和探讨，建立了粒子群优化算法的随机收敛性分析及参数选择方法。在应用方面，针对盲信号分离问题、隐马尔可夫模型优化、网络编码优化等问题，阐述了作者应用粒子群优化算法解决这些问题的思想与方法，具有启发性，并可为解决其他问题提供借鉴。

全书共 6 章，具体内容安排如下。

第 1 章，优化问题和仿生智能计算，介绍了现实世界中优化问题的数学模型、解决优化问题的途径和方法、仿生智能计算和粒子群优化算法的起源、发展及应用等内容。

第 2 章，模仿鸟群觅食行为的粒子群优化算法，介绍了基本粒子群优化算法、标准粒子群优化算法、离散粒子群优化算法、粒子群优化算法的拓扑结物、粒子群优化算法中粒子的行为分析和标准粒子群优化算法的随机收敛性分析及参数选择等内容。

第 3 章，形式多样的粒子群优化算法，介绍了具有遗传特性的粒子群优化算法、自适应扩展粒子群优化算法、带免疫性质的粒子群优化算法、混沌粒子群优化算法、引入模拟退火机制的粒子群优化算法、多种群竞争粒子群优化算法、基于聚类的多子群粒子群优化

算法、带极值扰动的自适应粒子群优化算法、分组粒子群优化算法、协同粒子群优化算法和带扰动因子的布尔型离散粒子群优化算法等内容。

第 4 章，无速度项的粒子群优化算法，介绍了 Bare-Bones 粒子群优化算法及分析、具有重心无速度项的粒子群优化算法、具有惯性遗忘因子和重心的粒子群优化算法、简化的粒子群优化算法、一般化的粒子群优化算法及分析和具有量子行为的粒子群优化算法等内容。

第 5 章，分布估计粒子群优化算法，介绍了分布估计算法、基于分布估计的离散粒子群优化算法、基于认知种群的分布估计粒子群优化算法、结合云模型的分布估计粒子群优化算法和基于 Copula 的分布估计粒子群优化算法等内容。

第 6 章，粒子群优化算法的应用，介绍了在盲信号分离中的应用、基于粒子群优化算法的隐马尔可夫模型优化、基于布尔型粒子群优化算法的网络编码优化、粒子群优化算法在股票价格预测中的应用、在多路回波消除中的应用和粒子群优化算法用于 FIR SIMO 信道盲辨识等内容。

感谢广东科学技术学术专著项目（粤科规财字[2017]120 号，2017A030304010）、广东省自然科学基金项目（2014A030313524）、广州市科普项目（2007KP034）的资助。本书由高鹰和 Peter Xiang Gao 共同撰写，感谢刘怀亮、黄志杨等提供的有益帮助。希望本书可以给读者一定的帮助，但由于作者水平有限，难免有不足之处，恳请专家、学者和广大读者批评指正。

作　者

2018 年 5 月于广州市大学城广州大学

目　　录

第 1 章　优化问题和仿生智能计算

1.1　现实世界中优化问题的数学模型

在实际生产、现实生活和科学研究中，常常要求操作者、经营和决策者考虑如何以最低的成本、最短的时间获取最大的效益，这类问题在数学中称为优化问题。优化问题广泛见于工程设计、经济规划、生产管理、交通运输、国防等领域。优化既是一个古老的课题，又是一门年轻的学科。早在 17 世纪，牛顿和莱布尼茨发明微积分的时代，就已经提出了函数的极值问题，后来又提出了拉格朗日乘子法和柯西最速下降法。但直到 20 世纪 30 年代，优化理论和方法才得以迅速发展，并不断完善，逐步成为一门系统的学科。到 20 世纪 70 年代，优化问题无论在理论和算法上，还是在应用的深度和广度上都有了进一步的发展。随着计算机技术的飞速发展，优化算法的应用越来越广泛，成为一门十分活跃的学科。

从数学的角度来讲，优化问题的数学模型包括变量、约束条件和目标函数三个部分。

（1）变量，即所考虑的问题可归结为优选若干个变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$，它们都取实数值，它们的一组值构成了一个可行解。

（2）约束条件，即对变量 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 所加的限制条件，通常用不等式或等式表示为

$$g_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)\geqslant 0,\quad i=1,2,\cdots,m \tag{1.1}$$

$$h_j(x_1,x_2,\cdots,x_n)=0,\quad j=1,2,\cdots,l \tag{1.2}$$

（3）目标函数，通常刻画为一个最大化或最小化的实值函数 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$。

因此，优化问题可理解为确定一组变量在满足约束条件下寻求目标函数的最优值。注意最大化目标函数 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 相当于最小化目标函数 $-f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$，我们仅考虑最小化问题。

令 $\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}$ 并将约束条件写成约束集的形式，即令

$$S=\{\boldsymbol{x}\mid g_i(\boldsymbol{x})\geqslant 0,i=1,2,\cdots,m;h_j(\boldsymbol{x})=0,j=1,2,\cdots,l\}$$

则优化问题一般地可表示为如下形式：

$$\begin{cases}\min f(\boldsymbol{x});\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{x}\in S\end{cases} \tag{1.3}$$

其中，$\boldsymbol{x}=[x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^n$ 为变量；$f(\boldsymbol{x})$ 为目标函数；$S\in\mathbf{R}^n$ 为约束集或可行域，它是所有可行解即满足约束条件的点的集合。

特别地，如果可行域 $S=\mathbf{R}^n$，则优化问题（1.1）称为无约束优化问题，无约束优化问题的数学模型通常为

$$\begin{cases}\min f(\boldsymbol{x}); \\ \text{s. t.} \quad \boldsymbol{x} \in \mathbf{R}^n\end{cases} \tag{1.4}$$

一般地，约束优化问题数学模型表示为

$$\begin{cases}\min\ f(\boldsymbol{x}); \\ \text{s. t.} \quad \begin{aligned} & g_i(\boldsymbol{x}) \geqslant 0, i=1,2,\cdots,m; \\ & h_j(\boldsymbol{x})=0, j=1,2,\cdots,l \end{aligned}\end{cases} \tag{1.5}$$

其中，$g_i(\boldsymbol{x}) \geqslant 0(i=1,2,\cdots,m)$ 和 $h_j(\boldsymbol{x})=0(j=1,2,\cdots,l)$ 为约束函数，$g_i(\boldsymbol{x}) \geqslant 0(i=1,2,\cdots,m)$ 为不等式约束，$h_j(\boldsymbol{x})=0(j=1,2,\cdots,l)$ 为等式约束。

还有一类问题是变量取离散值的优化问题，称为组合优化问题，通常可描述为：

令 $\Omega=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$ 为所有状态构成的解空间，$f(x_i)$ 为状态 x_i 对应的目标函数值，寻求最优解 $x^* \in \Omega$，使得 $\forall x_i \in \Omega, f(x^*)=\min f(x_i)$。

组合优化涉及排序、分类、筛选等问题，典型的组合优化问题如下所示。

1. 旅行商问题

旅行商问题（traveling salesman problem，TSP）也称货郎担问题，该问题的提出最早可追溯到 18 世纪的欧拉年代，由于优化技术的兴起，直到 20 世纪中叶才逐渐为人们所认识。特别是当它被证明是 NP 问题，并与超大规模集成电路（very large scale integration circuit，VLSI）制造、输油管道铺设、电路布线等许多问题有关时，人们对该问题的研究日渐深入。

TSP 可以简单地描述成：已知 n 个城市及各城市间的旅行费用，寻找一条走遍所有城市且费用最低的旅行路线。其数学描述如下：

设有城市集合 $C=\{C_1,C_2,\cdots,C_n\}$，其每对城市 $C_i,C_j \in C$ 的距离为 $d(C_i,C_j) \in \mathbf{Z}^+$。求一条经过 C 中每个城市正好一次的路径 $\{C_{\pi_1},C_{\pi_2},\cdots,C_{\pi_n}\}$，使得 $\sum_{i=1}^{n-1} d(C_{\pi_i},C_{\pi_{i+1}})+d(C_{\pi_n},C_{\pi_1})$ 最小，这里 $(\pi_1,\pi_2,\cdots,\pi_n)$ 是 $(1,2,\cdots,n)$ 的一个置换。

用图论的术语，TSP 可描述为：设 $G=(V,A)$ 是一个图，此处 V 是由 n 个顶点组成的集合，A 称为弧或边集，$\boldsymbol{D}=(d_{i,j})$ 是与 A 关联的距离或费用矩阵。TSP 就是要决定一条经过所有顶点正好一次（这样的回路称为一条路径或 Hamilton 回路）且距离最短的回路。若对任意 $i,j \in V$ 有 $d_{i,j}=d_{j,i}$，则该问题称为对称的 TSP，否则称为非对称的 TSP。若对任意 $i,j,k \in V$ 有 $d_{i,j}+d_{j,k} \geqslant d_{i,k}$，则称费用矩阵 $\boldsymbol{D}$ 满足三角不等式。当 $V \in \mathbf{R}^2$ 且 $d_{i,j}$ 为 i 和 j 间的直线距离时，该问题称为平面（或 Euclid）TSP，此类问题的费用矩阵满足三角不等式。

2. 背包问题

背包问题的一般描述是：给定 n 种不同的物品和一个背包，物品 i 的质量是 W_i，背包容量是 M，假定物品 i 的一部分 $x_i(0 \leqslant x_i \leqslant 1)$ 被放进背包里，就会得到利润 $P_i x_i$。要求被

装进的物品的总质量不超过 M（若只考虑物重而不考虑其形状和体积）。问：应如何选择物品的种类和数量，使背包装满且获得最大利润。此类问题的数学描述是，给定 $M>0$，$W_i>0$，$P_i>0, l\leqslant i\leqslant n$，要求找出一个 n 元向量 $[x_1,x_2,\cdots,x_n]$，$0\leqslant x_i\leqslant 1$，使之满足约束条件 $\sum_{i=1}^{n}W_ix_i\leqslant M$，使目标函数 $\sum_{i=1}^{n}P_ix_i$ 达到最大。满足 $0\leqslant x_i\leqslant 1$ 的任何向量都是一个可行解，而最佳解必须是使目标函数的值达到最大的一个可行解。当约束 x_i 为正整数时，称为整数背包问题，当约定 $x_i=0$ 或 $x_i=1$ 时，称为 0-1 背包问题。背包问题在现实生活中具有广泛的应用，如物流公司的货物发配问题、集装箱的装运问题等。

3. 加工调度问题

加工调度问题如下：有 n 个工件和 m 台机器，每个月都包含 m 个操作（或称工序），每个操作都需要单独占用某台机器进行加工，操作一旦开始，就不能中途被打断；每台机器在任一时刻最多只能加工一个工件；每个工件占用任一台机器的次数不多于一次。这里所说的调度，就是在每台机器上为每个操作分配一段加工时间，以寻找一种可行的调度方案，使得所有工件的完工时间最短。一个调度方案即为加工调度问题的一个解，所有可行解构成的集合就称为加工调度问题的可行解空间。

4. 装箱问题

装箱问题如下：把一定数量的物品放入容积相同的一些箱子中，要求每个箱子中物品体积之和不超过箱子容积且所用的箱子数目最少。在计算机科学与技术和工程应用领域中，装箱问题有着广泛的应用背景，如多处理器任务调度、内存管理、资源分配、运输计划等，因此装箱问题及其求解的研究具有广泛的应用价值。从计算复杂性理论的角度来讲，装箱问题是 NP 完全问题，很难精确求解。

还有许多组合优化问题，这里不一一列举。上述组合优化问题的模型简单，而且在实际应用中非常广泛，但其求解却非常困难，原因在于随着问题规模的增加，计算量呈指数增长，即所谓的“组合爆炸”，解决组合优化问题的关键在于寻求有效的优化算法。

最优化问题的解一般称为最优解。如果只在约束集中某一局部范围内寻找最优解，则获得的解称为局部最优解。如果是在整个约束集中寻找最优解，则获得的解称为全局最优解。在解决实际问题时情况错综复杂，有时这种理想的最优解不易求得，或者需要付出较大的代价，因而对解只要求能满足一定限度范围内的条件，不一定过分强调最优。在最优化理论发展的早期就有人提出次优化的概念及其相应的次优解。提出这些概念的背景是：最优化模型的建立本身就只是一种近似，因为实际问题中存在的某些因素，尤其是一些非定量因素很难在一个模型中全部加以考虑。另外，还缺乏一些求解较为复杂模型的有效方法。进一步地，一些学者提出了满意解的概念，即只要决策者对解满意即可。

只有一个目标函数的优化问题称为单目标优化问题，大量的工程问题常常涉及多个目标的同时优化问题，这称为多目标优化问题。多目标优化问题的数学模型为

$$\begin{cases}\min f(\boldsymbol{x})=(f_1(\boldsymbol{x}),f_2(\boldsymbol{x}),\cdots,f_k(\boldsymbol{x}));\\ \text{s.t.}\quad \boldsymbol{x}\in S\end{cases}\tag{1.6}$$

建立多目标最优化模型，主要是通过它来刻画现实中的多目标优化问题，最终的目的是获得问题的解答。但在大多数情况下，多目标优化问题中的各个目标函数间可能是相互冲突的，因而，多目标优化问题不存在唯一的全局最优解，即使所有的目标函数同时最优。但是，多目标优化问题可以存在这样的解：对一个或几个目标函数不可能进一步优化，而对其他目标函数不至于劣化，这样的解称为非劣最优解，亦称Pareto 最优解（Pareto optimal）。对于集合 $A \subseteq S$，变量 $\boldsymbol{x}^* \in S$ 为非劣最优解，当且仅当不存在 $\boldsymbol{a} \in A$ 优于 $\boldsymbol{x}^*$。由所有非劣最优解组成的集合称为多目标优化问题的 Pareto 最优解集（Pareto optimal set），也称为可接受解集或有效解集，相应非劣最优解的目标向量称为非支配目标向量，由所有非支配的目标向量构成多目标优化问题的非劣最优目标域（Pareto front）。

1.2 解决优化问题的途径和方法

解决实际优化问题的一般步骤如下：

（1）收集有关数据和资料，提出最优化问题；

（2）确定优化问题的变量，列出目标函数和约束条件，建立最优化问题的数学模型；

（3）分析数学模型的特点，选择合适的求解该模型的最优化方法；

（4）用所选择的最优化方法求解，一般通过编制程序，用计算机软件求出最优解；

（5）最优解的检验和实施。

上述 5 个步骤在实践中常常是反复交叉进行、相互支持和相互制约的。

为了使目标函数达到最优所提出的各种求解方法称为最优化方法。它主要运用数学方法研究各种实际问题的优化途径及方案，为决策者提供科学决策的依据。随着科学技术的进步和社会的日益发展，最优化方法已成为工程应用等领域的重要理论基础和不可缺少的方法，被广泛应用于工程建设、经济管理、公共管理、国防等领域，发挥着越来越重要的作用。不同类型的最优化问题可以有不同的最优化方法，即使同一类型的问题，也可有多种最优化方法。反之，某些最优化方法可适用于不同类型的优化模型。最优化问题的求解方法一般可以分成解析法、直接法、数值计算法、构造型优化算法、动态演化算法和仿生智能计算方法等。

（1）解析法。先用求导数的方法或变分法求出必要条件，通过必要条件将问题简化，得到一组方程或不等式，再求解这组方程或不等式。这种方法只适用于目标函数和约束条件有明显的解析表达式的情况。

（2）直接法。当目标函数比较复杂或者不能用变量显函数描述时，无法用解析法求出必要条件。这时可采用直接搜索的方法经过若干次搜索迭代到最优点。这种方法常需根据经验或通过测试得到所需结果。对于单变量极值问题，主要用消去法或多项式插值法；对于多变量极值问题主要应用爬山法。

（3）数值计算法。数值计算法是一种解析与数值计算相结合的方法，实际上也是一种直接法，如梯度下降法、共轭梯度法等。

（4）构造型优化算法。这类算法主要用于求解组合优化问题，它依据组合优化问题的

特点，通过构造的方法快速建立问题的解，这类方法技巧性强，优化效果不能令人满意，缺乏一般性。例如，在调度问题中的 Johnson 优化算法、Gupta 优化算法、Palmer 优化算法、NEH 优化算法、Daunenbring 优化算法、CDS 优化算法等。

（5）动态演化算法。它将优化问题转化为系统动态的演化过程，通过系统的动态演化来实现优化，如混沌优化方法、神经网络方法等。

（6）仿生智能计算方法。这类算法主要是通过模拟生物进化和生物群体智能而设计的优化方法，典型的有遗传算法（genetic algorithms，GA）、蚁群优化算法（ant colony optimization，ACO）、蜂群优化算法、DNA 分子算法、免疫优化算法、粒子群优化算法等，这类算法在并行性、随机性、自适应性、鲁棒性、非线性复杂问题的求解能力等方面表现出显著的特点，已成为最优化研究领域里的研究热点，取得了诸多丰硕的成果。

事实上，根据目标函数和约束条件的解析性质，还可以对各种方法作进一步分类。例如，如果目标函数和约束条件都是线性的，则称为线性规划法。线性规划法有专门的求解方法，如单纯形法、解乘数法、椭球法和卡马卡法等。当目标函数或约束条件中有一非线性函数时，则称为非线性规划法。若目标函数是二次的，而约束条件是线性的，则称为二次规划。二次规划的理论和方法都比较成熟。如果目标函数具有一些函数的平方和的形式，则有专门求解平方和问题的优化方法。目标函数具有多项式形式时，可形成一类几何规划。

仿生智能计算方法性能的比较常常通过一些典型的标准测试函数进行，这些标准测试函数都具有各自不同的特征，可以从测试结果中多方面观察需要测试的算法的性能指标，下面是一些文献中常用到的测试函数。

（1）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30}x_i^2, |x_i|\leqslant 100$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（2）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30}|x_i|+\prod_{i=1}^{30}|x_i|, |x_i|\leqslant 10$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（3）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30}\left(\sum_{j=1}^{i}x_j\right)^2, |x_i|\leqslant 100$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（4）$f(\boldsymbol{x})=\max_{i=1}^{30}\{|x_i|\}, |x_i|\leqslant 100$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（5）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{29}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(1-x_i)^2], |x_i|\leqslant 300$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(1,1,\cdots,1)=0$$

（6）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30}([x_i+0.5])^2, |x_i|\leqslant 100$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（7）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30} i x_i^4+\operatorname{random}[0,1),|x_i|\leqslant 1.28$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（8）$f(\boldsymbol{x})=\sum_{i=1}^{30}[x_i^2-10\cos(2\pi x_i)+10],|x_i|\leqslant 5.12$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（9）$f(\boldsymbol{x})=-20\exp\left(-0.2\sqrt{\sum_{i=1}^{30}x_i^2/30}\right)-\exp\left(\sum_{i=1}^{30}\cos(2\pi x_i)/30\right)+20+\mathrm{e},|x_i|\leqslant 32$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（10）$f(\boldsymbol{x})=\frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{30}x_i^2-\prod_{i=1}^{30}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right)+1,|x_i|\leqslant 600$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0,\cdots,0)=0$$

（11）$f(\boldsymbol{x})=\frac{\sin^2\sqrt{x_1^2+x_2^2}-0.5}{[1+0.001(x_1^2+x_2^2)]^2}-0.5,|x_i|\leqslant 100$，其最优值点和最优值为

$$\min f(\boldsymbol{x}^*)=f(0,0)=-1$$

1.3　仿生智能计算

仿生智能计算是人工智能的深化与发展，是人们受自然（生物界）规律的启迪，根据其原理，借助于现代计算工具模拟生物的智能行为求解问题和信息处理的理论与方法。人工智能是以知识库（或专家规则库）为基础，以离散数学符号推理为主要特征，而仿生智能计算则是以模型（计算模型、数学模型）为基础，以分布式计算和并行计算为主要特征。人工智能强调规则的作用与形成，而仿生智能计算强调模型的建立与构成；人工智能更多地依赖专家的个人知识，而仿生智能计算强调自组织、自学习与自适应。我们可以基于不同的观点与角度模拟生物的智能行为：

（1）从模拟生物智能行为产生与作用所赖以存在的结构角度，形成了人工神经网络；

（2）从生物智能的表现行为角度，形成了模糊逻辑与模糊推理；

（3）从模拟生物的智能行为生成过程的观点，形成了仿生智能计算方法，如遗传算法、蚁群优化算法、蜂群优化算法、DNA 分子算法、免疫优化算法、粒子群优化算法等。

人工神经网络（artificial neural network，ANN）是在对人脑组织结构和运行机制的认识理解基础之上模拟其结构和智能行为的系统。早在 20 世纪 40 年代初期，心理学家 McCulloch、数学家 Pitts 就已经提出了人工神经网络的第一个数学模型，从此开创了神经科学理论的研究时代。其后，F. Rosenblatt、Widrow 和 J. J. Hopfield 等学者又先后提出了感知模型，使人工神经网络技术得以蓬勃发展。神经系统的基本构造单元是神经元，它是处理人体内各部分相互信息传递的基本单元。每个神经元都由一个胞体、一个连接其他神经元的轴突和树突组成。轴突的功能是将本神经元的输出信号传递给别的神经元，其末端

的许多神经末梢使得信号可以同时传送给多个神经元。树突的功能是接收来自其他神经元的信号。神经元胞体将接收的所有信号进行简单处理后由轴突输出。神经元的树突与另外的神经元的神经末梢相连的部分称为突触。人工神经网络是由大量的神经元广泛互连而成的系统，它的这一结构特点决定着人工神经网络具有高速信息处理的能力。人工神经网络的知识存储容量很大。在神经网络中，知识与信息的存储表现为神经元之间分布式的物理联系。它分散地表示和存储于整个网络内的各神经元及其连线上。每个神经元及其连线只表示一部分信息，而不是一个完整具体概念。只有通过各神经元的分布式综合效果才能表达出特定的概念和知识。人工神经网络是一种非线性的处理单元。只有当神经元对所有输入信号的综合处理结果超过某一门限值后才输出一个信号。因此神经网络是一种高度非线性的超大规模连续时间动力学系统，突破了传统的以线性处理为基础的数字电子计算机的局限，标志着人们智能信息处理能力和模拟人脑智能行为能力的一大飞跃。

模糊逻辑是建立在多值逻辑基础上，运用模糊集合的方法来研究模糊性思维、语言形式及其规律的科学，是模仿人脑的不确定性概念判断、推理思维的方式，它借助于隶属度函数概念，区分模糊集合，处理模糊关系，模拟人脑实施规则型推理，解决因“排中律”的逻辑破缺产生的种种不确定问题。模糊逻辑善于表达界限不清晰的定性知识与经验。对于模型未知或不能确定的描述系统，以及强非线性、大滞后的控制对象，应用模糊集合和模糊规则进行推理，表达过渡性界限或定性知识经验，模拟人脑方式，实行模糊综合判断，推理解决常规方法难于对付的规则型模糊信息问题。逻辑学家首先对模糊性进行了研究，提出了模糊逻辑的概念，并研究了不精确概念的逻辑问题。在此基础上，又相继提出了模糊限制词、语言变量和语言真值等重要概念，并以模糊集合论为基础建立了似然推理系统。该理论用模糊集合来刻画模糊概念，用近似推理规则进行模糊演绎。该似然推理系统是对古典形式逻辑的拓展，它使用语义而不是语法进行推演。从 20 世纪 70 年代开始，逻辑学家提出了一些模糊逻辑形式系统，基于这些理论，第一个模糊推理语言于 1974 年实现了。随后，美国、日本、英国、中国和法国等国家的科学家又相继实现了一系列风格不同的模糊推理语言和知识处理工具。模糊推理的另一个重要分支是模糊产生式（规则）系统，模糊产生式不同于模糊逻辑公式，它的前件和后件之间不一定存在必然的逻辑关系。模糊产生式被视为元级规则，并且模糊产生式系统的推理机是显式的，而模糊逻辑规则是通过自身隐含的推理机执行的。

遗传算法是基于生物进化理论而发展起来的一种广为应用的、高效的随机搜索优化方法，通过群体搜索策略和群体中个体之间的信息交换进行寻优，搜索过程不依赖于梯度信息。它是在 20 世纪 70 年代初期由美国密歇根（Michigan）大学的 Holland 教授提出的。遗传算法与进化策略、进化规划共同构成了进化算法的主要框架，截至目前，遗传算法是进化算法中一种广为人知的算法。近几十年来，遗传算法在复杂优化问题求解和工业工程领域应用方面，取得了一些令人信服的结果，引起了很多研究人员的关注。遗传算法在作业调度与排序、可靠性设计、车辆路径选择与调度、成组技术、设备布置与分配、交通问题等方面得到了成功的应用。遗传算法具有以下 5 个方面的特点：①遗传算法从问题解的串集开始搜索，而不是从单个解开始。这是遗传算法与传统优化算法的重要区别。传统优化算法是从单个初始值迭代求最优解的，容易误入局部最优解。遗传算法从串集开始搜索，

覆盖面大，利于全局寻优。②遗传算法不用搜索空间的知识或其他辅助信息，而仅用适应度函数值来评估个体，在此基础上进行遗传操作。适应度函数不仅不受连续可微的约束，而且其定义域可以任意设定。③遗传算法同时处理群体中的多个个体，即对搜索空间中的多个解进行评估，减少了陷入局部最优解的风险，同时算法本身易于实现并行化。④遗传算法采用概率的变迁规则来指导它的搜索方向，而不是采用确定性规则。⑤遗传算法利用进化过程中获得的信息自行组织搜索，适应度大的个体具有较高的生存概率，并获得更适应环境的基因结构，具有自组织、自适应和自学习性。

在自然界中，蚂蚁有能力在没有任何提示下找到从其巢穴到食物源的最短路径，并且能随环境的变化而变化，适应性地搜索新的路径，产生新的选择。其原因在于蚂蚁在寻找食物源时，能在其走过的路上释放一种特殊的分泌物——信息素，后来的蚂蚁选择该路径的概率与当时这条路径上该物质的强度成正比。当一定路径上通过的蚂蚁越来越多时，其留下的信息素轨迹也越来越多，后来蚂蚁选择该路径的概率也越高，从而更增加了该路径的信息素强度。强度高的信息素会吸引更多的蚂蚁，从而形成一种正反馈机制。通过这种正反馈机制，蚂蚁最终可以发现最短路径。特别地，当蚂蚁巢穴与食物源之间出现障碍物时，蚂蚁不仅可以绕过障碍物，而且通过蚁群信息素轨迹在不同路径上的变化，经过一段时间的正反馈，最终收敛到最短路径上。蚁群优化算法就是一种模拟昆虫王国中蚂蚁群体智能行为的仿生优化算法。20 世纪 90 年代，受蚂蚁觅食时的通信机制启发，蚁群优化算法被提出来用于解决计算机算法学中经典的旅行商问题。在解决旅行商问题时，蚁群优化算法通过设计虚拟的蚂蚁来摸索不同路线，并留下会随时间逐渐消失的虚拟信息素。虚拟信息素也会挥发，每只蚂蚁每次随机选择要走的路径，它们倾向于选择路径比较短的、信息素比较强的路径。根据信息素较强的路线更近的原则，即可选择出最佳路线。蚁群优化算法利用了正反馈机制，较短的路径能够有较大的机会得到选择，并且采用了概率选择机制，使得其不易陷入局部最优解，具有较强的鲁棒性、优良的分布式计算机制、易于与其他方法相结合等优点。蚁群优化算法通过解决旅行商问题提出了一种解决组合优化问题的新思路，它已经成功用于解决其他组合优化问题，并由解决一维静态优化问题发展到解决多维动态组合优化问题，由离散域范围内的研究逐渐扩展到了连续域范围内的研究，从而使这种仿生智能计算方法展现出勃勃生机和广阔的发展前景。

自然界中的蜂群包含工蜂、蜂王和雄蜂三种蜜蜂，是一个“超个体”，从整个蜂群来说，具有超个体的行为，并且个体成员离开蜂群难以生存。有人将一个蜂群看成是一个动物个体，将工蜂看成寻找、加工和制造食物的器官，而将蜂王和雄蜂看成是繁殖器官。蜂群内蜜蜂个体的增多不是真正意义的繁殖，蜂王在婚飞的过程中与多只雄蜂交尾之后，将多只雄蜂的精液储存于蜂王的储精囊内。蜂王以后基本不会再出巢婚飞，使工蜂与工蜂之间成为全同胞姊妹关系和半同胞姊妹关系。同一蜂群内工蜂个体的增多，由于没有外来遗传信息的加入，不能算是真正意义的繁殖，只相当于脊椎动物的细胞分裂。新的蜂群是由分蜂行为产生的，是蜂群真正意义的繁殖。分蜂是指蜂群数量增长到一定阶段后，群内培育雄蜂和新蜂王。随后，原蜂王与一半以上工蜂和部分雄蜂飞离原巢在新址另行筑巢而居。蜜蜂以自然分蜂的方式来增加种群的数量，是一种特殊方式的繁殖。伴随着分蜂群的飞出，原群羽化的新蜂王在几天后就达到性成熟并与其他雄蜂交尾，之

后便大量产卵。于是，具有与原有工蜂不同遗传信息的新蜂大量出房，加上原有工蜂逐渐死去，新的蜂群逐渐形成。再看分蜂群，由于分蜂群的蜂王多为老蜂王，一般过不了几个月老蜂王就会被新的蜂王自然更替，新蜂王交尾产卵之后，标志着含有新的遗传信息的新蜂群组建成功。可以看到，无论是原群或分蜂群都有新的遗传信息加入，这就使得蜂群随着环境条件的改变而不断进化。根据自然中蜂群的行为特征，已有两个主要的行为模型用以设计仿生优化算法。一种是受启发于蜂群中工蜂通过摇摆舞的通信交流机制进行采集的行为。在这种行为中，发现了好的食物源的工蜂会通过表演摇摆舞的方法召集更多的同伴进行采集，从而使富足的食物源得到快速而有效的开采，从而极大地提高了整个蜂群定位和开采食物源的效率。另一种是受启发于蜂群在整体环境中的进化行为。这种蜂群的进化具有区别其他物种的独特之处。首先是蜂王与单倍体雄蜂进行的婚飞行为，有较大的概率使好的基因被选择。其次是对新蜂王的选择和蜂群分蜂，从而完成了精英个体的保留和蜂群的进化。这两个主要行为模型分别称为蜂群采集模型和蜂群进化模型。基于蜂群采集模型，英国学者和土耳其学者各自给出了一个基于该模型的仿生优化算法，这两个算法都充分运用了蜂群的采集行为机制，但从算法设计和实现方面上有所区别，英国学者提出的蜂群算法（bees algorithm，BA）设置的参数较多，但较为简化，而土耳其学者提出的人工蜂群算法（artificial bee colony algorithm，ABCA）所需调整参数较少，但稍微复杂。基于蜂群进化模型的仿生优化算法则有：蜜蜂婚飞优化算法（the marriage in honey-bees optimization algorithm，MBOA）、蜜蜂交配优化算法（Honey-Bees Mating Optimization algorithm）和蜂王进化算法（queen-bee evolution algorithm，QBEA）等。

DNA 分子计算是基于大量 DNA 分子自然的并行操作及生化处理技术，通过产生类似于某种数学过程的一种组合结果并对其进行抽取和检测来完成问题求解的过程。1994 年，美国加利福尼亚大学的 Adleman 博士在《科学》上发表了关于 DNA 分子计算的开创性文章，其新颖性在于采用了没有作为计算机硬件的生物技术来实现。从 DNA 分子计算的原理和一些生物操作工具来看，与数学操作非常类似。DNA 串可作为译码信息，在 DNA 序列上可执行一些简单操作，这些操作是通过大量能处理一些基本任务的酶来完成的。DNA 分子计算的优势在于它的并行计算能力、很高的能量效率和存储容量。目前 DNA 分子计算的研究已涉及许多方面，如 DNA 分子计算的能力、模型和算法等。近年来也有学者开始将 DNA 分子计算与遗传算法、神经网络、模糊系统和混沌系统等智能计算方法相结合。DNA 分子计算的研究属于生物学、遗传学、化学、数学、物理、计算机科学、控制论和智能科学等学科的交叉领域。目前，DNA 分子计算的研究主要集中在 DNA 分子计算的生物工具和算法实现技术、DNA 分子计算的模型、DNA 分子计算机的基本计算、DNA 分子计算与软计算的集成和 DNA 智能计算机等方面。

免疫优化算法将医学免疫学中的免疫机制和模型引入计算机科学与技术、网络科学、计算机控制与安全等研究与工程中，是现代计算机科学与技术领域的主要研究方向之一。计算机领域中的免疫是一种功能，用来识别正常和非正常的物质和信息；隔离、删除或修改冗余或者有害的信息，从而维护系统环境的稳定和安全。通过免疫计算达到提升系统性能、优化系统环境、安全保护系统的目的。20 世纪 80 年代，IBM 成功研发了用于病毒防治的计算机免疫系统。20 世纪 90 年代，美国学者提出了免疫计算及计算机免疫学的概念。

之后，一些研究人员陆续对免疫计算及计算机免疫学的概念进行了推广，产生了狭义免疫计算与广义免疫计算及相应的免疫系统的概念。狭义免疫计算是指具有生物免疫学中免疫网络模型、进化模型及免疫算法的各类计算机免疫算法，如免疫人工神经网络、ARTIS分布式监测模型、Multi-Agent 免疫模型等。广义免疫计算包括具有计算机免疫功能的所有控制单元、机器、控制系统及算法，如访问控制系统、机器人行为控制系统、入侵检测系统、反垃圾邮件网关、安全密钥系统、人脸识别系统等。目前被普遍采用的广义免疫计算模型包括免疫神经网络模型、垃圾邮件免疫模型、网络病毒免疫模型、Multi-Agent 免疫模型、遗传免疫算法、量子克隆计算等。

仿生智能计算方法一般具有以下一些基本特征。

（1）智能性：包括自组织、自适应和自学习性等，这种特征具有能根据环境变化自动发现环境的特性和规律的能力。

（2）本质并行性：一是内在并行性（inherent parallelism），即算法本身非常适合大规模并行；二是内含并行性（implicit parallelism），能以较少的计算获得较大的收益。

（3）多解性：采用种群的方式组织搜索，从多个点出发，通过内部结构的调整和重组形成新的点，每次提供多个近似解，对多目标搜索或需要多个近似解作为参照的情况非常有用。

（4）全局优化：同时在解空间的多个区域内进行搜索，并且能以较大的概率跳出局部最优，以找出全局最优解。

（5）不确定性：算法主要步骤含有随机因素，在算法的迭代过程中带有很大的不确定性。

（6）稳健性：算法利用个体的适应值推动种群的更新，不考虑所求解问题本身的结构特征，只需要设计相应的适应值评价函数。另外，算法本身是一个动态进化过程，当环境变化时它能动态适应环境，群体无须重新初始化。

目前，仿生智能计算的研究虽然取得了显著的成果，但要使智能机器真正具备人类的智能水平还有很长的路要走。在 21 世纪，仿生智能计算将探索智能的新概念、新理论、新方法和新技术，这一切将蓬勃发展并取得重大成就。

1.4　粒子群优化算法的起源、发展及应用

粒子群优化算法（particle swarm optimization，PSO）主要源于人工生命及复杂适应系统理论的研究。在 1994 年，Holland 提出了复杂适应系统（complex adaptive system，CAS）的理论。复杂适应系统中的成员称为自适应主体（adaptive agent），简称为主体。主体的自适应性，是指它与环境及其他主体能够进行交流，在这种交流的过程中学习或积累经验，并且根据学到的知识与经验改变自身的结构和行为方式。在这个基础上，整个系统进行演变或进化，包括新层次的产生、分化和多样性的出现，新的、聚合而成的、更大的主体的出现等。当前，通过模拟生物群体的行为来解决优化问题已经成为仿生智能计算领域里新的研究热点，形成了以群体智能（swarm intelligence）为核心的理论与算法体系，并已在一些实际领域获得广泛应用。研究人员通过观察和研究生物群体发现，生物群体内个体间