



“十三五”普通高等教育规划教材

ZIDONG KONGZHI LILUN XUEXI ZHIDAO YU XITI XIANGJIE

自动控制理论

学习指导与习题详解

田思庆 王 鹏 周经国 主编
赵宝江 主审



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS



在线答题
在线判卷
基础知识
轻松掌握

温馨提示：免费购物码在封二。

扫码

输入免费
购物码

在线
测试



“十三五”普通高等教育规划教材

自动控制理论 学习指导与习题详解

主 编 田思庆 王 鹄 周经国
副主编 杨 康 张连军 宣传忠
编 写 陈文平 周 正
主 审 赵宝江



在线答题
在线判卷

请您
扫码

基础知识
轻松掌握

温馨提示：免费购物码在封二。

扫 码

输入免费
购物码

在线
测试



中国电力出版社
CHINA ELECTRIC POWER PRESS

内 容 提 要

本书为田思庆等主编的《自动控制理论》(ISBN 978-7-5198-0881-5)教材的配套教辅。

本书紧密围绕主教材的内容设置进行编写,均方便学生自学。全书共分9章,每章由四部分组成,即基本要求、内容提要、典型习题详解和基本测试题。其中,基本要求中列出了学生应掌握的知识内容;内容提要则简明扼要地介绍了重要概念、主要理论、常用的分析方法和计算公式等;典型习题详解是本书的重点,不仅对配套主教材的每章习题做了较详尽的分析与解答,同时增选了一些典型习题和部分学校的考研试题;基本测试题可通过扫描封二的二维码进行在线答题、在线判卷,方便学生利用零散时间进行复习自测。

本书可作为自动化类、电气信息类相关专业学生学习自动控制理论的辅导用书,同时可作为考研学生的复习资料。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制理论学习指导与习题详解/田思庆,王鹏,周经国主编. —北京:中国电力出版社,2018.2

“十三五”普通高等教育规划教材

ISBN 978-7-5198-1679-7

I. ①自… II. ①田… ②王… ③周… III. ①自动控制理论-高等学校-题解 IV. ①TP13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2018)第007648号

出版发行:中国电力出版社

地 址:北京市东城区北京站西街19号(邮政编码100005)

网 址:<http://www.cepp.sgcc.com.cn>

责任编辑:乔莉(010-63412535)

责任校对:郝军燕

装帧设计:郝晓燕 赵姗姗

责任印制:吴迪

印 刷:北京雁林吉兆印刷有限公司

版 次:2018年2月第一版

印 次:2018年2月北京第一次印刷

开 本:787毫米×1092毫米 16开本

印 张:16

字 数:390千字

定 价:34.00元

版 权 专 有 侵 权 必 究

本书如有印装质量问题,我社发行部负责退换

前 言

自动控制理论是控制科学与工程学科的重要基础和核心内容之一,它以工程领域内的控制系统为主要对象,以数学方法和计算机技术为主要工具,研究各种控制策略和控制系统的建模、分析、综合、设计和实现的理论、技术和方法。

本书共分9章,分别是自动控制概论,控制系统的数学模型、时域分析法、根轨迹分析法、频率分析法、综合与校正,非线性控制系统分析,线性离散系统分析和状态空间分析与综合。考虑到学生学习自动控制理论的完整性和考研的需求,本书增加了现代控制理论内容。

本书抓住自动控制理论中基础的、重要的知识点组织编写,目的是期望学生在课程或教材的理论学习之后,通过对本书典型习题的学习和基本测试题的练习,深刻领会自动控制理论的基本概念、定理和分析方法的精髓,更好地掌握专业基础知识,为后续专业课的学习打好基础。课程是高等学校教学建设的基础,加强课程建设是有效落实教学计划,提高教学水平和人才培养质量的重要保证。

为扩展教学平台、充分利用现代化教学手段、激发学生的学习兴趣、拓宽学生的学习途径,本书的基本测试题可通过扫描书中的二维码,进行在线答题、在线判卷。

本书由佳木斯大学田思庆、王鹏、周经国、杨康、张连军、陈文平,内蒙古农业大学宣传忠,黑龙江八一农垦大学周正编写。其中田思庆编写第1、6、7章,杨康编写第2章,张连军编写第3章,周经国编写第4章,王鹏编写第5章,陈文平编写第8章,宣传忠和周正编写第9章。全书由田思庆教授组织、统稿。佳木斯大学副校长赵宝江教授担任主审,赵校长对本书的结构和具体写作提供了许多宝贵建议;同时在本书的编写过程中,已考入东北大学的研究生于志超、哈尔滨工程大学的薛多瑞、北京工业大学的孟娟和北京化工大学的闫晓娜做了很多的工作,在此一并表示感谢。

本书是佳木斯大学自动控制原理课程教学团队在多年的教学实践与经验积累的基础上,参考了很多国内外优秀教材和习题解答编写而成,编者向收录于参考文献中的各位作者表示真诚的谢意。编者始终抱着一种严肃、认真的态度编写此书,力求内容准确、完整,但限于编者水平,书中定有疏漏之处,恳请广大教师和学生批评、指正。编者联系邮箱: tian_siqing@163.com。

编 者
2018年1月

目 录

前言	
第1章 自动控制概论	1
1.1 基本要求	1
1.2 内容提要	1
1.3 典型习题详解	1
 1.4 基本测试题	6
第2章 控制系统的数学模型	7
2.1 基本要求	7
2.2 内容提要	7
2.3 典型习题详解	9
 2.4 基本测试题	36
第3章 线性系统的时域分析	37
3.1 基本要求	37
3.2 内容提要	37
3.3 典型习题详解	40
 3.4 基本测试题	63
第4章 线性系统的根轨迹分析法	64
4.1 基本要求	64
4.2 内容提要	64
4.3 典型习题详解	66
 4.4 基本测试题	88
第5章 线性系统的频域分析法	89
5.1 基本要求	89
5.2 内容提要	89
5.3 典型习题详解	93
 5.4 基本测试题	119
第6章 控制系统的综合与校正	120
6.1 基本要求	120
6.2 内容提要	120
6.3 典型习题详解	124
 6.4 基本测试题	148
第7章 非线性控制系统分析	149
7.1 基本要求	149

7.2	内容提要	149
7.3	典型习题详解	154
 7.4	基本测试题	178
第 8 章	线性离散系统的分析与综合	179
8.1	基本要求	179
8.2	内容提要	179
8.3	典型习题详解	183
 8.4	基本测试题	203
第 9 章	线性系统的状态空间分析与综合	204
9.1	基本要求	204
9.2	内容提要	204
9.3	典型习题详解	209
 9.4	基本测试题	248
参考文献		249

第1章 自动控制概论

1.1 基本要求

- (1) 了解自动控制系统的工作原理、分类和特点。
- (2) 掌握负反馈控制方式在自动控制系统中的应用。
- (3) 掌握自动控制系统的组成和各部分的作用。
- (4) 根据工作原理图能确定控制系统的被控对象、被控量、控制量,正确画出系统框图。
- (5) 明确对自动控制系统的基本要求,熟悉控制系统的基本控制方式。

1.2 内容提要

本章主要内容有自动控制系统组成、自动控制系统的基本控制方式、自动控制系统的分类、对自动控制系统的基本要求四部分。

1. 自动控制和自动控制系统的基本概念

自动控制: 在人直接参与的情况下,利用控制装置使被控对象或过程自动地按预定规律运行。

自动控制系统: 由被控对象和自动控制装置按一定的方式连接起来,能够对被控对象的工作状态进行自动控制,并具有预定性能的动力学系统。

2. 自动控制系统的基本组成

自动控制系统主要由给定元件、测量元件、比较元件、放大元件、执行元件、校正元件、被控对象组成。

3. 对自动控制系统的基本要求

对自动控制系统的要求可以归结为稳、准、快。

(1) **稳定性:** 是对系统的基本要求,不稳定的系统不能实现预定任务。稳定性,通常由系统的结构决定,而与外界因素无关。

(2) **快速性:** 对过渡过程的形式和快慢提出要求,一般称为动态性能。

(3) **准确性:** 用稳态误差来表示。当过渡过程结束后,被控量达到的稳态值应与期望值一致。

4. 自动控制系统的基本控制方式

自动控制系统的基本控制方式主要有三种,即开环控制、闭环控制以及复合控制。

1.3 典型习题详解

习题 1-1 试比较开环控制系统和闭环控制系统的优缺点。

【解】 开环控制系统的优点: 结构简单、造价低、调节及时; 缺点: 调节精确度差、抗干扰能力差。

闭环控制系统的优点：抗干扰能力强、调节精确度高；缺点：结构较复杂、造价较高、调节不及时。

习题 1-2 图 1-1 所示为电动机速度控制系统工作原理。试完成：(1) 将 a、b 与 c、d 连接成负反馈系统；(2) 画出系统框图。

【解】 (1) 负反馈连接方式为： $a \leftrightarrow d$, $b \leftrightarrow c$ 。

(2) 系统框图如图 1-2 所示。

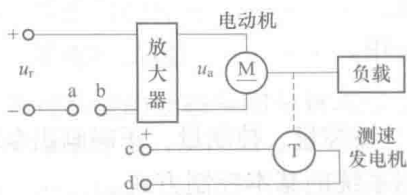


图 1-1 电动机速度控制系统



图 1-2 电动机速度控制系统框图

习题 1-3 图 1-3 所示为机床控制系统，用来控制切削刀具的位移 x 。试说明它属于什么类型的控制系统，指出它的控制器、执行元件和被控变量。

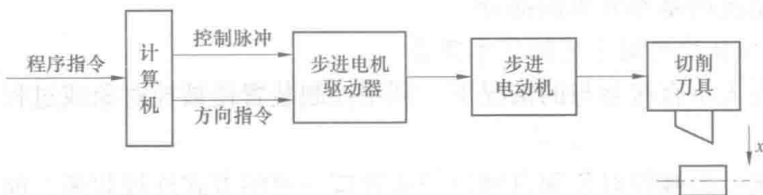


图 1-3 机床控制系统

【解】 它属于开环控制系统。

计算机是控制器，步进电动机是执行元件，刀具位移是被控变量。

习题 1-4 图 1-4 所示为水位自动控制系统原理示意图。图中 Q_1 、 Q_2 分别为进水流量和出水流量，给定水位是 h_0 ，实际水位是 h 。控制的目的是保持水位为一定的高度。试说明该系统中的给定量、被控量、扰动量、执行器、被控对象、测量传感机构、比较机构，并画出其框图。

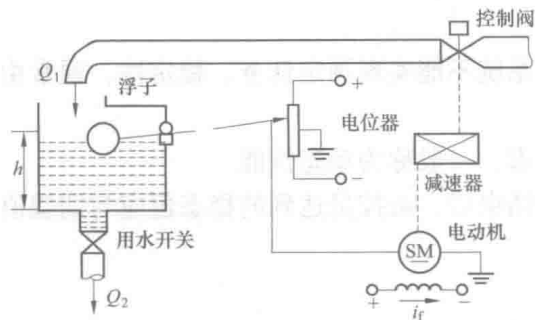


图 1-4 水位控制系统

【解】 给定量是给定水位 h_0 ，被控量是实际水位 h ，扰动量是 Q_2 ，执行器是电动机齿轮机构，被控对象是水箱，测量传感机构是浮子，比较机构是电位计。系统结构框图如图 1-5 所示。



图 1-5 水位控制系统结构框图

习题 1-5 仓库大门自动控制系统原理示意图如图 1-6 所示。试说明系统自动控制大门开、闭的工作原理，指出该系统中的给定量、被控量、控制器、被控对象、测量比较机构，并画出其框图。

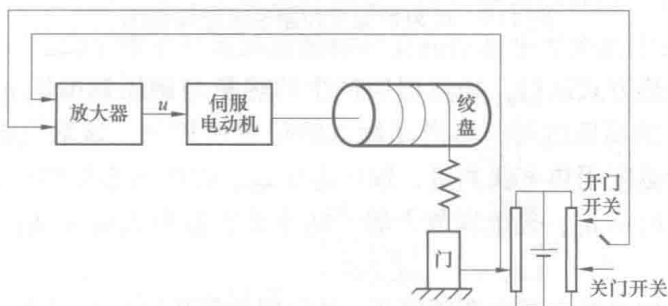


图 1-6 仓库大门自动开闭控制系统

【解】 该系统的工作原理为：当合上开门开关时，电桥会测量出开门位置与大门实际位置间对应的偏差电压，偏差电压经放大器放大后，驱动伺服电动机带动绞盘转动，将大门向上提起。与此同时，和大门连在一起的电刷也向上移动，直到桥式测量电路达到平衡，电动机停止转动，大门达到开启位置。反之，当合上关门开关时，电动机带动绞盘使大门关闭，从而可以实现大门远距离开闭自动控制。

该系统中给定量是开门位置，被控量是大门实际位置，控制器是放大器电动机绞盘机构，被控对象是大门，测量比较机构是桥式电路。系统结构框图如图 1-7 所示。



图 1-7 系统结构框图

习题 1-6 电阻炉温度控制系统如图 1-8 所示。请指出系统类型，画出系统的框图，指出系统的被控对象、被控量以及各部件的作用，分析系统保持炉温恒定的工作过程。

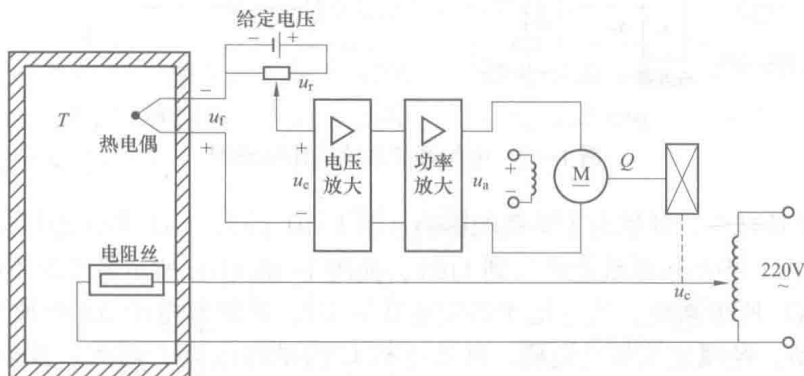


图 1-8 电阻炉温度控制系统

【解】 系统属于闭环控制，系统结构框图如图 1-9 所示。系统中，加热炉是被控对象，炉温是被控量，给定量是由给定电位器设定的电压 u_r （表征炉温的希望值）。

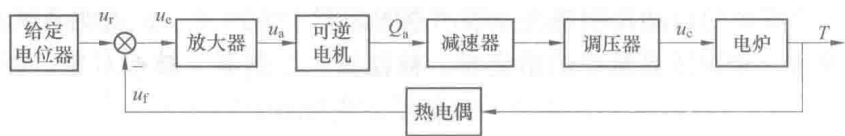
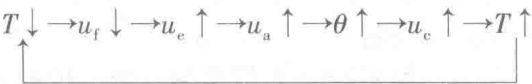


图 1-9 电阻炉温度控制系统结构框图

加热炉采用电加热方式运行，加热器所产生的热量与调压器电压 u_c 的平方成正比， u_c 增高，炉温上升。 u_c 的高低由调压器滑动触点的位置所控制，该触点由可逆转的直流电动机驱动。炉子的实际温度用热电偶测量，输出电压 u_f 。 u_f 作为系统的反馈电压与给定电压 u_r 进行比较，得出偏差电压 u_e ，经电压放大器、功率放大器放大成 u_a 后，作为控制电动机的电枢电压。

在正常情况下，炉温等于某个期望值 T ，热电偶的输出电压 u_f 正好等于给定电压 u_r 。此时， $u_e = u_r - u_f = 0$ ，故 $u_a = 0$ ，电动机不转动，调压器的滑动触点停留在某个合适的位置上，使 u_c 保持一定的数值。这时，炉子散失的热量正好等于从加热器吸取的热量，形成稳定的热平衡状态，温度保持恒定。

当炉膛温度 T 下降（或上升时）时，形成闭环控制，使炉温保持恒定。炉膛温度 T 下降时的控制过程如下：



习题 1-7 两个电压调节系统如图 1-10 (a)、(b) 所示。假设空载时两系统发电机端电压均为 110V，试问带上负载后，图 1-10 (a)、(b) 中哪个能保持 110V 不变，哪个电压会低于 110V？为什么？

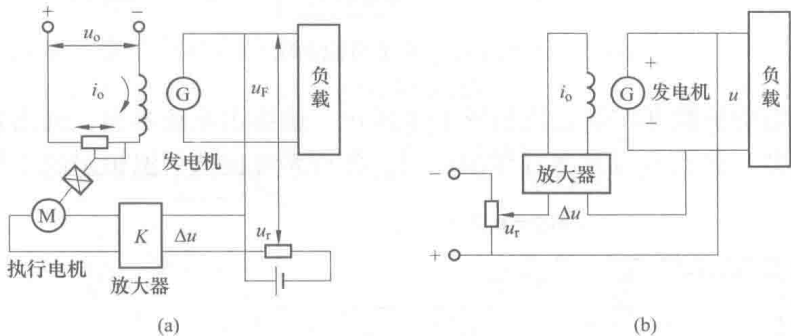


图 1-10 电压调节系统工作原理图

【解】 带上负载后，开始由于负载的影响，图 1-10 (a)、(b) 所示系统的端电压都要下降，但图 1-10 (a) 中所示系统能恢复到 110V，而图 1-10 (b) 所示系统却不能。理由如下：

图 1-10 (a) 所示系统，当 u 低于给定电压 u_r 时，其偏差电压 Δu 经放大器 K 放大后，驱动电机 M 转动，经减速器带动电刷，使发电机 G 的励磁电流 i_o 增大，发电机的输出电压 u 升高，从而使偏差电压减小，直至偏差电压为零时，电动机才停止转动。因此，图 1-10 (a) 系统能保持 110V 不变。

图 1-10 (b) 所示系统，当 u 低于给定电压 u_r 时，其偏差电压 Δu 经放大器 K 后，直接使发电机励磁电流 i_o 增大，提高发电机的端电压 u ，使发电机 G 的端电压回升，偏差电压减

小,但不可能等于零,因为当偏差电压 $\Delta u = 0$ 时, $i_o = 0$, 发电机就不能工作。即图 1-10 (b) 所示系统的稳态电压会低于 110V。

习题 1-8 水温控制系统如图 1-11 所示。冷水在热交换器中由通入的蒸汽加热,从而得到一定温度的热水。冷水流量变化用流量计测量。试绘制系统框图,并说明为了保持热水温度为期望值,系统是如何工作的? 系统的被控对象和控制装置各是什么?

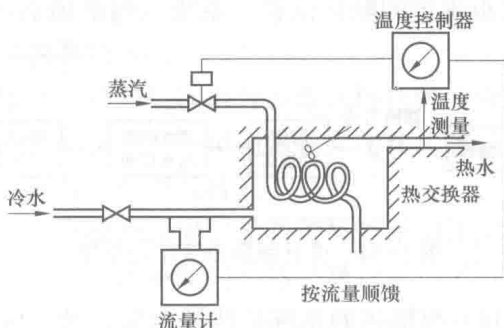


图 1-11 水温控制系统原理图

【解】 工作原理: 温度传感器不断测量交换器出口处的实际水温, 并在温度控制器中与给定温度相比较, 若低于给定温度, 其偏差值使蒸汽阀门开大, 进入热交换器的蒸汽量加大, 热水温度升高, 直至偏差为零。如果由于某种原因, 冷水流量加大, 则流量值由流量计测得, 通过温度控制器, 开大阀门, 使蒸汽量增加, 提前进行控制, 实现按冷水流量进行顺馈补偿, 保证热交换器出口的水温不发生大的波动。

其中, 热交换器是被控对象, 实际热水温度为被控量, 给定量 (希望温度) 在控制器中设定; 冷水流量是干扰量。系统结构框图如图 1-12 所示。这是一个按干扰补偿的复合控制系统。



图 1-12 水温控制系统结构框图

习题 1-9 许多机器, 像车床、铣床和磨床, 都配有跟随器, 用来复现模板的外形。图 1-13 为一种跟随器系统原理图。在此系统中, 刀具能在原料上复制模板的外形。试说明其工作原理, 画出系统框图。

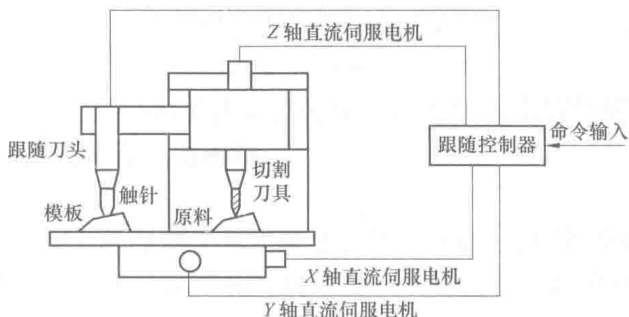


图 1-13 跟随器系统的原理图

【解】 模板与原料同时固定在工作台上。 X 、 Y 轴直流伺服电机接受控制器的指令，按输入命令带动工作台做 X 、 Y 方向运动。模板随工作台移动时，触针会在模板表面滑动，跟随刀具中的位移传感器将触针感应到的反映模板表面形状的位移信号送到跟随控制器，控制器的输出驱动 Z 轴直流伺服电机带动切削刀具连同刀具架跟随触针运动，当刀具位置与触针位置一致时，两者位置偏差为零， Z 轴伺服电机停止。系统中，刀具是被控对象，刀具位置是被控量，给定量是由模板确定的触针位置。系统结构框图如图1-14所示。最终原料被切割加工成模板的形状。

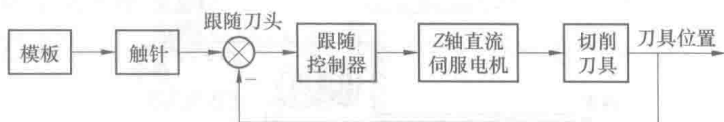


图 1-14 道具跟随系统结构框图

习题 1-10 试判定下列方程描述的系统是线性定常系统、线性时变系统还是非线性系统 [式中 $r(t)$ 是输入信号, $c(t)$ 是输出信号]:

$$(1) c(t) = 2r(t) + t \frac{d^2 r(t)}{dt^2}$$

$$(2) c(t) = [r(t)]^2$$

$$(3) c(t) = 5 + r(t) \cos \omega t$$

$$(4) \frac{d^3 c(t)}{dt^3} + 3 \frac{d^2 c(t)}{dt^2} + 6 \frac{dc(t)}{dt} + c(t) = r(t)$$

【解】 (1) 线性时变系统; (2) 非线性系统; (3) 非线性系统; (4) 线性定常系统。

1.4 基本测试题

基本测试题可扫描封二的二维码, 进行在线测试。

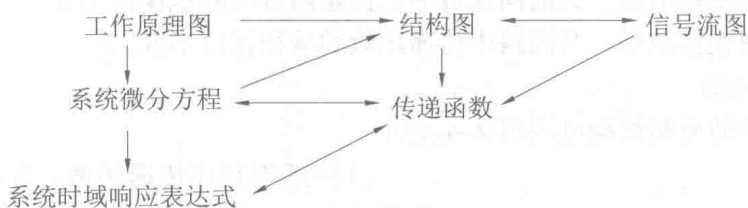
第 2 章 控制系统的数学模型

2.1 基 本 要 求

- (1) 学习建立系统数学模型的方法。
- (2) 了解动态微分方程建立及非线性微分方程线性化的一般方法。
- (3) 熟练掌握传递函数的定义、开环传递函数和闭环传递函数等概念。
- (4) 熟练掌握典型环节的数学模型及特点。
- (5) 熟练掌握框图的等效变换和化简以及与信号流图的相互转换。
- (6) 熟练掌握运用梅森公式求取系统的传递函数。

2.2 内 容 提 要

系统数学模型之间的关系结构如下：



1. 数学模型

数学模型有微分方程、传递函数、框图、信号流图、频率特性及状态空间描述等多种形式，本章主要介绍四种，即微分方程、传递函数、框图和信号流图。

2. 传递函数

(1) 传递函数与微分方程的关系。设 n 阶线性定常系统由下述 n 阶线性定常微分方程描述

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \dot{c}(t) + a_0 c(t) = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \dot{r}(t) + b_0 r(t)$$

相应的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0}$$

(2) 传递函数定义。在零初始条件下，线性定常系统输出信号的拉氏变换 $C(s)$ 与输入信号的拉氏变换 $R(s)$ 之比称为传递函数。

(3) 传递函数的性质。

- 1) 传递函数是复变量 s 的有理真分式函数，即 $m \leq n$ ，且所有系数均为实数。
- 2) 传递函数和系统或元件的结构和参数有关，与输入信号的形式无关。
- 3) 传递函数与微分方程是一一对应的，可相互转换。

4) 传递函数 $G(s)$ 的拉氏反变换是系统在单位脉冲 $\delta(t)$ 作用下的响应 $g(t)$ ，其脉冲响应 $g(t)$ 反映了系统的固有特性。

(4) 典型环节。自动控制系统是由若干个典型环节有机组合而成的，典型环节的传递函数的一般表达式分别为：

比例环节 $G(s) = K$

惯性环节 $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$

积分环节 $G(s) = \frac{1}{Ts}$

微分环节 $G(s) = \tau s$

振荡环节 $G(s) = \frac{1}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$

一阶微分环节 $G(s) = \tau s + 1$

二阶微分环节 $G(s) = \tau^2 s^2 + 2\xi\tau s + 1$

延迟环节 $G(s) = e^{-\tau s}$

3. 系统框图变换的两条基本原则

(1) 系统框图变换前后，其前向通道中的传递函数的乘积保持不变。

(2) 系统框图变换前后，其回路中传递函数的乘积保持不变。

4. 系统传递函数

闭环控制系统的典型结构可用图 2-1 表示。

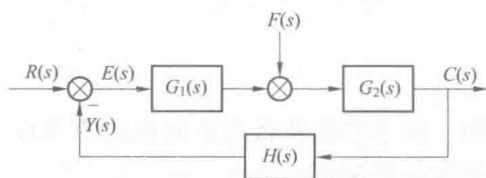


图 2-1 闭环控制系统的典型结构框图

(1) 系统开环传递函数。在图 2-1 中，将反馈环节 $H(s)$ 的输出端断开，则前向通道传递函数与反馈通道传递函数的乘积称为系统的开环传递函数，表达式为

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = G_1(s) G_2(s) H(s)$$

(2) 输入信号作用下的闭环传递函数。令 $F(s) = 0$ ，闭环传递函数表达式为

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s) G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)}$$

(3) 扰动信号作用下的闭环传递函数。令 $R(s) = 0$ ，则传递函数表达式为

$$\frac{C(s)}{F(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)}$$

(4) 输入信号作用下的偏差传递函数。令 $F(s) = 0$ ，则传递函数表达式为

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)}$$

(5) 扰动信号作用下的偏差闭环传递函数。令 $R(s) = 0$ ，则传递函数表达式为

$$\frac{E(s)}{F(s)} = \frac{-G_2(s) H(s)}{1 + G_1(s) G_2(s) H(s)}$$

5. 信号流图与梅森公式

梅森公式

$$T = \frac{\sum_{k=1}^N P_k \Delta_k}{\Delta}$$

式中: N 为前向通道的个数; Δ 为信号流图的特征式, 即 $\Delta = 1 - \sum L_1 + \sum L_2 - \sum L_3 + \cdots + (-1)^m \sum L_m$, $\sum L_1$ 为所有不同回路传输增益之和, $\sum L_2$ 为所有每两个互不接触回路传输增益乘积之和, $\sum L_3$ 为所有每三个互不接触回路传输增益乘积之和, $\sum L_m$ 为任意 m 个互不接触回路传输增益乘积之和; P_k 为第 k 条前向通道的传输增益; Δ_k 为余子式, 即与第 k 条前向通道不接触部分的 Δ 值 (在 Δ 中去掉与第 k 条前向通道接触的部分)。

2.3 典型习题详解

习题 2-1 试建立图 2-2 所示各系统的微分方程。其中外力 $F(t)$, 位移 $x(t)$ 为输入量; 位移 $y(t)$ 为输出量; k 为弹性系数, f 为阻尼系数, m 为质量, 且均为常数。忽略重力影响及滑块与地面的摩擦。

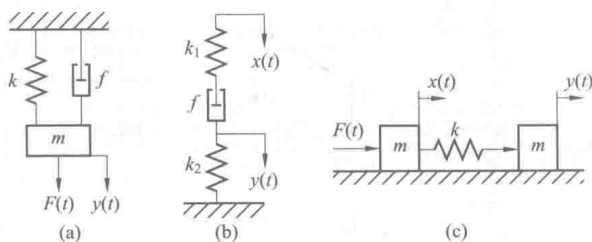


图 2-2 系统原理图

【解】 (1) 图 2-2 (a) 所示系统, 以平衡状态为基点, 对滑块 m 进行受力分析 (不再考虑重力影响), 受力分析图如图 2-3 (a) 所示。根据牛顿定理可写出

$$F(t) - ky(t) - f \frac{dy(t)}{dt} = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2}$$

整理得

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{f}{m} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{k}{m} y(t) = \frac{1}{m} F(t)$$

(2) 图 2-2 (b) 所示系统, 取 A、B 两点分别进行受力分析, 如图 2-3 (b) 所示。对 A 点有

$$k_1(x - x_1) = f \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) \quad (2-1)$$

对于 B 点有

$$f \left(\frac{dx_1}{dt} - \frac{dy}{dt} \right) = k_2 y \quad (2-2)$$

联立式 (2-1)、式 (2-2) 可得

$$\frac{dy}{dt} + \frac{k_1 k_2}{f(k_1 + k_2)} y = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \frac{dx}{dt}$$

(3) 如图 2-3 (c) 所示, 取 A、B 两点进行受力分析。

对于 A 点有

$$F(t) - k(x - y) = m \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (2-3)$$

对于 B 点有

$$k(x - y) = m \frac{d^2 y}{dt^2} \quad (2-4)$$

联立式 (2-3)、式 (2-4), 消去中间变量 x 可得

$$\frac{d^4 y}{dt^4} + \frac{2K}{m} \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{K}{m^2} F(t)$$

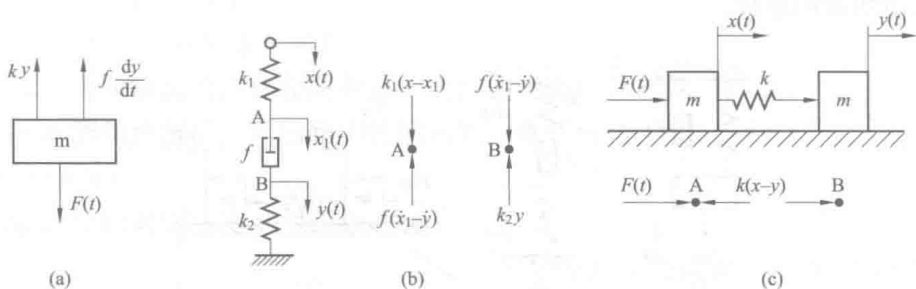


图 2-3 受力分析图

习题 2-2 试证明图 2-4 所示的力学系统 [见图 2-4 (a)] 和电路系统 [见图 2-4 (b)] 是相似系统 (即有相同形式的数学模型)。

【解】 (1) 图 2-4 (a) 所示系统, 取 A、B 两点分别进行受力分析, 如图 2-5 所示。对于 A 点有

$$k_2(x - y) + f_2(\dot{x} - \dot{y}) = f_1(\dot{y} - \dot{y}_1) \quad (2-5)$$

对于 B 点有

$$f_1(\dot{y} - \dot{y}_1) = k_1 y_1 \quad (2-6)$$

对式 (2-5)、式 (2-6) 分别取拉氏变换, 消去中间变量 y_1 , 整理后得

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{\frac{f_1 f_2}{k_1 k_2} s^2 + \left(\frac{f_1}{k_1} + \frac{f_2}{k_2} \right) s + 1}{\frac{f_1 f_2}{k_1 k_2} s^2 + \left(\frac{f_1}{k_1} + \frac{f_2}{k_2} + \frac{f_2}{k_1} \right) s + 1}$$

(2) 由图 2-4 (b) 所示电路可写出

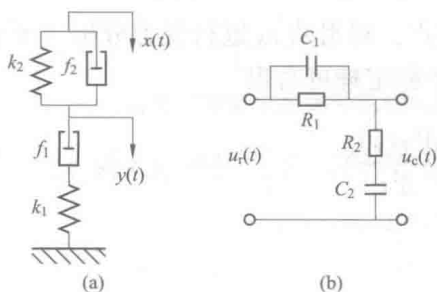


图 2-4 系统原理图

$$\frac{U_c(s)}{R_2 + \frac{1}{C_2 s}} = \frac{U_r(s)}{R_2 + \frac{1}{C_1 s} + \frac{R_2 \frac{1}{C_1 s}}{R_2 + \frac{1}{C_1 s}}}$$

整理得

$$\frac{U_c(s)}{U_r(s)} = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2) s + 1}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2 + R_1 C_2) s + 1}$$

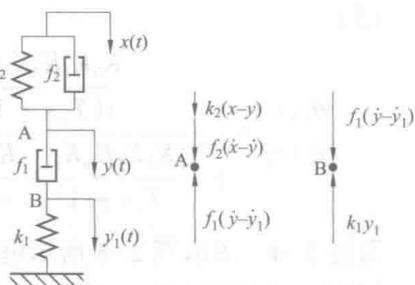


图 2-5 受力分析图

如果设 $R_1 = 1/K_1$, $R_2 = 1/K_2$, $C_1 = f_1$, $C_2 = f_2$, 则两系统的传递函数相同, 即两系统是相似的。

习题 2-3 某位置随动系统结构框图如图 2-6 所示, 已知电位器最大工作角度 $\theta_m = 330^\circ$, 三级运算放大器放大系数分别为 K_1 、 K_2 、 K_3 。试完成:

- (1) 分别求出电位器的传递函数 K_0 , 第一级和第二级放大器的放大系数 K_1 、 K_2 ;
- (2) 画出系统的结构图;
- (3) 求系统的闭环传递函数 $\theta_c(s)/\theta_r(s)$ 。

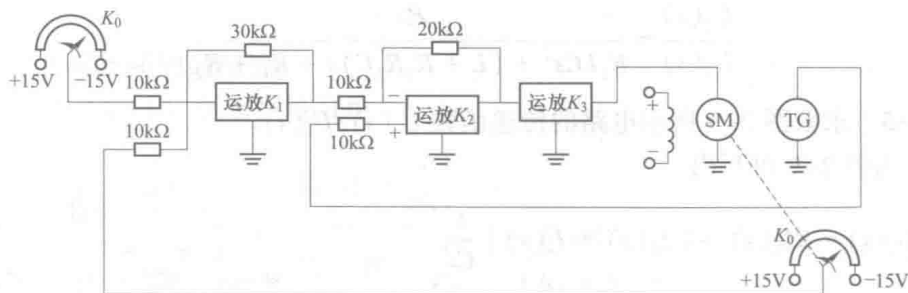


图 2-6 系统结构框图

【解】 (1) 电位器的传递函数

$$K_0 = \frac{E}{\theta_m} = \frac{30}{330^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ}} = \frac{180}{11\pi}$$

根据运算放大器的特性, 可分别写出两级放大器的放大系数为

$$K_1 = -\frac{30 \times 10^3}{10 \times 10^3} = -3; \quad K_2 = -\frac{20 \times 10^3}{10 \times 10^3} = -2$$

(2) 画出系统结构如图 2-7 所示。

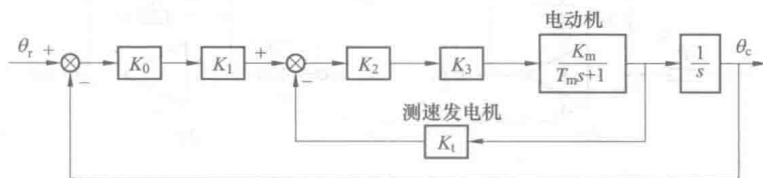


图 2-7 系统结构框图