

国家自然科学基金资助项目 (41404026, 41304020)

弹道学中重力场模型重构 理论与方法

DANDAOXUE ZHONG
ZHONGLICHANG
MOXING CHONGGOU
LILUN YU FANGFA

王建强
著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

资助项目(41404026,41304020)

弹道学中重力场模型重构 理论与方法

DANDAOXUE ZHONG ZHONGLICHANG MOXING CHONGGOU
LILUN YU FANGFA

王建强 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

弹道学中重力场模型重构理论与方法/王建强著. —武汉:中国地质大学出版社, 2018.7

ISBN 978-7-5625-4325-1

I. ①弹…

II. ①王…

III. ①弹道学-地球重力场-模型-研究

IV. ①O315 ②P223

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 153840 号

弹道学中重力场模型重构理论与方法

王建强 著

责任编辑:舒立霞

责任校对:徐蕾蕾

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 388 号)

邮编:430074

电 话:(027)67883511 传 真:(027)67883580 E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://cugp.cug.edu.cn>

开本:787 毫米×960 毫米 1/16

字数:167 千字 印张:8.5

版次:2018 年 7 月第 1 版

印次:2018 年 7 月第 1 次印刷

印刷:武汉市籍缘印刷厂

印数:1—500 册

ISBN 978-7-5625-4325-1

定价:46.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

前 言

地球重力的快速精确赋值是将导弹精确送入指定地点的重要技术指标。由于导弹的快速运动特性,如何快速准确地获取重力场信息是实现导弹顺利发射和精确打击的关键。本书以此为背景,研究了弹道学中地球重力场模型重构理论与方法的一些问题,全书共分为8章。

第一章主要介绍了地球重力场的研究情况以及地球重力场在弹道学中的应用研究进展。第二章阐述了弹道学基本原理以及介绍了在数值计算中需要考虑的一些弹道动力参数,然后介绍了几个弹道学中常用的坐标系,最后用数值计算方法说明射程误差系数的数值问题。第三章叙述了球谐函数模型计算地球外部任一点的扰动引力。计算球函数的一个关键问题是快速准确地计算缔合勒让德函数。本书计算分析了多种缔合勒让德函数在不同环境下的计算速度和稳定性,试验分析结果可为工程应用提供借鉴。应用重力场位球谐函数计算重力场元的另一个重要问题是三角函数的快速计算。试验对三角函数递推计算和函数调用在计算机上的运行速度进行了对比,结果表明递推计算在速度上具有明显优势。第四章推导了空间坐标下新旧坐标的球函数换极转换公式,给出了利用球面三角函数计算新坐标系下坐标的计算公式。试验比较分析了两种极点下新球函数模型计算扰动引力的精度和计算速度,结果表明:两种新模型都可以提高重力场元的计算速度,特别是导弹沿新赤道飞行的换极方法,利用 Clenshaw 求和计算方法可以极大地提高换极后重力场位模型计算扰动重力的速度。由于球函数在极点区域奇异的性质,利用换极后导弹沿新子午线飞行的模型计算扰动引力在新极点附近存在较大误差。第五章研究了球冠谐模型实现扰动引力快速计算的方法。比较分析了球冠谐方法和球谐方法在计算方法上的异同及逼近效果。介绍了非整阶缔合勒让德函数的计算方法,通过计算分析非整阶缔合勒让德函数的性质,发现球冠谐方法逼近重力场逼近阶次是有限的。通过试验验证了球冠谐方法可以代替相应阶次的重力场位模型,并通过截断模型误差公式给出了球冠谐方法在弹道学中的适用范围。在球冠谐映射基础上,提出了虚拟球谐方法,并用实验验证了该方法的可行性。第六章分析了构建虚拟点质量模型的优点和构建中的关键问题,建立了点质量模型的构造方法。对点质量模型的误差传播性质进行了探讨分析并以此作为选择虚拟球半径的一个条件依据。本书提出了增大点质量模型逼近区域的方法,用模拟数据验证了该方法的有效性。利用 EGM2008 计算的重力异常作为理论观测值,在低阶次

重力场位模型基础上,利用分层次法构建虚拟点质量模型,并对该模型进行了精度分析,对比分析了点质量模型和同精度重力场位函数模型计算重力场元的运算速度。第七章研究了多项式拟合和样条插值实现扰动重力快速赋值方法。为了保证准确快速赋值,制定了最佳的弹道分段和最优的多项式拟合的次数标准,并探讨了该理论的实现方法。试验模拟了3种分段方法以及不同次数的多项式函数拟合弹道扰动引力,结果显示:采用多项式拟合时计算速度快,所需内存少,但是需要对弹道上的扰动引力进行分段拟合。采用等距B样条插值也可实现扰动引力的快速赋值,计算时所需内存少,采用B样条插值可以更灵活地对弹道进行分段插值,减少不必要的插值节点。第八章从理论上分析了垂线偏差对弹道确定的几何影响,并分析了垂线偏差误差对导弹落点偏差的影响。推导了垂线偏差对导弹落点几何偏差的计算公式,分析了垂线偏差对导弹在发射坐标系下各方向的影响。模拟试验了两个方向分量均为 $20''$ 的垂线偏差对不同射程的落点偏差的影响,并假设天文大地方位角为 90° ,结果表明:对于超过1000km射程的导弹,须消除垂线偏差对导弹的影响。研究了弹道射程同主动段终点运动参数的关系,并以此为基础,分析了弹道射程偏差相对应的3个运动参数的一阶误差系数。研究了弹道射程偏差同弹道主动段终点运动参数误差的关系,分析了两种不同高度情况下弹道射程偏差的性质,可为弹道优化设计和数学建模提供参考。试验简化了弹道数值微分方程,以速度倾角函数代替实际导弹倾角变化,对弹道主动段运动进行了数值试验。试验结果表明:弹道偏差对速度非常敏感,对于远程导弹,10mGal重力场赋值误差造成的速度误差可使弹道偏差达2km。

鉴于笔者学术水平有限,疏漏之处在所难免,敬请读者批评指正。

王建强

2018年2月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 引 言	(1)
第二节 国内外研究现状	(4)
第二章 弹道学基础	(6)
第一节 弹道参数	(6)
第二节 常用坐标系	(8)
一、发射坐标系	(8)
二、其他坐标系	(9)
三、发射坐标系与空间直角坐标系的关系	(10)
第三节 射程误差系数	(11)
第三章 位理论赋值模型	(14)
第一节 重力场位模型	(14)
第二节 勒让德函数的递推计算方法	(23)
一、标准向前列递推	(23)
二、标准向前行递推	(24)
三、Belikov 递推	(27)
四、跨阶次递推	(28)
第三节 Clenshaw 递推求和	(29)
第四节 函数模型的计算速度	(31)
一、勒让德函数的计算速度	(31)
二、三角函数的计算速度	(34)
第五节 勒让德函数的稳定性	(34)
第四章 球函数坐标变换法	(38)
第一节 极点的选取	(38)

第二节	新模型的建立	(40)
第三节	数值试验	(46)
第五章	球冠谐计算区域重力场	(52)
第一节	球冠谐展开	(52)
第二节	Muller 方法	(54)
第三节	球冠谐映射方法	(58)
第四节	仿真试验	(62)
第五节	模型构建	(65)
一、重力场逼近精度		(71)
二、重力场元计算速度		(75)
第六章	基于点质量模型的数值逼近理论	(77)
第一节	原 理	(77)
第二节	误差分析	(79)
第三节	模拟试验	(83)
第四节	重力归算	(94)
第五节	重力延拓	(97)
第六节	小 结	(100)
第七章	函数快速赋值方法	(102)
第一节	多项式拟合	(102)
第二节	B 样条逼近算法	(104)
一、三次 B 样条函数		(105)
二、三次等距 B 样条函数		(106)
三、数值试验		(108)
第八章	数值实验与分析	(114)
第一节	垂线偏差对弹道的影响	(114)
第二节	垂线偏差数值计算	(118)
第三节	落点偏差试验及分析	(119)
主要参考文献		(122)

第一章 绪 论

第一节 引 言

弹道是导弹在空中飞行时质心所经过的轨迹。根据导弹从发射点到目标点运动过程中的受力情况,可将弹道分为主动段和被动段,被动段又可以再分为自由段和再入段。弹道分段的目的在于不同的飞行阶段上采用不同的微分方程式,以获得导弹运动的客观规律。在主动段,发动机和控制系统一直在工作,作用在导弹上的主要因素有重力、空气阻力和发动机推力、控制力。导弹开始时作垂直上升运动,此后,导弹在控制系统下开始“转弯”,并指向目标。随着时间的增长,导弹的飞行速度、飞行高度、飞行距离逐渐增大,此段时间并不长,一般在几十秒到几百秒的范围内。在被动段开始时,弹头与箭体已经分离。若弹头上不安装动力装置与控制系统,则弹头依靠在主动段终点处获得的能量作惯性飞行。这一段作用在弹上的力是可以相当精确地计算的,因此可以比较准确地掌握弹头的运动规律,从而保证弹头在一定射击精度要求下去命中目标。被动段分为自由段和再入段,这主要是由于自由段的飞行高度比较高,空气非常稀薄,可以略去空气动力的影响,而在再入段要考虑空气动力对弹头的作用。由于空气密度随高度变化是连续的,因而划出一条有、无空气的边界是不可能的,为简化研究问题起见,人为地以一定高度划出一条边界作为大气边界层。

地球物理环境的摄动对远程弹道导弹的命中精度有非常重要的影响,地球重力场是地球物理环境中最主要的因素之一。因此,弹道的精确定轨离不开高精度的重力场信息的支持。导弹的轨迹近似椭圆,它的运动速度很快,飞行时间短,因此对重力场信息的获取有特殊的要求,比如重力场元精度高、算法速度快和所需内存少等。

地球重力场的理论研究历来都是大地测量学的主要研究任务(宁津生,2001),位理论作为地球引力场理论的基础,一直都是大地测量学界的主要研究内容。随着重力场观测技术的快速发展,位理论得到了越来越多的发展(Jekeli,2007)与应用(Richard,1996)。地球重力场赋值的数值研究主要内容则是确定一定高度所需要计算的重力场模型的最高阶,分析不同方法的计算速度、获取精度。在技术指标

要求的时间限制内简化计算时所产生的计算误差,减少计算时间,消除速度对任务的影响。这些研究内容需要通过大量的数值模拟,以确定数值研究的重点突破方向。

地球重力场是地球物质分布的物理场(宁津生,1994),在弹道学应用中,扰动引力的计算是核心内容。地球外部扰动引力场包含不同的频段。扰动引力场的低频成分主要来源于地球内部地核、地幔物质的不均匀性;中频成分主要来源于地壳、地幔物质的不均匀性;高频和甚高频成分主要来源于地壳物质不均匀性及地形的不规则性。地球内部物质分布的不均匀性及地形的不规则性对不同空间的扰动引力的影响是不同的(傅容珊,1983;Bowin,1983)。高空区域,主要是低频场源起作用,高频以上的场源作用影响很小;低空区域,中频、高频以及甚高频对扰动场的影响已经不能忽略,它们的影响在有些低空地区超过低频的影响。

地球重力场的研究在理论上归结为解算大地测量边值问题。大地测量边值问题是物理大地测量学的主要理论支柱,是研究地球重力场的理论基础,也是局部重力场逼近的基本理论(管泽霖等,1997;Holota,2007),因此边值问题的求解是地球重力场中非常重要的研究内容。目前,人们已提出许多求解物理大地测量边值问题的方法。Moritz(1980)把它们归纳为两类:模型逼近和算法逼近,前者是应用相应的观测信息最佳地确定模型,它相对于连续型边界函数情况;后者则是最佳地利用各种观测信息逼近重力场元,它相对于有限离散型的边界约束。最早提出的边值理论是以大地水准面为边界面的 Stokes 理论(Moritz,1980;管泽霖等,1981),然后出现的是以似地球表面为边界面的 Molodensky 理论(管泽霖等,1981;Molodenskii et al,1960;陆仲连等,1992)。继 Molodensky 问题之后出现的 Hotine 边值问题(管泽霖等,1997;李建伟,2004)和 Bjerhammar 虚拟边界面边值问题(李建成等,2003;Bjerhammar,1964),也是重力场逼近最常用的方法,随着科学技术的发展,以最小二乘配置理论为代表的配置解及球谐函数解成为当前领域研究的一个热点。

Stokes 理论的直接积分法(蒋福珍等,1986)是利用地面重力异常数据,通过 Stokes 积分直接计算地球外部扰动引力。由于 Stokes 理论是建立在大地水准面为边界面上的,因此应用 Stokes 公式需要把地面上观测的重力值归算到大地水准面上,这给 Stokes 问题本身带来了不可避免的理论缺陷。归算的关键是空间异常、布格异常、法耶异常等的计算(Vanicek et al,2004),这些归算都有物质密度的假设。Stokes 理论的向上延拓法实际是泊松积分的平面近似。使用向上延拓法,需要提供计算区域的重力异常、大地水准面高和垂线偏差。Stokes 理论的覆盖层法是将扰动位看作由一个覆盖在整个球面上密度为 K 的单层扰动质量引起。单层密度可通过重力异常和大地水准面高计算。黄谟涛等(1993)讨论了这几种方法的应用。孟嘉春等(1987)对以上三种方法进行了分析比较,给出了各种方法的优

缺点。游存义(1991)提出了只利用大地水准面高或大地水准面高差作为观测量的新方法。

以似地球表面为边界面的 Molodensky 边值问题是将扰动位表示成单层位,在此基础上将边界条件变换为积分方程进行求解。Molodensky 边值问题从根本上克服了 Stokes 问题需要假设地壳密度的困难,Molodensky 边值问题的求解方法有 Molodensky 和 Brovar 级数解(Moritz,1980)、连续逼近法(Holota,1989)和解析延拓法(于锦海等,2011)等。Molodensky 边值问题的解析延拓解,其思想是将地面重力异常用解析的方法延拓到计算点的水准面上,然后将 Stokes 积分应用于该水准面求出扰动位。由于这些解顾及了地形改正,有更高的精度。但是 Molodensky 边值问题的计算比 Stokes 直接积分法更为复杂,这限制了它在弹道导弹飞行空间扰动引力赋值上的采用。

Hotine 边值问题是以大地水准面为边界面的第二外部边值问题,即已知扰动位在边界面上的径向导数,然后求扰动位。Hotine 边值问题采用的数据是重力扰动。有很多学者认为,Hotine 公式在一定程度上优于 Stokes 公式(Vanicek,1992),但是由于计算扰动重力要求知道重力测点在参考椭球上的高度,而陆地上的重力点都是以正常高(或者正高)作为高程基准,不好计算扰动重力。但是,Hotine 边值问题仍然有其重要的理论意义。随着空间技术的发展,特别是 GNSS 技术和卫星测高技术的快速发展,Hotine 边值问题得到发挥的空间(李建伟,2004;Li Jiancheng,2002)。

瑞典学者 Bjerhammar 于 1964 年提出了以某一虚拟球面作为边界面,将大地测量边值问题转换为这样的球面外边值问题的理论,又称为 Bjerhammar 换置理论。Bjerhammar 解是将近似地球表面外部的扰动位向下延拓直到地球内部的一个虚拟球面上,这个球称为 Bjerhammar 球。蒋福珍(1984)分析了 Bjerhammar 解的具体计算方案。虚拟质点解又称点质量法、扰动质点法。该方法是由 Paul 于 20 世纪 60 年代末提出的,目的是简化远程弹道导弹的弹道计算(Benneff et al,1976)。点质量法基于 Bjerhammar 理论,采用具有一定几何分布的地球内部质点系所产生的位等效地表示地球外部扰动位。它不需要考虑虚拟扰动质点实际分布如何,只要求质点系在地球表面产生的位及其导出物理量能以给定的精度逼近场元观测,实际上是用质点系的线性组合来逼近地球外部扰动位。点质量法模式结构简单,便于快速赋值,可顾及地形效应(Sunkel,1983;Needham,1970),并隐含了对场元地表观测作自然内插,因此得到了广泛的应用。吴晓平(1984)等讨论了点质量的具体实现方法,并给出了试验结果。但点质量法也存在一些问题,如计算中涉及求解大规模线性代数方程组问题,模型结构随意性大,无法确保精度。另外,朱灼文等(1985)证明:该方法不具最小模和最佳逼近性质,因而不是最佳逼近解。

根据 Bjerhammar 理论,许厚泽等(1984)在 20 世纪提出地球外部引力场的虚拟单层密度表示(操华胜等,1985)。该方法具有与 Bjerhammar 解相同的性质。但与 Bjerhammar 解相比,积分核大大简化,计算简单,稳定性强,使用资料范围更小。与一般的覆盖层法相比,可以考虑局部地形效应,计算精度更高。在此基础上,朱灼文等(1987,1997,1999)提出了统一引力场赋值理论。该方法提出的赋值模式结构简单,奇异性弱,可自动考虑地形效应,且整个计算都是正算,不像点质量法那样需要逆算,符合引力快速计算的要求。程芦颖等(2003)对以上方法进行了系统的归纳,给出了它们之间的换算关系,并分析了实用计算中各种方法的优劣。李照稳等(2004)分析了点质量模型的频谱特性,为建立最优点质量模型提供借鉴。

最小二乘配置解是以局部范围内不规则分布的各类观测量(引力异常、高程异常、卫星测高数据等)得到一个满足最小误差方差条件的扰动位解并能同时估算其误差。Moritz、夏哲仁、朱灼文等(1989,1995)对最小二乘配置方法具体应用中的技术问题做了探讨分析。随着重力探测技术的快速发展(钟波,2010),最小二乘配置解引起人们的关注(Tscherning,2001;Sanso,2003;Kotsakis,2007)。

弹道导弹引力快速赋值有两个关键技术问题需要解决:第一是弹道数值建模时引力赋值的准确性和快速性,第二是弹上数值建模的准确性、快速性和内存需求少的特性。

第二节 国内外研究现状

假设地球外部没有质量,则地球外部重力场是一个保守场,扰动位是一调和函数,满足 Laplace 方程(Heiskanen,1967)。因此,利用分离变量法,借助 Legendre 方程,可得到以 Legendre 函数线性组合表示的地球外部扰动位,即球谐函数解。该方法在航天器轨道运动计算中被广泛采用(刘林,2000;李济生,2003)。由于计算简单,其他赋值方法在考虑远区影响时一般也用球谐函数解。但该方法也存在一些问题:①球谐函数更多反映了地球引力场的低频部分,适宜于全球引力场赋值,而不适宜于局部低空引力场赋值。目前的位系数模型在计算低空扰动引力时有较大的截断误差。对于远程弹道导弹而言,只适用于被动段的计算,而不适用于主动段的计算。②由于要进行递推计算,阶次高时计算量大,不能满足被动段快速赋值要求。为此,任萱(1985)应用球谐函数展开变换方法(许厚泽等,1964;陆仲连,1988),适当选择极点,将模型改变为以地心距、侧向角偏差、射程角为参数的新表达式。变换后方法的计算速度大大提高,且可以保证足够的精度。另外,利用局部数据改进的球谐函数方法(任萱,1984;石磐,1994)、球冠谐分析(Li Jiancheng et al,1995;Thebault et al,2006;彭富清等,2000)等方法都可以作为研究对象。

点质量模型方法的研究在国内外得到相继探讨和研究(Sunkl, 1983; Needham, 1970; 程雪荣, 1984; 黄金水等, 1995; 吴晓平, 1984; 黄谟涛, 1991; 李照稳等 2004; 赵东明, 2009)。由于其计算简单、运行速度快等优点, 适合于弹道导弹快速赋值模型的要求。

目前, 谱方法已经广泛应用到地球物理大地测量的计算(管泽霖等, 1997)。Colombo 等(Colombo, 1981; Li Jiancheng et al, 1997; Van-heers, 1990)对 FFT(快速傅立叶变换)在地球重力场计算中的应用做了大量工作。现在 FFT 的计算已经比较成熟, 但由于需要很多初始数据, 在弹道学应用中仍需有突破技术才适合应用。

数值逼近方法(郑伟, 2006)的具体步骤是: 首先采用以上任一种方法计算空间区域内选定节点的扰动引力, 而后通过一定的建模方法, 得到空间位置与扰动引力间的简单函数关系。1976 年 John 提出了重力位的有限元表达, 模型函数可采用 Chebyshev 多项式或泰勒级数, 文汉江(1993)在点质量模型基础上, 引入有限元模型逼近重力场, 随后多位学者对有限元赋值扰动引力做了研究(赵东明等, 2003; 陈摩西等, 2008)。刘纯根(1998)讨论了多项式拟合方法的应用, 郑伟等(2006)对有限元方法的应用作了进一步的探讨。赵东明等(2001)利用三次等距 B 样条插值把扰动引力表示为高度的函数, 这样可以快速计算弹道上的扰动引力值。张皓等(2007)计算分析了利用多项式分次逼近点质量模型计算的空间扰动引力。

插值和拟合是常用的两种数值逼近方法。施浒立等(1988)提出的广义延拓逼近法为数值逼近提供了新的思路。该方法将插值和拟合有机结合, 目前已应用于抛物面天线拟合、电磁场传播、卫星导航等领域, 并提出了延拓有限元、延拓边界元等新的方法(施浒立等, 2005)。郑伟等(2007)将该方法应用于扰动引力的逼近, 得出了有意义的结论。赵东明(2009)较为详细地计算分析了插值和拟合逼近点质量模型计算的地球外部重力场。

目前国内外对弹道导弹赋值理论进行系统分类并不完善。通过以上所述, 弹道导弹引力赋值模型可以分为两类, 一类为弹前准备的赋值模型, 一类为弹上赋值模型。适合弹前准备的赋值模型理论有位模型理论、点质量模型理论、谱方法和延拓理论等。适合弹上快速赋值理论包括位模型理论和函数拟合理论等。对于弹上快速赋值模型的位理论, 由于弹道高度不同, 位模型的使用范围有一定的限制。

垂线偏差会影响导弹的落点偏差(王明海等, 1995; 贾沛然, 1983; Gore, 2014)。这种影响包括几何上的影响和动力学上的影响。对于远程导弹而言, 必须考虑垂线偏差对弹道的影响。

第二章 弹道学基础

第一节 弹道参数

弹道是指导弹在空中飞行时质心的飞行路线。根据导弹从发射点到目标的运动过程中受力的情况,可将弹道(图 2-1)分为主动段 ok 段,被动段 kc 段,被动段又可以再分为自由段 ke 段和再入段 ec 段,图中 O_E 为地球质心, o 为发射点, k 为关机点, e 为再入点, c 为落点。弹道分段的目的目的在于不同的飞行阶段上可采用不同的微分方程式,以求得导弹运动的客观规律。现分别介绍各飞行段的特点。

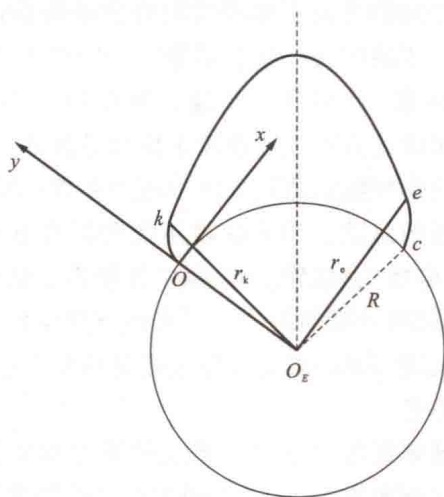


图 2-1 弹道分段图

(1)主动段(ok 段):从导弹离开发射台到主发动机停机为止的一段弹道。这一阶段发动机和控制系统一直在工作,作用在弹上的主要因素有重力场、空气和发动机推力、控制力。推力克服重力、空气阻力等,并且控制系统一直按给定的程序对导弹进行控制,保证导弹按预定的弹道飞行。导弹开始时作垂直上升运动,之后,导弹在控制系统下开始“转弯”,并指向目标。随着时间的延长,导弹的飞行速度、飞行高度、飞行距离逐渐增大。此段时间并不长,一般在几十秒到几百秒的范围内。

(2) 被动段(kc 段):从主动机推力为0起,到导弹向地面为止这一段。在被动段开始时,弹头与弹体已经分离。若在弹头上不安装动力装置与控制系统,则弹头依靠在主动段终点处获得的能量作惯性飞行。这一段作用在弹上的力是可以相当精确地计算的,因此可以基本上比较准确地掌握弹头的运动规律,从而可以保证弹头在一定射击精度要求下去命中目标。被动段又可以分为自由段和再入段,这主要是由于自由段的飞行高度比较高,空气非常稀薄,可以略去空气动力的影响,而在再入段要考虑空气动力对弹头的作用。由于空气密度随高度变化是连续的,因而划出一条有、无空气的边界是不可能的,为简化研究问题起见,人为地以一定高度划出一条边界作为大气边界层。事实上,一般离地面高度为70km左右处的大气密度只有地面大气密度的万分之一,因此可取该高度作为自由段与再入段的分界点。本文采用的标准大气公式,是以91km作为空气边界的。

①自由段(ke 段):由于远程导弹主动段终点高度约为200km,弹头从主动段终点到再入点这一段是在极为稀薄的大气中飞行,作用在弹头上的重力远大于空气动力,故可以近似地将空气因素略去。自由段弹道可近似看作椭圆曲线的一部分,并且此段弹道的射程和飞行时间占全弹道的80%~90%以上。

②再入段(ec 段):再入段就是弹头重新进入稠密大气层后飞行的一段弹道。弹道高速进入大气层后,将受到巨大的空气动力作用,由于空气动力的制动作用远远大于重力的影响,这既引起导弹强烈的气动加热,也使导弹作剧烈的减速作用。但是由于这段速度非常高,时间很短,目前的导弹都带有动力装置和控制系统,改变运动轨迹,因此本书将其作为 ke 段的延伸。

导弹的设计参数分别代表导弹某一方面的性能,因此有必要先介绍一下导弹的几个设计参数。

1. 结构比 μ_k

$$\mu_k = \frac{m_k}{m_0} \quad (2-1)$$

式中, m_k 为导弹在主动段终点时的质量; m_0 为导弹在起飞点时的质量; μ_k 为导弹结构重量与起飞初重之比,是衡量导弹结构优劣的主要参数之一。 μ_k 越小,则在相同起飞重力下,导弹空重小,导弹携带的燃料多,因而导弹的性能越优越,导弹所能达到的理想速度就越大。

2. 地面重推比 ν_0

$$\nu_0 = \frac{G_0}{P_0} \quad (2-2)$$

式中, ν_0 为导弹起飞重量 G_0 与地面推力 P_0 之比。 ν_0 越小,表示导弹的加速度越

大,并且导弹达到一定速度的时间越短,因而速度的重力损失减小。但 ν_0 不能太小,因为加速度太大会使过载太大,从而使导弹的结构重量增大。

3. 地面比推力 P_{spo}

$$P_{spo} = \frac{P_0}{\dot{G}_0} \quad (2-3)$$

式中, P_{spo} 为发动机地面推力 P_0 与地面秒消耗量 $\dot{G}_0$ 的比值,是衡量发动机性能指标之一,为了获得一定的地面推力, P_{spo} 大,则所消耗的燃料重量少。

4. 发动机高空特性系数 α

$$\alpha = \frac{P_{spv}}{P_{spo}} \quad (2-4)$$

式中, α 为发动机真空比推力 P_{spv} 与地面比推力 P_{spo} 之比,其变化很小,约为 1.10~1.15。

5. 起飞截面负荷 P_M

$$P_M = \frac{G_0}{S_M} \quad (2-5)$$

式中, G_0 为导弹起飞重量, S_M 为最大横截面, P_M 表示单位截面上的起飞重量。

除以上 5 个参数外,还常引入辅助参数 $T = \frac{G_0}{\dot{m}} = \frac{m_0}{\dot{m}}$,称 T 为理想时间,它不是独立参数,是 ν_0 与 P_{spo} 之积。

第二节 常用坐标系

一、发射坐标系

坐标原点与发射点 o 固连。 ox 轴在发射点水平面内,指向发射瞄准方向。 oy 轴垂直于发射点水平面指向上方。 oz 轴与 xoy 面相垂直并构成右手坐标系。由于发射点 o 随地球一起旋转,所以发射坐标系为一动坐标系。当把地球看成圆球时,发射坐标系的一般定义如图 2-2 所示, oy 轴与过 o 点的地球半径重合, ox 轴与子午线切线正北方向的夹角称为方位角 A ,利用该坐标系可建立火箭相对于地面的运动方程,便于描述火箭相对于大气运动所受到的作用力。

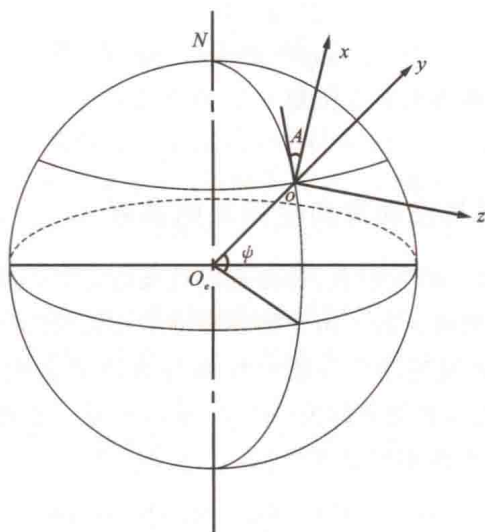


图 2-2 发射坐标系

图 2-2 中, o 点的地心大地坐标为 (r, φ, λ) , 大地直角坐标为 (x, y, z) , 这两个坐标系之间的关系为:

$$\begin{cases} x = r \cos \varphi \cos \lambda \\ y = r \cos \varphi \sin \lambda \\ z = r \sin \varphi \end{cases} \quad (2-6)$$

二、其他坐标系

在弹道学中,常用的坐标系还有空间直角坐标系、大地坐标系、地心纬度坐标系和天文坐标系(贾沛然,1983;王明海等,1995)。

大地坐标系 (B, L, H) 转换为地心纬度 (r, φ, λ) 坐标系之间的相互关系可通过空间直角坐标 (x, y, z) 建立联系。

$$\begin{cases} x = (N + H) \cos B \cos L \\ y = (N + H) \cos B \sin L \\ z = [N(1 - e^2) + H] \sin B \end{cases} \quad (2-7)$$

式中, $N = a / \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$, 空间直角坐标系同地心纬度关系:

$$\begin{cases} r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \\ \varphi = a \sin(z/r) \\ \cos \lambda = x / \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases} \quad (2-8)$$

若已知一点的天文经纬度 (φ, λ) 和大地经纬度 (B, L) , 则该点的垂线偏差为:

$$\begin{cases} \xi = \varphi - B \\ \eta = (\lambda - L) \cos \varphi \end{cases} \quad (2-9)$$

天文方位角 α 归算为大地方位角 A 的近似公式为:

$$A = \alpha - \eta \tan \varphi \quad (2-10)$$

三、发射坐标系与空间直角坐标系的关系

在弹道学中,地面上的发射点、目标点以及飞行时导弹质心的空间位置都是用地心大地直角坐标系来确定的。由于描述导弹质心运动的微分方程都是相对于发射坐标系建立的,因此需要建立发射坐标系与大地直角坐标系的关系(张毅等,1998)。设发射点的大地直角坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,空间一点在发射坐标系下坐标为 (x, y, z) ,该点在大地直角坐标系的坐标 (x_e, y_e, z_e) 为:

$$\begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} \quad (2-11)$$

式中,转换矩阵为:

$$\begin{cases} d_{11} = -\sin L \sin A - \cos L \sin B \cos A \\ d_{12} = \cos L \cos B \\ d_{13} = -\sin L \cos A + \cos L \sin B \sin A \\ d_{21} = \cos L \sin A - \sin L \sin B \cos A \\ d_{22} = \sin L \cos B \\ d_{23} = \cos L \cos A + \sin L \sin B \sin A \\ d_{31} = \cos B \cos A \\ d_{32} = \sin B \\ d_{33} = -\cos B \sin A \end{cases} \quad (2-12)$$

式中, B 、 L 和 A 为发射点的大地纬度、大地经度和大地方位角,当这些参数为天文元素 φ 、 λ 和 α 时,它们是实际发射坐标系的转换参数。

导弹作为一个刚体在空间中运动,其运动有 6 个自由度,通过建立运动状态的微分方程组,可以描述它的运动状态,由于导弹的运动是在控制系统作用下飞行,因此需考虑控制系统对运动的影响。在工程上,为简化问题,通常将导弹的运动分为质心运动和绕质心的运动。本书的仿真试验是研究导弹的质心运动,并做一些简化计算。导弹在被动段的运动建模已经比较成熟,可以完成扰动重力的修正(段晓君,2002;王建强,2007;王正明等,1996),因此本书仅研究主动段下的扰动重力的影响。