

普通高等教育“三海一核”系列规划教材

船舶动力系统设计中的 数值计算方法

岳国强 姜玉廷 廉春波 王立刚 编

高等教育出版社

船舶动力系统设计中的 数值计算方法

岳国强 姜玉廷 廉春波 王立刚 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书为哈尔滨工程大学“三海一核”特色项目精品系列教材之一,是船舶与海洋工程专业的核心课程教材。本书引导读者从最基本的专业术语和概念出发,循序渐进地将数值计算中的数学思想逐步深入到船舶动力系统设计的整个领域,使读者在阅读的过程中逐步提高对船舶动力设计中一般概念及规律的认识。本书内容紧扣船舶动力行业的相关内容,反映了该专业新知识、新技术、新成果与数值计算的紧密关联,同时也给数值计算赋予了深刻的工程应用背景。

全书共8章,主要包括船舶动力系统设计中的数值计算方法引论、数值计算中的误差及其在船舶动力系统中的应用、插值法、曲线拟合在发动机试验数据处理中的应用、船舶动力系统复杂模型的数值积分、船舶动力系统中非线性方程的数值解法、线性方程组的数值解法及常微分方程的数值解法。

本书可供船舶动力相关专业的本科生使用。

图书在版编目(CIP)数据

船舶动力系统设计中的数值计算方法 / 岳国强等编

— 北京 : 高等教育出版社, 2018.3

ISBN 978-7-04-049037-4

I. ①船… II. ①岳… III. ①船舶系统-动力系统-系统设计-数值计算-计算方法-高等学校-教材 IV.

①U664.81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 300366 号

策划编辑	赵向东	责任编辑	赵向东	封面设计	张楠	版式设计	杜微言
责任校对	刁丽丽	责任印制	韩刚				

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 廊坊市文峰档案印务有限公司
开本 787 mm×1092 mm 1/16
印张 15.5
字数 260千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址	http://www.hep.edu.cn http://www.hep.com.cn
网上订购	http://www.hepmall.com.cn http://www.hepmall.com http://www.hepmall.cn
版 次	2018 年 3 月第 1 版
印 次	2018 年 3 月第 1 次印刷
定 价	31.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 49037-00

主穴福壽壽車壽,雷王,云國,興遠壽板。樹強心東示素此奇,貝
。樹強共一,非工學有壽壽壽,人景字文飾
壽壽大門重雙,伏士壽壽壽壽壽中許,頭青平本皆壽千由

前言

随着高速计算机的发展,利用计算机精确求解工程问题已经成为科学研究的重要手段之一。在船舶动力学研究领域,数值计算方法作为一种重要的研究工具,它的基础知识和基本方法已经成为相关科研人员的必备知识。本书在系统介绍数值计算方法的基本原理与方法的基础上,将船舶动力系统设计中与数值计算相关的知识和理论进行了有机融合,将知识面广、专业特色鲜明、多学科专业基础要求高的船舶动力系统设计用最通俗易懂的数学语言、生动形象的配图及表格,深入浅出地表达出来;同时也给数值计算中抽象的数学原理与公式赋予了深刻的工程应用背景。

本书主要介绍与船舶动力系统设计有关的各种常用数值计算方法及相关的概念和理论,内容包括船舶动力系统设计中的数值计算方法引论、数值计算中的误差及其在船舶动力系统中的应用、插值法、曲线拟合在发动机试验数据处理中的应用、船舶动力系统复杂模型的数值积分、船舶动力系统中非线性方程的数值解法、线性方程组的数值解法及常微分方程的数值解法。对于部分常用的数值计算方法以及一些典型实例,书中给出了MATLAB 计算程序。本书可作为船舶动力等相关各工程领域的高年级本科生和研究生的“数值计算方法”或“数值分析”的课程教材或参考教材,也可供从事相关研究工作的工程技术人员参考之用。

本书由岳国强、姜玉廷、廉春波、王立刚编写,岳国强统稿。哈尔滨工业大学吴勃英教授详细审阅了书稿,并提出了宝贵意

见,在此表示衷心感谢。对柴家兴、周云、王雪、杨卓君等研究生的文字录入、调试程序等工作,一并致谢。

由于编者水平有限,书中难免有疏误之处,欢迎广大读者指正。

编者

2017年10月

目 录

第 1 章 船舶动力系统设计中的数值

计算引论 1

1.1 计算流体力学与数值计算方法 1

1.2 船舶动力计算机仿真与数值计算方法 3

1.3 船舶动力装置测试技术与数值计算方法 6

1.4 发动机性能试验与数值计算方法 9

习题 11

第 2 章 数值计算中的误差及其在

船舶动力系统中的应用 12

2.1 船舶动力系统中的应用 12

2.2 误差的种类及其来源 13

2.2.1 模型误差 13

2.2.2 观测误差 13

2.2.3 截断误差 14

2.2.4 舍入误差 14

2.3 误差的评价指标 15

2.3.1 绝对误差和绝对误差限 15

2.3.2 相对误差和相对误差限 16

2.4 有效数字及其与误差的关系 18

2.4.1 有效数字 18

2.4.2 有效数字与误差的关系 18

2.5 误差的传播与估计 20

2.5.1 误差估计的一般公式 20

2.5.2 误差在算术运算中的传播 21

2.6 数值计算方法的稳定性 23

2.7 误差分析在船舶动力系统中的应用 26

小结 27

习题 27

第 3 章 插值法 29

3.1 多项式插值 30

3.2 拉格朗日插值 31

3.2.1 拉格朗日插值多项式 31

3.2.2 插值余项 33

3.3 牛顿插值多项式 35

3.3.1 差商与牛顿基本插值多项式 36

3.3.2 向前差分与向后差分的牛顿插值公式 38

3.4 埃尔米特 (Hermite) 插值多项式 42

3.5 分段低次插值 46

3.5.1 分段线性插值 46

3.5.2 分段三次埃尔米特插值 48

3.6 三次样条插值 49

3.6.1 三次样条插值函数的定义 49

3.6.2 用一阶导数值构造三次样条方法 50

3.6.3 用二阶导数值构造三次样条方法 52

3.7 船舶动力系统设计中的插值问题 54

小结 55

习题 55

第 4 章 曲线拟合在发动机试验

数据处理中的应用 57

4.1 发动机试验数据处理中的数据拟合 57

4.2 函数逼近与曲线拟合 58

4.3 求解最小二乘法 60

4.4 加权最小二乘法 64

4.5 利用正交函数作最小二乘拟合 66

4.5.1 正交函数族与正交多项式 66

4.5.2 正交多项式性质 69

4.6 最小二乘法的应用 75

小结 76

习题 77

第 5 章 船舶动力系统复杂模型的

数值积分 78

5.1 船舶动力系统中数值积分的应用 78

5.1.1 讨论数值求积的必要性	78	6.6 迭代法的 Aitken 加速方法	128
5.1.2 构造数值求积公式的基本方法	79	6.7 解非线性方程组的迭代法	129
5.1.3 求积公式的余项与代数精度	80	6.7.1 简单迭代法	130
5.2 牛顿-柯特斯公式	82	6.7.2 牛顿迭代法	131
5.2.1 牛顿-柯特斯公式	82	6.8 船舶动力系统设计中非线性方程应用实例	132
5.2.2 牛顿-柯特斯公式的误差与稳定性	84	小结	136
5.2.3 复化牛顿-柯特斯公式	86	习题	137
5.2.4 误差的事后估计与步长的自动选择	91	第 7 章 线性方程组的数值解法	138
5.2.5 复化梯形法的递推算式	92	7.1 N-S 方程组的数值求解	138
5.3 龙贝格算法	94	7.2 线性方程组的直接法	139
5.3.1 龙贝格算法的基本原理	94	7.2.1 高斯消去法	139
5.3.2 龙贝格算法计算公式的简化	96	7.2.2 选主元素的高斯消去法	143
5.4 高斯型求积公式	97	7.3 矩阵的三角分解	147
5.4.1 高斯型求积公式的建立	97	7.4 解三对角方程组的追赶法	150
5.4.2 高斯型求积公式的余项	100	7.5 解对称正定矩阵方程组的平方根法	154
5.4.3 高斯-勒让德求积公式	102	7.5.1 平方根法	154
5.4.4 高斯-切比雪夫求积公式	104	7.5.2 改进平方根法	158
5.5 数值积分的应用	105	7.6 线性方程组的误差分析	160
小结	107	7.6.1 向量和矩阵的范数	160
习题	108	7.6.2 病态现象与条件数	162
第 6 章 船舶动力系统中非线性方程的数值解法	109	7.7 解线性方程组的迭代法	166
6.1 船舶动力系统中的非线性数值求解概述	109	7.7.1 雅可比 (Jacobi) 迭代法	167
6.2 二分法	110	7.7.2 高斯-赛德尔 (Gauss-Seidel) 迭代法	169
6.2.1 根的搜索	110	7.7.3 超松弛迭代法 (SOR 方法)	175
6.2.2 二分法	111	7.7.4 迭代法的收敛条件	178
6.3 迭代法	113	7.8 SOR 方法在解泊松方程中的应用	179
6.3.1 简单迭代法的几何意义	114	小结	182
6.3.2 迭代法的收敛性	115	习题	183
6.4 牛顿法	120	第 8 章 常微分方程数值解法	184
6.4.1 牛顿法公式	120	8.1 引言	184
6.4.2 牛顿法的局部收敛性	121	8.2 欧拉方法	185
6.4.3 牛顿法例子	122	8.2.1 欧拉法	185
6.4.4 牛顿下山法	124	8.2.2 改进欧拉法	187
6.5 正割法和抛物线法	125	8.3 龙格-库塔方法	189
6.5.1 正割法	125	8.3.1 龙格-库塔方法的构造	189
6.5.2 抛物线法 (Muller 法)	127	8.3.2 龙格-库塔方法的推导	190
		8.4 阿达姆斯方法	197

8.4.1 阿达姆斯外插法的推导	197	8.7 边值问题的数值解法	211
8.4.2 阿达姆斯外插公式的局部截断误差	198	8.7.1 差分方法	211
8.4.3 阿达姆斯内插法	199	8.7.2 线性问题差分方法	213
8.4.4 阿达姆斯预估-校正方法	201	8.7.3 打靶法	214
8.5 算法的稳定性及收敛性	203	小结	219
8.5.1 稳定性	203	习题	220
8.5.2 收敛性	206	习题解答	222
8.6 方程组及高阶方程的数值解法	208	参考文献	238
8.6.1 一阶方程组	208		
8.6.2 高阶方程	210		

1.1 计算流体力学与数值计算方法

随着高速计算机的出现,以及使用计算机精确求解物理问题数值算法的发展,流体力学的研究和应用方法发生了变革,一种新的重要的方法——计算流体力学诞生了。计算流体力学(Computational Fluid Dynamics,简称CFD)作为流体力学整个学科体系发展中的新方法,是一门由多领域交叉而形成的应用基础学科,它主要利用电子计算机和离散化的数值方法对流体力学问题进行数值模拟和分析,在应用过程中使用了大量的数值计算方法。

计算流体力学涉及了流体力学理论、计算机技术、偏微分方程的数学理论、数值方法等学科。一般认为计算流体力学发展至今,大致经历了四个发展阶段:无黏性线性、无黏性非线性、雷诺平均的N-S方程以及完全的N-S方程。常用到的雷诺平均N-S方程又称作RANS,其具体的表达式为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho U) + \nabla F_1 + \nabla F_2 = Q \tag{1-1}$$

其中

$$U = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho E \end{pmatrix}, \quad F_1 = \begin{pmatrix} \rho u_1 \\ \bar{p} \delta_{11} + \rho \bar{u}_1 u_1 \\ \bar{p} \delta_{12} + \rho \bar{u}_1 u_2 \\ \bar{p} \delta_{13} + \rho \bar{u}_1 u_3 \\ (\rho E + \bar{p}) u_1 \end{pmatrix}, \quad -F_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{11} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ q_1 + w_1 \tau_1 \end{pmatrix}$$

(1-2)

第 1 章 船舶动力系统设计中的数值计算引论

1.1 计算流体力学与数值计算方法

随着高速计算机的出现,以及使用计算机精确求解物理问题数值算法的发展,流体力学的研究和应用方法发生了变革,一种新的重要的方法——计算流体力学诞生了。计算流体力学(Computational Fluid Dynamics,简称 CFD)作为流体力学整个学科体系发展中的新方法,是一门由多领域交叉而形成的应用基础学科,它主要利用电子计算机和离散化的数值方法对流体力学问题进行数值模拟和分析,在应用过程中使用了大量的数值计算方法。

计算流体力学涉及了流体力学理论、计算机技术、偏微分方程的数学理论、数值方法等学科。一般认为计算流体力学发展至今,大致经历了四个发展阶段:无黏性线性、无黏性非线性、雷诺平均的 N-S 方程以及完全的 N-S 方程。常用到的雷诺平均 N-S 方程又称作 RANS,其具体的表达式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{U} + \nabla F_1 + \nabla F_v = \mathbf{Q} \quad (1-1)$$

其中

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \\ \bar{\rho} \bar{w}_1 \\ \bar{\rho} \bar{w}_2 \\ \bar{\rho} \bar{w}_3 \\ \bar{\rho} \bar{E} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_{ij} = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \bar{w}_i \\ \bar{p}^* \delta_{1i} + \bar{\rho} \bar{w}_i \bar{w}_1 \\ \bar{p}^* \delta_{2i} + \bar{\rho} \bar{w}_i \bar{w}_2 \\ \bar{p}^* \delta_{3i} + \bar{\rho} \bar{w}_i \bar{w}_3 \\ (\bar{\rho} \bar{E} + \bar{p}^*) \bar{w}_i \end{pmatrix}, \quad -\mathbf{F}_{vj} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ q_i + \bar{w}_j \tau_{ij} \end{pmatrix} \quad (1-2)$$

图 1-2 同时包含了燃气发动机外部区域和发动机内部通道的区域网格

NOTE

图 1-4 燃气轮机内部结构

图 1-5 燃气轮机内部结构

图 1-6 燃气轮机内部结构

NOTE

$$Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho[2\omega \times w + (\omega \times (\omega \times r))] \\ \rho w \cdot \nabla(0.5\omega^2 r^2) \end{pmatrix} \tag{1-3}$$

$$\overline{p^*} = \overline{p} + \frac{2}{3}\overline{\rho}k \tag{1-4}$$

$$\vec{E} = \vec{e} + \frac{1}{2}\vec{w}_i \vec{w}_i + k \tag{1-5}$$

计算流体力学中应用到的数值方法有很多种,其数学原理各不相同,但有两点是所有方法都具备的,即离散化和代数化。总的来说,其基本思想是:将原来连续的求解区域划分成网格或单元子区域,在其中设置有限个离散点(称为节点),将求解区域中的连续函数离散为这些节点上的函数值;通过某种数学原理,将作为控制方程的偏微分方程转化为联系节点上待求函数值之间关系的代数方程(离散方程)。求解所建立起来的代表方程以获得求解函数的节点值。不同的数值方法,其区别主要在于求解区域的离散方式和控制方程的离散方式上。在流体力学数值方法中,应用比较广泛的是有限差分法、有限元法、边界元法、有限体积法和有限分析法。

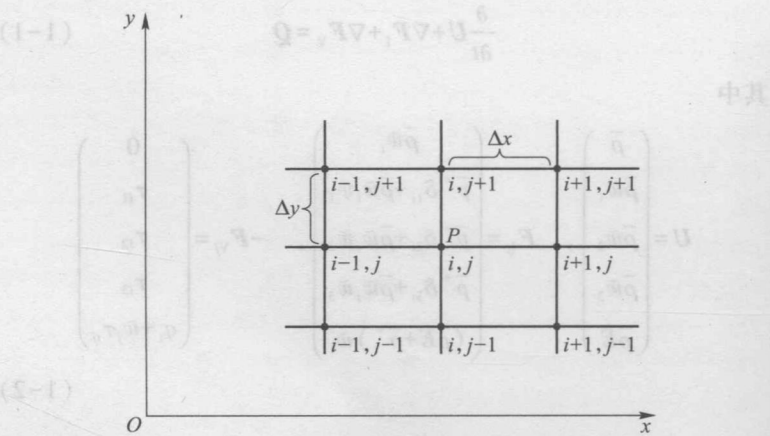
以有限差分法分析为例,大多数用来代替偏微分的差分形式是基于 Taylor(泰勒)展开式得到的,例如,图 1-1 中, $u_{i,j}$ 表示 (i,j) 点上 x 方向的速度分量,则 $(i+1,j)$ 点上的速度分量 $u_{i+1,j}$ 可以用关于 (i,j) 点的泰勒展开式表示为

$$u_{i+1,j} = u_{i,j} + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \Delta x + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^2}{2} + \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}\right)_{i,j} \frac{(\Delta x)^3}{6} + \dots \tag{1-6}$$

在同时满足以下两个条件的情况下,式(1-6)是 $u_{i+1,j}$ 的精确表达式:

- (1) 表达式有无穷多项并且数列是收敛的;

图 1-1 离散网格点



(2) $\Delta x \rightarrow 0$ 。

随着计算机技术、网络技术、计算方法和后处理技术的迅速发展,利用计算流体力学解决流动问题的能力越来越高,现在许多复杂的流动问题可以通过数值计算手段进行分析并给出相应的结果。经过 40 年来的发展,计算流体力学已经成为一种有力的数值实验与设计手段,在许多工业领域如航空航天、船舶、汽车等解决了大量的工程设计实际问题。此外,计算流体力学也已经大量应用于大气、生态环境、传热以及工业中的化学反应等领域,显示了计算流体力学强大的生命力。比如,现代 CFD 应用的一个复杂算例是应用于燃气轮机。图 1-2 显示了包围引擎的外部区域和通过压气机、燃烧室和透平等的内部通道的有限体积网格,它是由密西西比州立大学流场计算模拟中心的研究人员生成的,是有关燃气轮机复杂流动过程内外耦合 CFD 计算的先驱。

再比如 CFD 在潜艇中的一个应用,见图 1-3 和图 1-4。图 1-3 显示了绕整个潜艇外壳流场计算的分区网格,计算绕潜艇的流动是求解带湍流模式的三维不可压缩纳维-斯托克斯方程。图 1-4 给出了潜艇尾部的流谱,流动从左向右,图的上半部分显示了带推进器(螺旋桨)的流线图,图的下半部分显示了没有推进器的流线图,在后者前缘有流动分离出现,而带推进器时,没有流动分离发生。

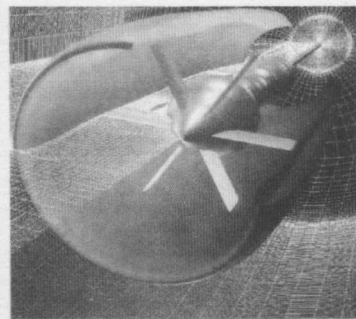


图 1-2 同时包含了喷气发动机外部区域和发动机内部通道的区域网格

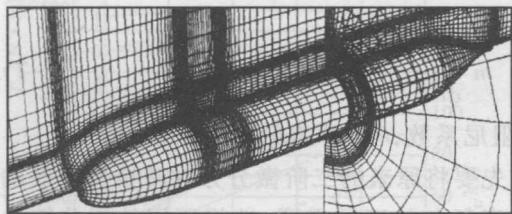


图 1-3 绕整个潜艇外壳流场计算的分区网格

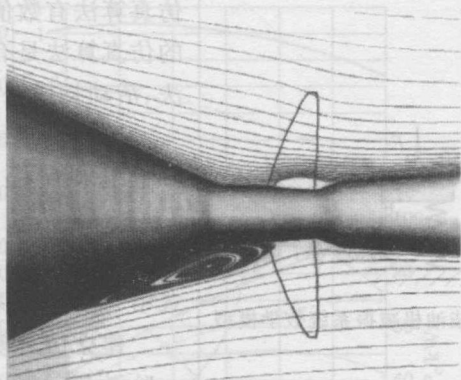


图 1-4 潜艇尾部的流谱

1.2 船舶动力计算机仿真与数值计算方法

仿真技术是以相似原理、系统技术、信息技术以及仿真应用

NOTE

领域的有关专业技术为基础,以计算机系统与应用有关的物理效应设备及仿真器为工具,利用模型对系统进行研究的一门多学科的综合性的技术。而计算机仿真用于船舶动力装置研究,始于 20 世纪 70 年代初期。它基于数值计算方法,对处理物理问题数值算法有着得天独厚的优势。

国内的计算机仿真在船舶动力系统方面的应用始于 20 世纪 80 年代初。哈尔滨工程大学、上海交通大学、海军装备论证研究中心、海军工程大学(原海军工程学院)、武汉理工大学(原武汉交通科技大学)等高校和研究单位都相继从不同侧面和角度开展研究工作,分别在船舶柴油机、船舶燃气轮机、船舶推进装置及控制系统设计、机舱自动化等方面开展了计算机仿真技术的应用研究,并取得了较大的成果。

计算机仿真是基于所建立的系统数学和仿真模型,利用计算机对系统进行分析与研究,它包含三个基本活动:建立系统模型、构造仿真模型和进行仿真实验。这三项基本活动都是基于数值计算方法展开的实际应用。例如,仿真模型是将系统的数学模型通过数学仿真算法转换成能在计算机上运行的数字模型,即将数学模型离散化,建立相应的递推公式,便于进行迭代运算。不同类型的数学模型有不同的仿真算法,如集中参数连续系统常用的仿真算法有数值积分法、离散相似法等;分布参数连续系统常用的仿真算法是有限差分法;离散事件常用的仿真算法有事件调度法、活动扫描法等。

比如说,柴油机减振系统数学模型(图 1-5),采用二阶微分方程组来描述:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + kx = F \quad (1-7)$$

式中, c 为减振系统的阻尼系数, k 为弹簧的刚度系数。

建立仿真模型,首先要将原来的二阶微分方程转换为等效的一阶微分方程,根据仿真任务的不同需要,选择不同的积分算法转换为一组差分方程,进行数值求解。这个过程可用软件平台来完成。如果用于分析计算、参数选择,可采用精度高、计算稳定但计算时间长的四阶龙格-库塔法,进行非实时仿真。如果用于实时性要求高的硬件在回路(HL)仿真或人在回路(MIL)仿真,则可采用欧拉积分法或梯形积分法,在当前计算速度已经不是主要问题的前提下,经过试验,可以选择计算精度较高、计算稳定性好而费时较多的其他积分算法,如二阶阿当姆斯算法等。

在船舶动力系统性能仿真中,数值计算不止应用于一个方面,它构成了整个仿真平台运行的基础。例如,由于舰船动力装

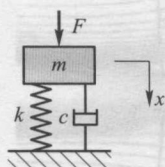


图 1-5 柴油机减振系统数学模型

置中的一些系统或设备,其工作过程往往是气动热力过程,是一种反映质量和能量的传递过程。其内部特性未知时,直接利用已知的基本定律导出其系统精确数学模型比较困难。对于这样的系统,可先假设该系统的数学模型,并根据实验数据加以验证和校正,这种方法称之为系统辨识法。常用的系统辨识方法有时域法、频域法、相关分析和参数估计法。下面就简单介绍一下最小二乘法辨识模型应用到的数值方法。

最小二乘法的思想由高斯(K. F. Gauss)在 1795 年提出。当时他认为:未知量的最合适值(最可能值)是使各项实际观测值和计算值之间差的平方乘以度量其精确数值以后的和为最小。由此可见,最小二乘的思想就是要使得观测点和估计点的距离的平方和达到最小。这里的“二乘”指的是用平方来度量观测点与估计点的远近,“最小”指的是参数的估计值要保证各个观测点与估计点的距离的平方和达到最小。为了说明这种方法,先举一个简单的实例。

内燃机性能特性中的每一条曲线(如扭矩曲线、功率曲线、油耗曲线等)都可以用最小二乘法多项式拟合方法进行曲线拟合(图 1-6)。当试验数据有拐点或者不圆滑和不规则,但又不便于圆整时,用分段计算可以得到较高的拟合精度。

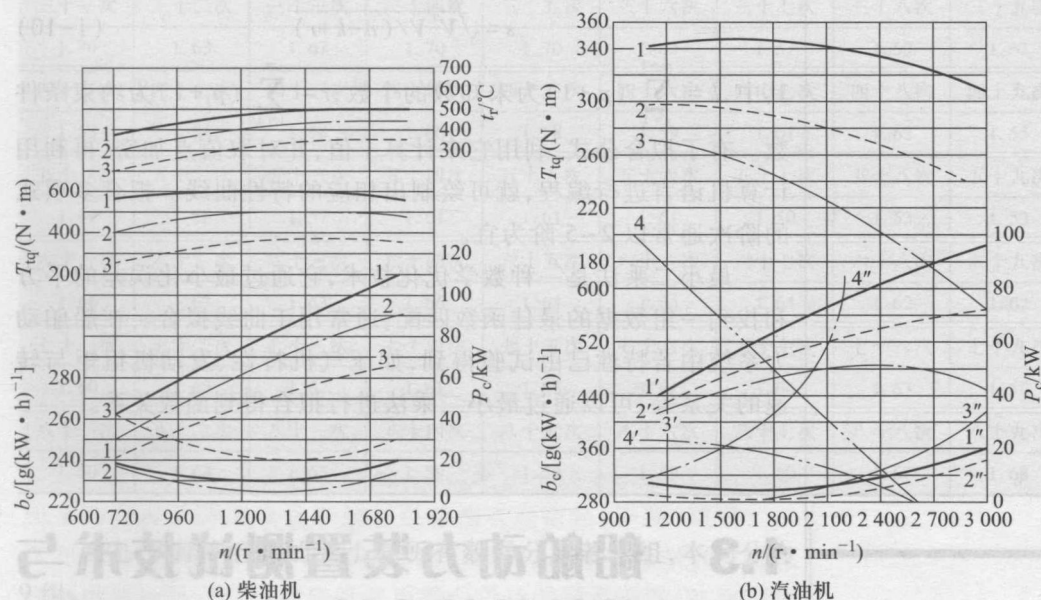


图 1-6 内燃机速度特性曲线

设有 1 组观测数据 (x_i, y_i) ($i=1, 2, \dots, n$), 其中 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是分段单调的, 在 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中适当选取 m 个分界点, 则对于

NOTE

开形曲线可把其分为 $m+1$ 段,使每段内的 x_i 单调变化。

第 j 段需要拟合一个 p_j 次多项式,则拟合的数学模型为

$$\hat{y}_j = \sum_{i=0}^{p_j} b_{ji} x_j^i \quad (j=1, 2, \dots, m+1) \quad (1-8)$$

其中 b_{ji} 为拟合系数; p_j 为多项式的阶次; $\hat{y}_j$ 和 x_j 分别表示一段特性曲线的纵坐标和横坐标。为使拟合函数及其导数在中间各分界点处连续,相邻两段的多项式在分界点上的函数值必须相等,且要求 p_j 阶导数也相等。

最小二乘法的关键是确定多项式系数 b_{ji} ,使根据拟合的多项式算出的 $\hat{y}_j$ 与相应的各试验点的 y 值之间差值的平方和(残差平方和) w 为最小,即

$$\min w = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2 \quad (1-9)$$

其中, n 为特性曲线的试验数据点数。求解方法是计算 w 对各项系数 b_{ji} 的偏导数,并令其为 0,即可得到各项系数 b_{ji} 。

为了确定拟合曲线的精度,可以采用剩余均方差来衡量。设实测值与估计值的剩余偏差向量为 $V=Y-XB$,其中 Y 与 X 向量为实测数据向量, B 为系数向量。如果 R^2 记为剩余平方和,则有 $R^2 = V^T V$,可以得出拟合曲线的剩余平方差为

$$s = \sqrt{V^T V / (n-k+r)} \quad (1-10)$$

其中, $k = \sum_{j=1}^{m+1} (p_j+1)$ 为未知数的个数; $r = \sum_{j=1}^m (p_j+1)$ 为约束条件数。有了拟合公式,利用它来计算 $\hat{y}$ 值,并对取值点加密,再利用计算机语言进行编程,就可绘制出相应的特性曲线。拟合多项式的阶次通常以 2~5 阶为宜。

最小二乘法是一种数学优化技术,它通过最小化误差的平方和找到一组数据的最佳函数匹配,通常用于曲线拟合。在船舶动力系统中若特性已由试验得到,如压气机特性、发动机扭矩与转速的关系等,可以通过最小二乘法进行拟合得到函数关系。

1.3 船舶动力装置测试技术与数值计算方法

船舶动力装置的平稳运行、自动控制、状态监测、性能评价和故障诊断有赖于对温度、压力、流量、液位、转速、扭矩和功率等常

规性能参数,以及排气成分、振动和噪声特性的测量、监视和分析。船舶动力装置的可靠性、动力性、经济性、排放性及振动和噪声水平的改善同样需要有效的测量和测试。而在使用这些测试技术的过程中,使用的方法大多是基于数值计算方法发展而来。

比如占据测试技术相当大一部分比重的测量,就在处理数据的过程中应用到了数值计算方法。“数据处理”过程运用数学方法对大量的测试数据加以整理和分析研究,可将测量得到的数据群转换成为一定的函数式或其他形式,使测量结果更符合科学性,从而得出反映事物间联系的规律。例如,在测量发动机内部一个精密物体的质量时,假设测量的系统误差小到可以忽略不计,相同条件下,重复测量 90 次($n=90$),得到如下表 90 个测量值(单位为 g):

第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次	第七次	第八次	第九次	第十次
1.60	1.67	1.67	1.64	1.58	1.64	1.67	1.62	1.57	1.60
十一次	十二次	十三次	十四次	十五次	十六次	十七次	十八次	十九次	二十次
1.59	1.64	1.74	1.65	1.64	1.61	1.65	1.69	1.64	1.63
二十一次	二十二次	二十三次	二十四次	二十五次	二十六次	二十七次	二十八次	二十九次	三十次
1.65	1.70	1.63	1.62	1.70	1.65	1.68	1.66	1.69	1.70
三十一次	三十二次	三十三次	三十四次	三十五次	三十六次	三十七次	三十八次	三十九次	四十次
1.70	1.63	1.67	1.70	1.70	1.63	1.57	1.59	1.62	1.60
四十一次	四十二次	四十三次	四十四次	四十五次	四十六次	四十七次	四十八次	四十九次	五十次
1.53	1.56	1.58	1.60	1.58	1.59	1.61	1.62	1.55	1.52
五十一次	五十二次	五十三次	五十四次	五十五次	五十六次	五十七次	五十八次	五十九次	六十次
1.49	1.56	1.57	1.61	1.61	1.61	1.50	1.53	1.53	1.59
六十一次	六十二次	六十三次	六十四次	六十五次	六十六次	六十七次	六十八次	六十九次	七十次
1.66	1.63	1.63	1.66	1.64	1.64	1.64	1.62	1.62	1.65
七十一次	七十二次	七十三次	七十四次	七十五次	七十六次	七十七次	七十八次	七十九次	八十次
1.60	1.63	1.62	1.61	1.65	1.61	1.64	1.63	1.54	1.61
八十一次	八十二次	八十三次	八十四次	八十五次	八十六次	八十七次	八十八次	八十九次	九十次
1.60	1.64	1.65	1.59	1.58	1.59	1.60	1.67	1.68	1.69

首先,视样本容量的大小将所有数据分成若干组,本例分为 9 组。再将全部数据由小至大排序,找出其中最大值和最小值,算出极差 R 。极差除以组数算出组距。本例测量中最大值为 1.74,最小值为 1.49,测量均差 $\bar{x}=1.62$,极差 $R=1.74-1.49=0.25$,组距 $=0.25/9=0.03$ 。每组内两个数据相差 0.03,即 1.48~1.51,

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

NOTE

1.51~1.54 等。为了使每一个测量数据只能进入某一组内,将每
组界值多取一位,即 1.485~1.515,1.515~1.545,1.545~1.575 等。

统计测定值落在每组内的个数(称为频数),再计算出数据
出现在各组内的频率(即相对频数)和累计频率,频率=频数/总
数,如下表所示:

分组/g	频数	频率(相对频数)	累计频率
1.485~1.515	2	0.022	0.022
1.515~1.545	6	0.067	0.089
1.545~1.575	6	0.067	0.156
1.575~1.605	17	0.189	0.345
1.605~1.635	22	0.244	0.589
1.635~1.665	20	0.222	0.811
1.665~1.695	10	0.111	0.922
1.695~1.725	6	0.067	0.989
1.725~1.755	1	0.011	1.000
Σ	90	1.000	

为了更直观地看出这些随机数据的规律性,在横坐标上标出
各分组的分点,纵坐标对应出频率或累计频率(图 1-7,图 1-8)。

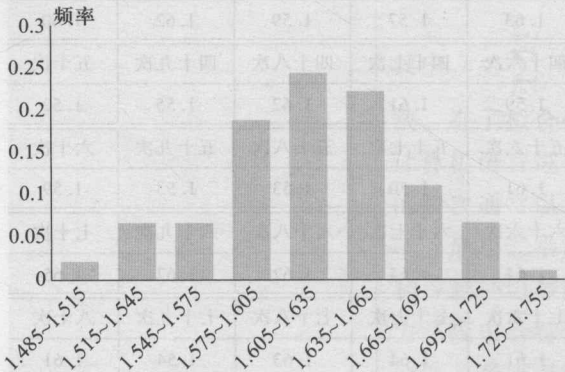


图 1-7 频率分布直方图

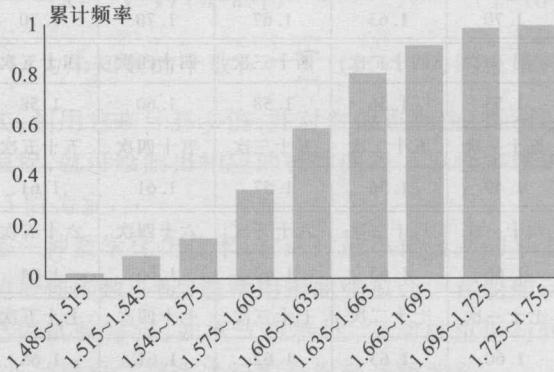


图 1-8 累计频率分布(经验分布)直方图

频数(频率)分布直方图和累计频率分布图都是研究测定值
数据规律性的重要工具。当改进测量技术(如量具的最小刻度更
为精细,以使测量值的有效位数更多和组距更小),同时增加测量
次数,各组的频率将逐步以某确定的数值稳定下来,直方图也逐
渐趋向于一条曲线。最终通过数值方法中的拟合公式,可将频率
分布直方图演变为一条光滑的曲线,称为分布密度曲线。如果用
相同的测量仪表对该质量再进行 90 次测量,再做上述数据整理

工作,会发现与第一次的数据有若干差异,但随着测量次数的增加,分布密度曲线的形状会趋于共同的规律。

上述只是在处理测量数据时使用数值计算方法的一个示例,实际上任何测量中都不可避免地包含误差,因此测量技术的应用与“误差及数据处理”理论紧密相关。运用“误差理论”,能够分析和判断测量结果的可靠性和有效性,并且在测试技术的其他环节,例如船舶柴油机动力装置的性能测试(图 1-9)、机舱监测和船舶远程监测等方面,也离不开数值计算方法的应用。



图 1-9 柴油机测点布置图

1.4 发动机性能试验与数值计算方法

发动机的性能试验是为了提高或保证发动机性能的可靠性,以及评价和验证发动机性能的可靠性而进行的有关发动机在不同负荷工况下的动力性、经济性和排放性等试验的总称。发动机性能试验包含起动试验、怠速试验、功率试验、负荷特性试验、万有特性试验、压燃机调速特性试验、机械损失功率试验、各缸工作均匀性试验、机油消耗量试验及活塞漏气量试验。

发动机性能试验是一项既费钱又费时的的工作。因此,研究和选择正确而又恰当的试验方法,不仅有利于保证和提高试验结果的可靠性,而且能够大大地节省时间、人力和费用。为了达到充分利用发动机试验台架规范又高效地完成发动机性能试验的目的,数值计算在其间发挥了不可忽视的重要作用。

以发动机支撑设计为例,简单了解一下数值计算的应用方

