

爱游戏，就爱数学王

小牛顿

Mathematics Little Newton Encyclopedia

数学王

牛顿出版股份有限公司 © 编



爱游戏，就爱数学王

小牛顿

Mathematics Little Newton
Encyclopedia

数学王

面积与体积

牛顿出版股份有限公司◎编



图书在版编目(CIP)数据

面积与体积 / 牛顿出版股份有限公司编. — 成都 :
四川少年儿童出版社, 2018. 1
(小牛顿数学王)
ISBN 978-7-5365-8741-0

I. ①面… II. ①牛… III. ①数学—少年读物 IV.
①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第326504号
四川省版权局著作权合同登记号: 图进字21-2018-08

出版人: 常 青
项目统筹: 高海潮
责任编辑: 王晗笑
封面设计: 汪丽华
美术编辑: 刘婉婷 徐小如
责任印制: 王 春

XIAONIUDUN SHUXUEWANG · MIANJI YU TILI

书 名: 小牛顿数学王·面积与体积
出 版: 四川少年儿童出版社
地 址: 成都市槐树街2号
网 址: <http://www.sccph.com.cn>
网 店: <http://scsnetchs.tmall.com>
经 销: 新华书店
印 刷: 艺堂印刷(天津)有限公司
成品尺寸: 275mm×210mm
开 本: 16
印 张: 3.75
字 数: 75千
版 次: 2018年4月第1版
印 次: 2018年4月第1次印刷
书 号: ISBN 978-7-5365-8741-0
定 价: 19.80元

台湾牛顿出版股份有限公司授权出版

版权所有 翻印必究

若发现印装质量问题, 请及时向市场营销部联系调换。

地址: 成都市槐树街2号四川出版大厦六层

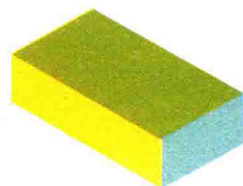
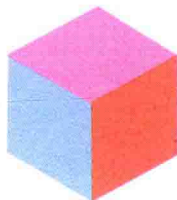
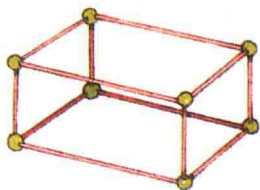
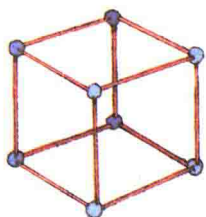
四川少年儿童出版社市场营销部

邮编: 610031

咨询电话: 028-86259237 86259232

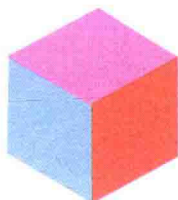
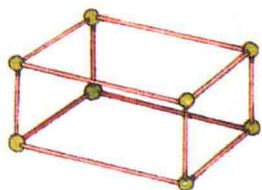
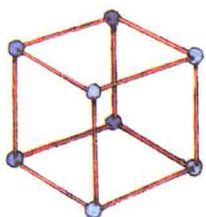
目录

1. 平行四边形的面积	2
2. 梯形·菱形的面积	4
3. 三角形的面积	6
4. 三角形和四边形的面积	10
5. 多边形的面积	16
6. 箱子的形状	20
7. 面或边的平行和垂直	24
8. 正方体和长方体(1)	28
9. 正方体和长方体(2)	30
10. 长方体·正方体的体积	36
11. 体积和它的表示方法	42
12. 体积	44
13. 体积的测定和概测	50



目录

1. 平行四边形的面积	2
2. 梯形·菱形的面积	4
3. 三角形的面积	6
4. 三角形和四边形的面积	10
5. 多边形的面积	16
6. 箱子的形状	20
7. 面或边的平行和垂直	24
8. 正方体和长方体(1)	28
9. 正方体和长方体(2)	30
10. 长方体·正方体的体积	36
11. 体积和它的表示方法	42
12. 体积	44
13. 体积的测定和概测	50



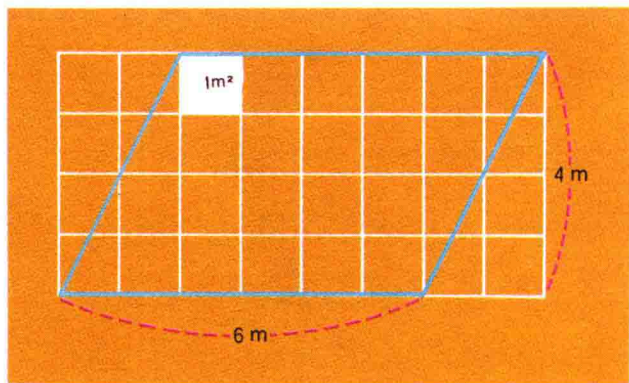
1 平行四边形的面积

● 面积的求法

喜欢算术的国王发出布告说，谁能够正确地求出右图这块土地的面积，他就送给那个人一块同样大小的土地作为奖赏。少年卡西姆准备向这个难题发起挑战。请问卡西姆要怎么做才能赢得奖赏？

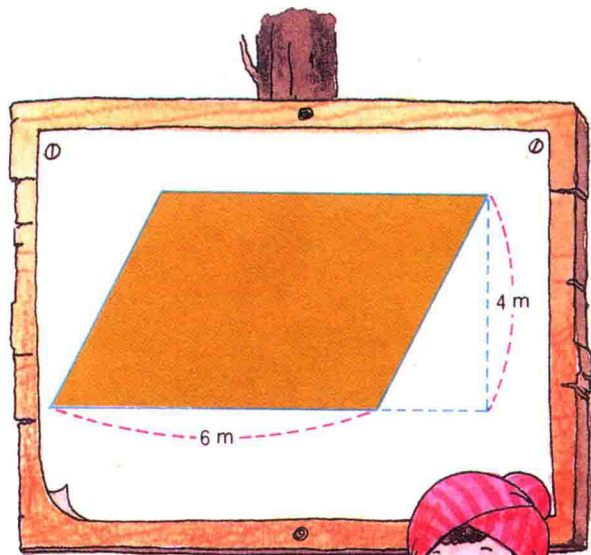
● 数小方格的数目求出面积

卡西姆的父亲说：“用绳子把土地划分成小方格就可以了。”



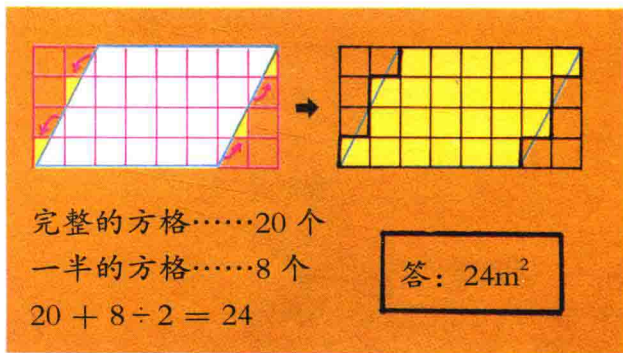
卡西姆，你会算吗？

可是，这又不像长方形的面积那么好算，因为有半格的图形。卡西姆想了一会儿，终于想出一个好办法。请问他想到什么好办法？



我想到好办法了。

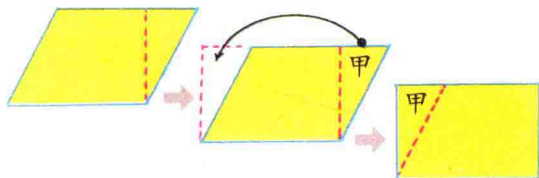
两个一半的方格合起来，就是完整的方格了。所以，半个的方格数目只要除以2就可以，这就是卡西姆想到的好办法。



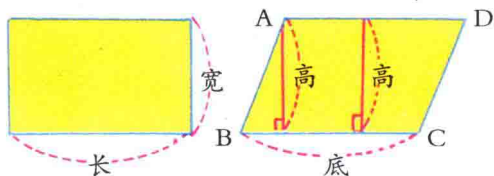
不过，卡西姆认为，应该用更简单的方法来求出这个图形的面积。

● 换成同等面积的长方形

于是，卡西姆就把平行四边形的一部分剪掉，经过移动后就变成下图的样子。



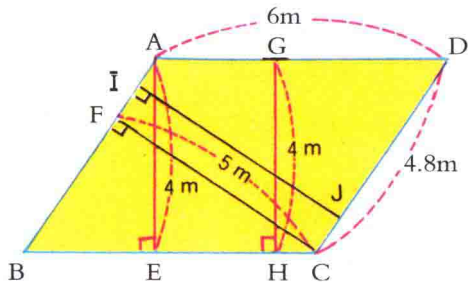
如上图，甲的部分照箭头方向一移动，平行四边形就变成了长方形。所以，只要知道这个长方形的长和宽，就可以求出平行四边形的面积。



如上图，平行四边形的底和高就相当于长方形的长和宽。

平行四边形的面积 = (底) × (高)

◆ 以 AB 边为底，高是多少？



如上图，以 BC 边为底，那么，高就是 AE 或 GH。

$$6 \times 4 = 24 \quad 24 \text{ m}^2$$

学习重点

- ① 平行四边形底和高的意义。
- ② 想一想平行四边形面积的求法，以及求面积的公式。

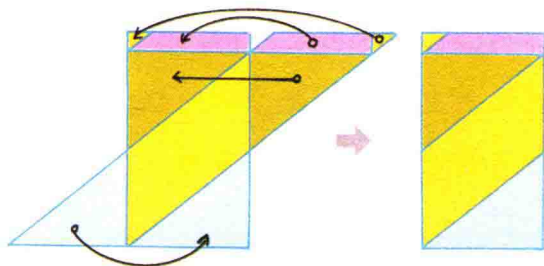
另外，如果以 AB 边为底，高就是 CF 或 JI。 $4.8 \times 5 = 24 \quad 24 \text{ m}^2$

所以，平行四边形的高，取决于平行四边形以哪个边为底。

查查看

卡西姆为了确定，是不是不论任何形状的平行四边形面积都可以用左边的公式求出来，于是，他就画了下面的图。

图的形状可以变成长方形，而且，相当于这个长方形的长和宽的，就是平行四边形的底和高。从这点证明，任何平行四边形都可以用左边的公式求得面积。



整理

- (1) 任何平行四边形，底和高不换，形状都能换成长方形。
- (2) 平行四边形的面积 = (底) × (高)
- (3) 不论以哪一边为底都能决定高。

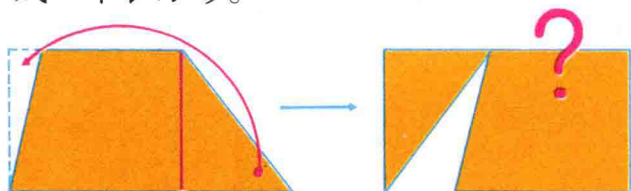
2 梯形·菱形的面积

● 梯形面积的求法

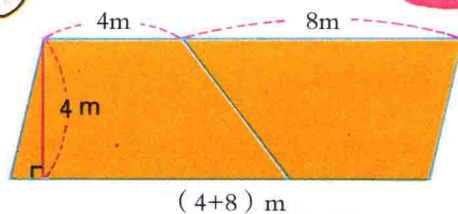
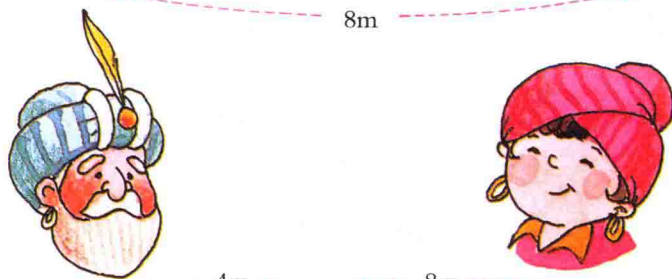
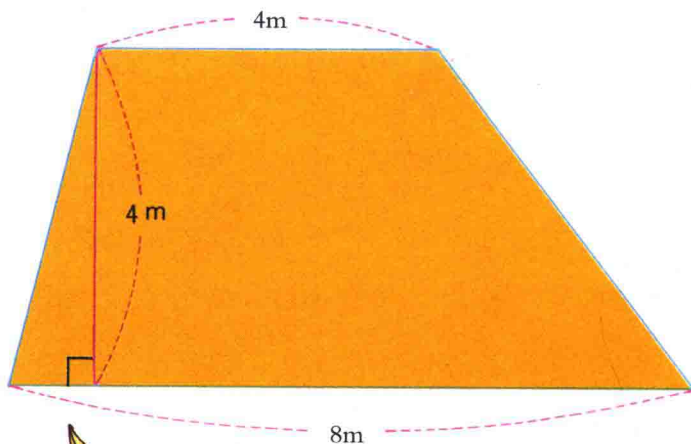
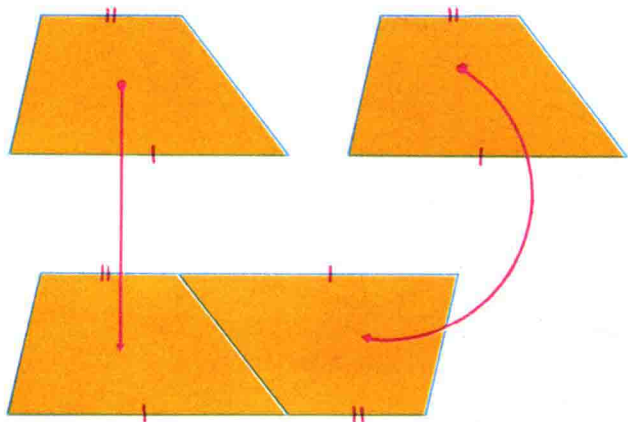
少年卡西姆巧妙地解决了国王所提出来的难题，他得到一块土地作为奖赏，形状就像右图所示的梯形。这块土地的面积真的跟那个平行四边形的面积一样吗？想想看，右图这个梯形面积的求法。

● 利用平行四边形面积的求法

像求平行四边形面积的时候一样，把剪下的部分移动，但还是没有办法组成一个长方形。



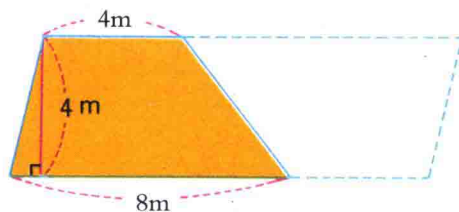
卡西姆忽然发觉，用2个同样形状的梯形一组合就会变成平行四边形。



上面平行四边形的面积是

$$(4 + 8) \times 4 = 48 \quad 48 \text{ m}^2$$

对了。只要把上面平行四边形的面积二等分，就可以求出梯形的面积。



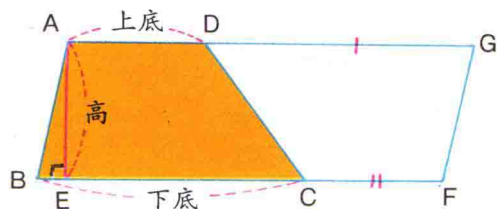
梯形的面积是 $(4 + 8) \times 4 \div 2 = 24$

答：24 m²

梯形的面积公式

卡西姆想做一个求梯形面积的公式，这么一来，任何形式的梯形都能够很容易求出它的面积。

- 上底、下底……平行的 2 个边，一个为上底，另一个为下底。
- 高……上底跟下底垂直线的长。



(梯形 ABCD 的面积)

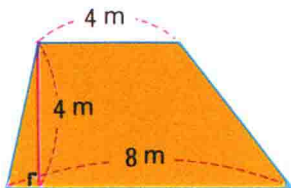
$$= (\text{平行四边形 ABFG 的面积}) \div 2$$

$$= (\text{底 BF}) \times (\text{高 AE}) \div 2$$

$$= (\text{上底 AD} + \text{下底 BC}) \times (\text{高 AE}) \div 2$$

$$\text{梯形的面积} = (\text{上底} + \text{下底}) \times (\text{高}) \div 2$$

套用这个公式，计算一下卡西姆所得到的土地的面积。



上底 下底 高

$$(4 + 8) \times 4 \div 2 = 24 \quad 24 \text{ m}^2$$

菱形的面积求法

想一想菱形面积的求法。

- * 使用求平行四边形面积的公式。

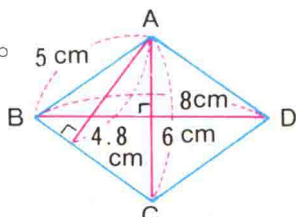
学习重点

- ① 梯形“上底”“下底”“高”的意义。
- ② 学习梯形面积的求法，以及求面积的公式。
- ③ 学习菱形面积的求法。

把下面的菱形当作是底 5 厘米、高 4.8 厘米的平行四边形。

$$5 \times 4.8 = 24$$

24cm

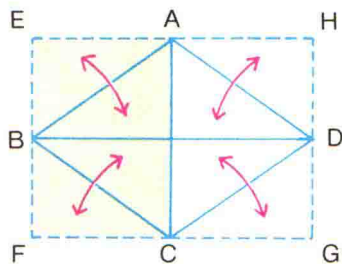


- * 根据 2 条对角线的长求出面积。

(菱形 ABCD 的面积)

$$= (\text{长方形 EFGH 的面积}) \div 2$$

$$= (\text{对角线 AC}) \times (\text{对角线 BD}) \div 2$$



$$6 \times 8 \div 2 = 24 \quad 24 \text{ cm}^2$$

整理

(1) 求梯形的面积，只要把梯形换成由 2 个梯形组合而成的平行四边形就可以求出。

(2) 梯形的面积 = (上底 + 下底) × 高 ÷ 2

(3) 求菱形的面积，只要把菱形看作是平行四边形就可以求出来。或是利用 2 条对角线的长也可以求出来。

$$\text{菱形的面积} = (\text{对角线}) \times (\text{对角线}) \div 2$$

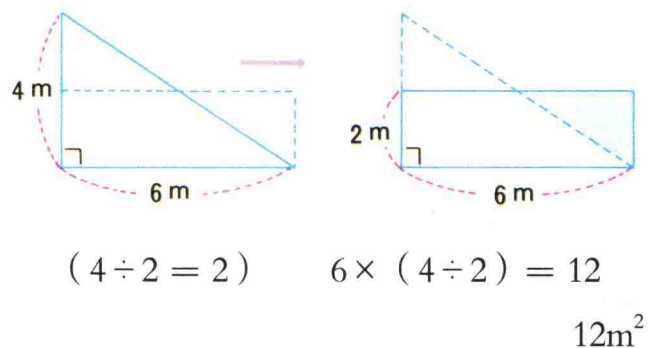
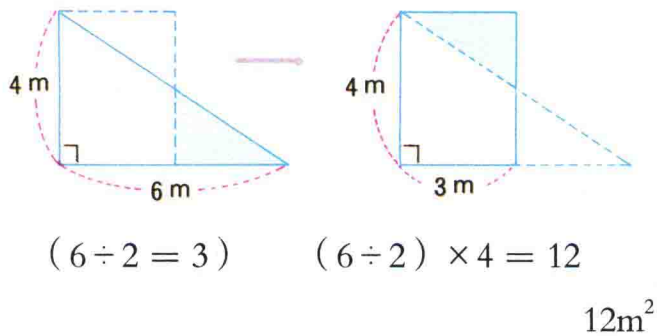
3 三角形的面积

三角形面积的求法

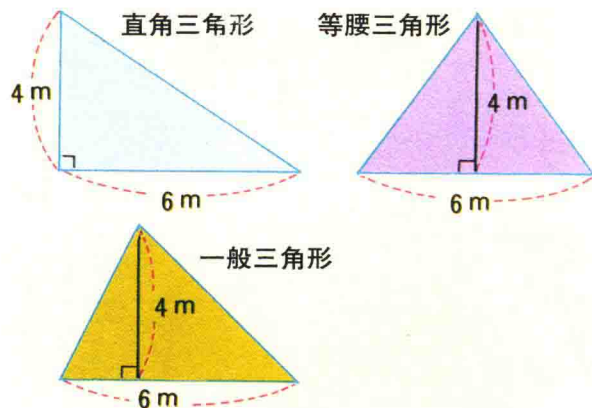
少年卡西姆成功地求出平行四边形和梯形面积的公式，所以，他想各种三角形的面积应该同样可以求出来。我们也一起来想想看。

● 把形状换成长方形（平行四边形）

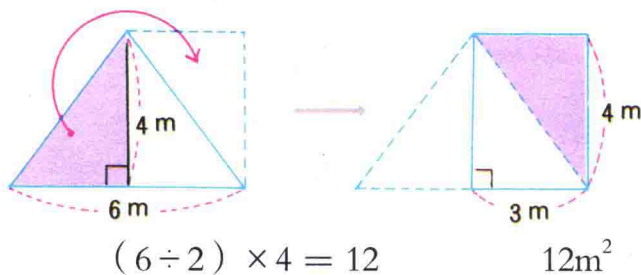
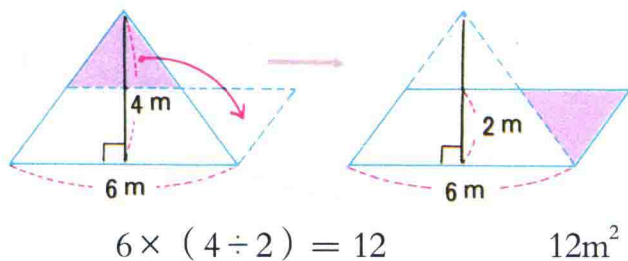
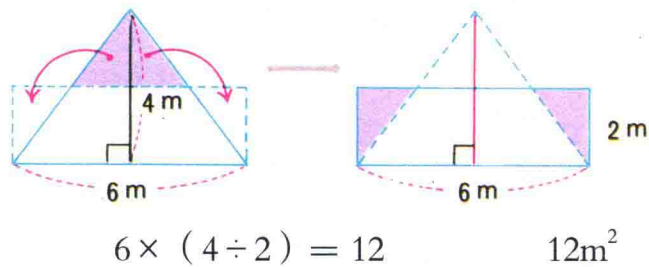
直角三角形——把夹有直角的任一边二等分，将三角形换成长方形，就可以求出面积。



很容易就可以求出面积。

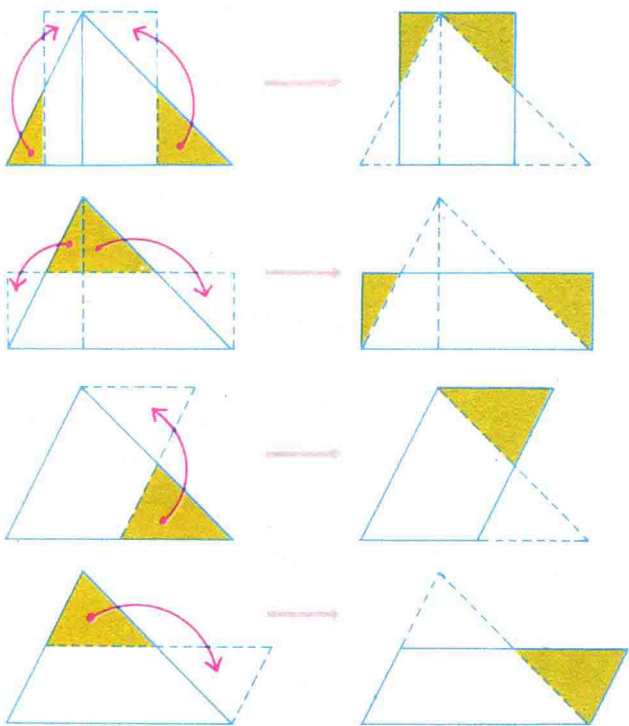


等腰三角形——跟直角三角形一样，只要把形状换成长方形或平行四边形就可以求出面积。

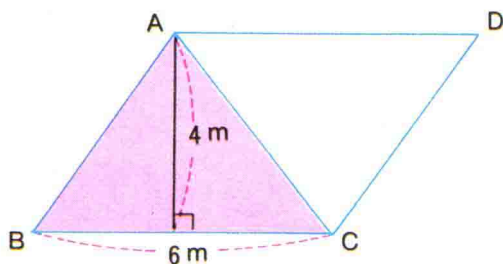


● 研究面积的求法

一般的三角形也可以进行同样的考虑。看看卡西姆所画的图，想一想一般三角形面积的求法。



想出梯形面积求法的卡西姆，跟求梯形面积的时候一样，他又想到利用2个合并三角形求面积的方法。



平行四边形 ABCD 的面积

$$6 \times 4 = 24 \quad 24\text{m}^2$$

三角形 ABC 的面积

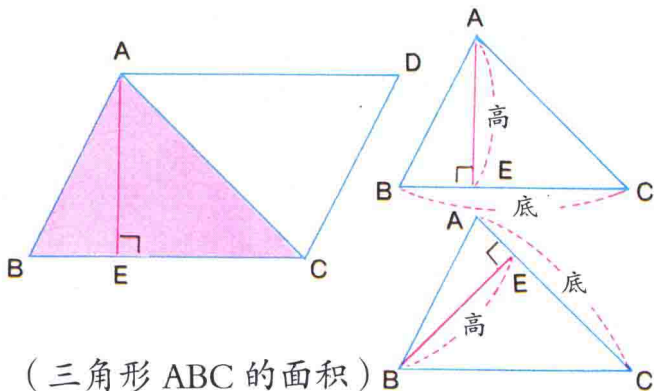
$$(6 \times 4) \div 2 = 12 \quad 12\text{m}^2$$

学习重点

- ① 三角形底和高的意义。
- ② 学习三角形面积的求法，以及求面积的公式。
- ③ 钝角三角形底和高的意义。
- ④ 钝角三角形的面积求法。

求三角形面积的公式

卡西姆以平行四边形面积的求法为基础，考虑求三角形面积的公式。



$$\begin{aligned} & (\text{三角形 ABC 的面积}) \times 2 \\ &= (\text{平行四边形 ABCD 的面积}) \div 2 \\ &= (\text{底边 BC}) \times (\text{高 AE}) \div 2 \end{aligned}$$

三角形也是只要决定底边，就能确定高。

$$\text{三角形的面积} = (\text{底}) \times (\text{高}) \div 2$$

整理

(1) 求三角形的面积，不用改变图形大小，只要把形状换成长方形或平行四边形就可以求出来。

(2) 将两个三角形组合成一个平行四边形，也可以求出三角形的面积。

$$(3) \text{三角形的面积} = (\text{底}) \times (\text{高}) \div 2$$

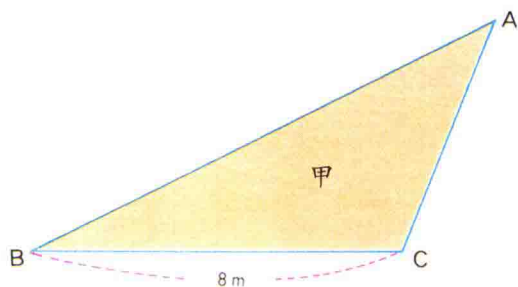
钝角三角形面积的求法



国王提拔卡西姆做管家，并且要他测量国王所拥有的许多土地的面积。

可是，有一天，当卡西姆调查下图这块土地的面积时，却大伤脑筋。因为这个三角形是他以前从没有碰到过的。想一想，卡西姆该怎么办？

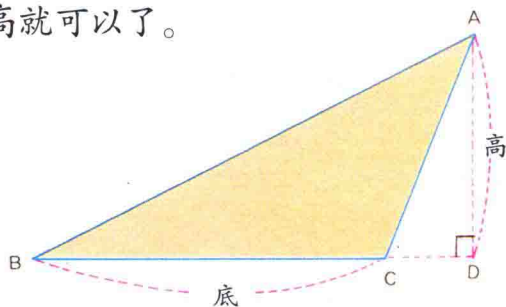
◆ 甲这种三角形的底边和高是多少？



卡西姆苦恼的是，像甲这种三角形，如果把BC边当作底边，那么，它的高在哪里呢？把AC边当作高又有点奇怪，因为AC边和BC边并没有垂直啊。

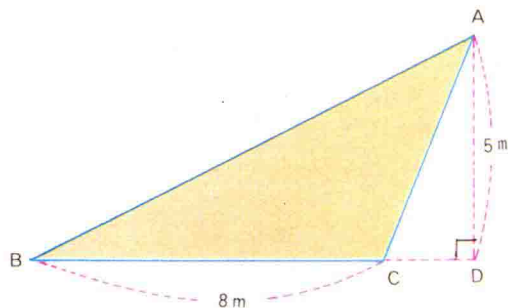
“对了！”卡西姆叫了一声。

只要从顶点A，向底边BC的延长线拉一条垂直的直线AD，再把AD的长当作高就可以了。



卡西姆立刻量了一下相当于高的直线AD的长度。直线AD的长度是5米。

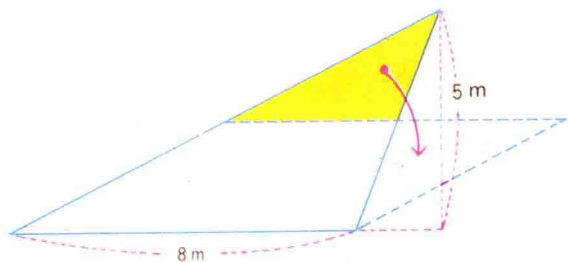
可是，在这种情形下，能不能够使用三角形的面积公式呢？查查看。



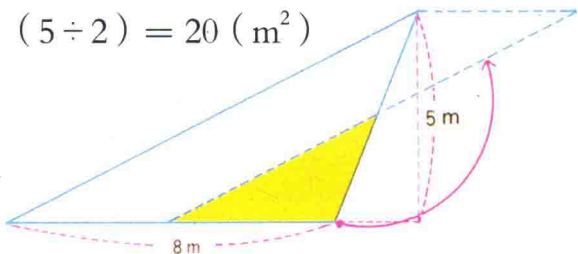
● 把形状变成平行四边形

查查看

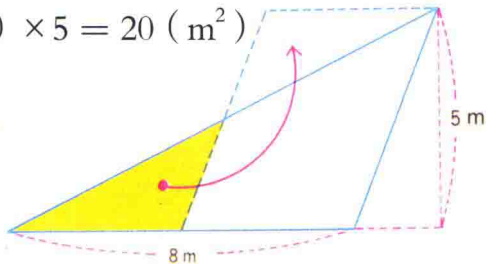
首先，卡西姆把三角形剪成两部分，拼成平行四边形。



$$8 \times (5 \div 2) = 20 (\text{m}^2)$$

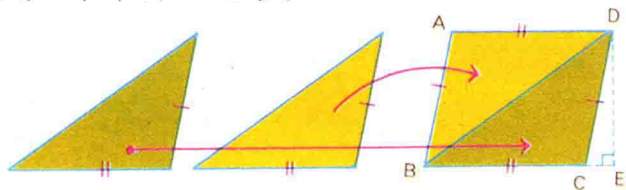


$$(8 \div 2) \times 5 = 20 (\text{m}^2)$$



$$(8 \div 2) \times 5 = 20 (\text{m}^2)$$

接着，把2个合并的三角形组合，变成一个平行四边形。

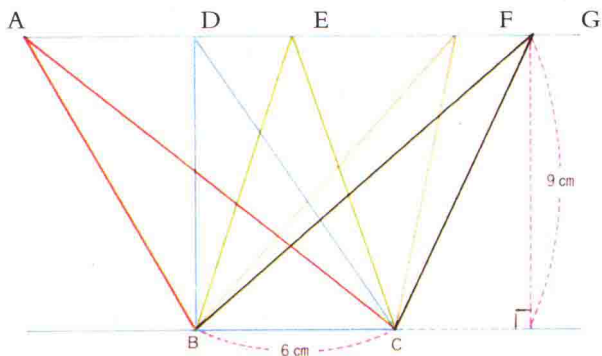


底边BC 乘上高DE，就是平行四边形ABCD的面积。然后再除以2，就可以求出三角形DBC的面积。

像这种三角形，也可以使用下面的公式。

$$(\text{三角形的面积}) = (\text{底}) \times (\text{高}) \div 2$$

◆ 每个面积都会一样吗？



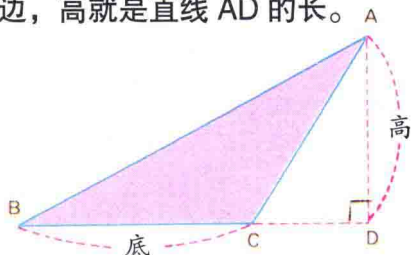
上图中，以BC为底边的5个三角形，面积全都相等。

2条平行线之间的距离是9厘米，这就是各三角形的高。底边的长通通是6厘米，所以，每个三角形都可以用下面的算式求出面积。

$6 \times 9 \div 2 = 27 (\text{cm}^2)$ 每个三角形的面积都是 27cm^2 。

整理

(1) 下面的三角形，如果以BC边为底边，高就是直线AD的长。



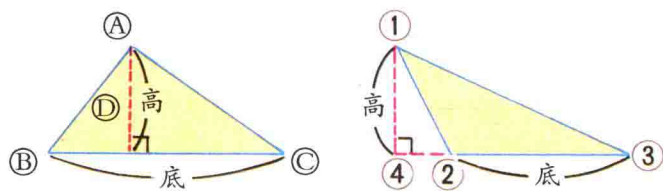
(2) 任何三角形，都可以用以下的公式求出它的面积。

$$\text{三角形的面积} = (\text{底}) \times (\text{高}) \div 2$$

4 三角形和四边形的面积

整理

1 三角形的面积

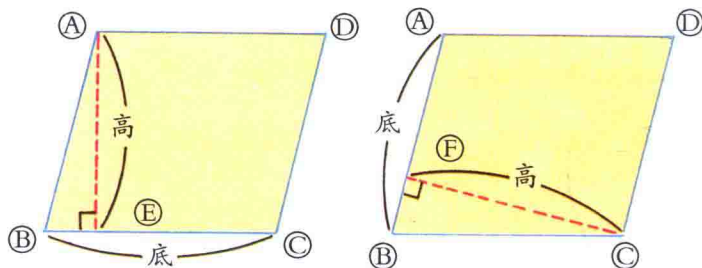


在三角形(A)(B)(C)中,如果把(B)(C)当作底,(A)(D)就是三角形的高。在三角形①②③中,如果把②③当作底,①④就是三角形的高。

$$\text{三角形的面积} = \text{底} \times \text{高} \div 2$$

2 各种四边形的面积

(1) 平行四边形

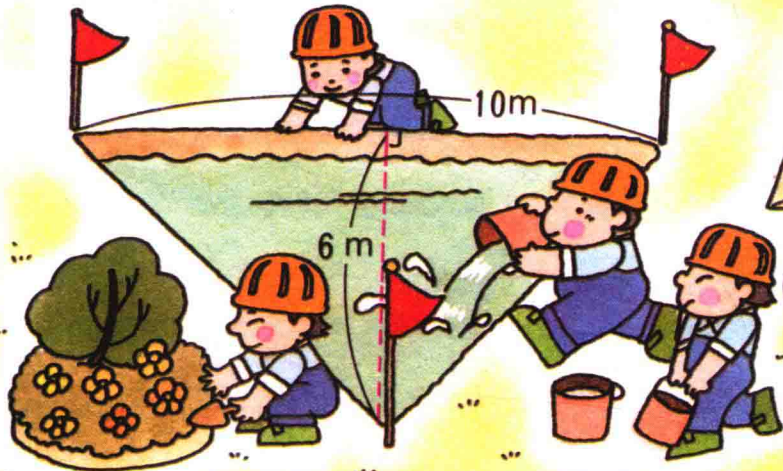


如果把(B)(C)当作底,(A)(E)就是高。如果把(A)(B)当作底,(C)(F)就是高。

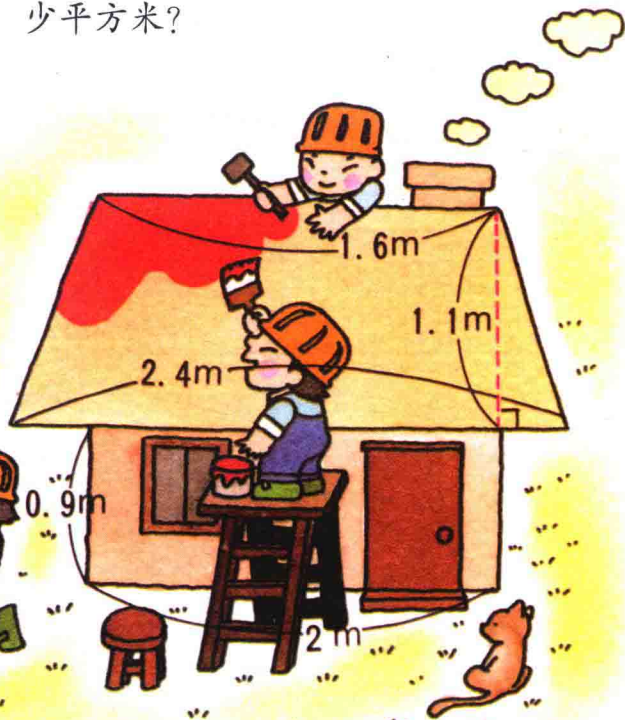
$$\text{平行四边形的面积} = \text{底} \times \text{高}。$$

试试看, 会几题?

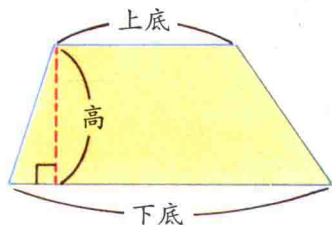
- 1 把3根旗子按照顺序用直线连接起来就得到一个三角形的池塘。这个池塘的面积是多少平方米?



- 2 油漆匠正在油漆房子的外表。房子外表的屋顶面积比墙壁部分的面积大多少平方米?



(2) 梯形



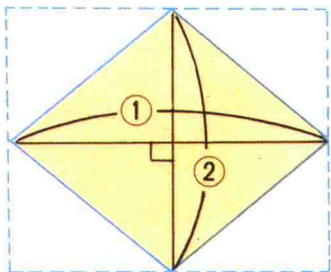
2个全等的梯形可以合成1个平行四边形。

梯形的面积 = (上底 + 下底) × 高 ÷ 2

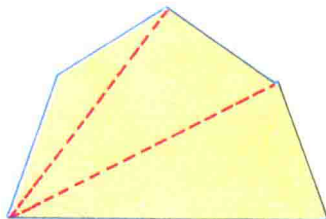
(3) 菱形

菱形的面积可以利用平行四边形的公式求得，此外，还可以用下列的式子求出。

菱形的面积 = 对角线① × 对角线② ÷ 2



3 多边形的面积



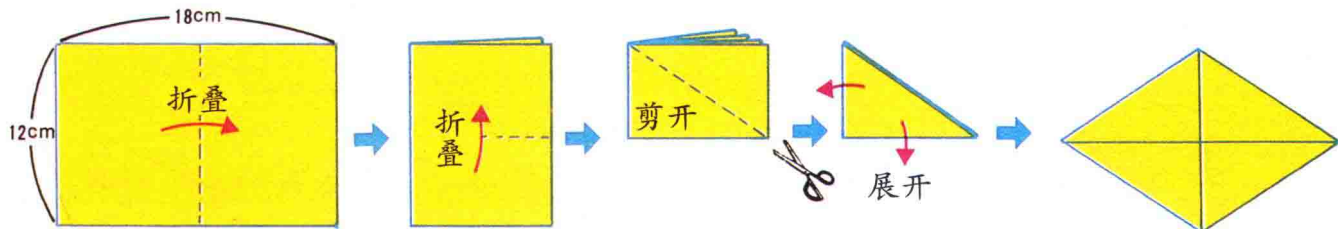
多边形的面积可以由下列方法求得。

(1) 把多边形分割成数个三角形。把多边形的边数减2，就是所能分割的三角形数目。

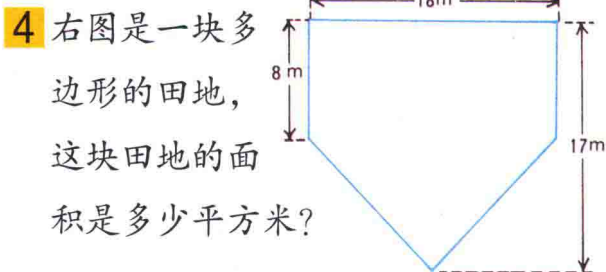
(2) 求出各个三角形的面积。

(3) 求出三角形的面积总和。三角形面积的总和就是多边形的面积。

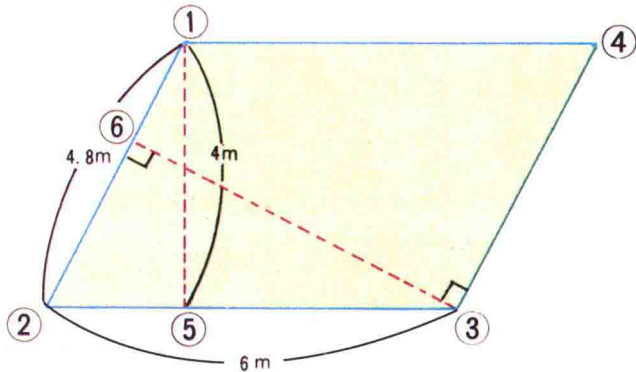
五边形可以分割成3个三角形
5 - 2 = 3



3 把长18厘米、宽12厘米的长方形纸按照上图折叠后裁剪成菱形。这个菱形的面积是多少平方厘米？



5 下图是一块平行四边形的土地。③⑥的长度是多少米？



答：

- ①30m² ②0.4m² ③108cm² ④225m² ⑤5m²

解题训练

间接求面积的应用题

提示

先求出周围3个三角形的面积。

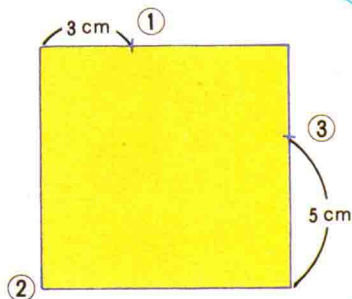
由底与高的比例求面积的比例

提示

由底与高的比例求面积的比例。

1

在边长8厘米的正方形彩纸上取①、②、③3个点。由①、②、③3点连成的三角形面积是多少平方厘米？



解法

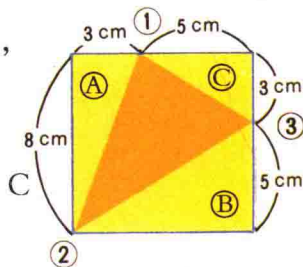
正方形的面积减去周围3个三角形的面积，剩余的面积就是三角形①②③的面积。

①三角形的面积 $\cdot 8 \times 3 \div 2 = 12$ (平方厘米)

②三角形的面积 $\cdot 8 \times 5 \div 2 = 20$ (平方厘米)

③三角形的面积 $\cdot 3 \times 5 \div 2 = 7.5$ (平方厘米)

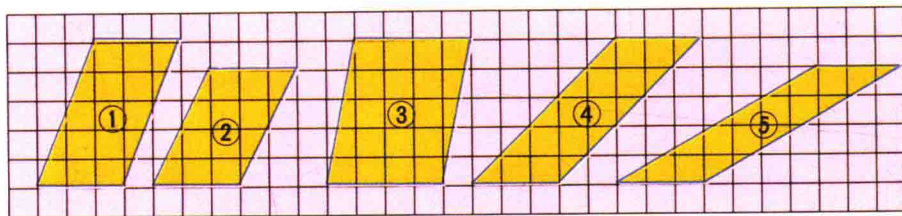
$$8 \times 8 - (12 + 20 + 7.5) = 24.5$$



答：24.5 平方厘米

2

方格纸上画了许多平行四边形，请按照面积的大小顺序把平行四边形的编号写出来。



解法

平行四边形的面积=底 \times 高，如果知道底与高的比例，就能知道面积的比例。

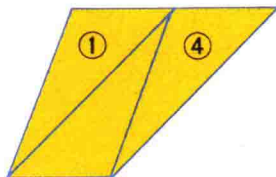
①是 $3 \times 5 = 15$ ，②是 $3 \times 4 = 12$

③是 $4 \times 5 = 20$ ，④是 $3 \times 5 = 15$

⑤是 $3 \times 4 = 12$

答：③、{①和④}、{②和⑤}

①和④的关系：底和高均相等，所以面积也相等。



把梯形分割成三角形再做计算

提示

如果把三角形 $\triangle ABE$ 的 AD 边当作底，梯形的高和三角形的高相等。

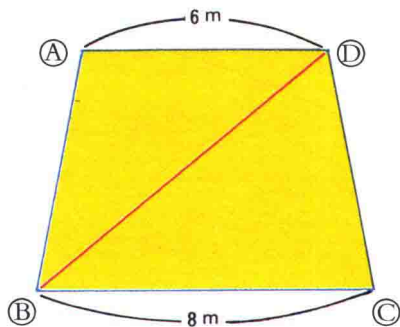
把图形面积平行移动再求解

提示

当把道路移到土地的边上时会成为什么形状？

3

梯形花园 $ABCD$ 的面积是35平方米。利用对角线 BD 把花园分割成2个三角形，并在三角形 ABD 种植郁金香。种植郁金香的土地面积是多少平方米？



解法

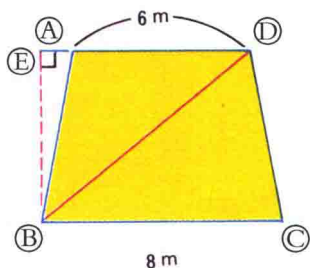
把三角形 ABD 的边 AD 当作底，三角形的高就是 EB 。 EB 也是梯形 $ABCD$ 的高，假设 EB 的长度是 x 米。

$$(6 + 8) \times x \div 2 = 35 \quad x = 5 \text{ (米)}$$

因此三角形 ABD 的面积是

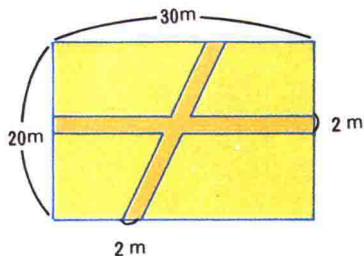
$$6 \times 5 \div 2 = 15$$

答：15平方米



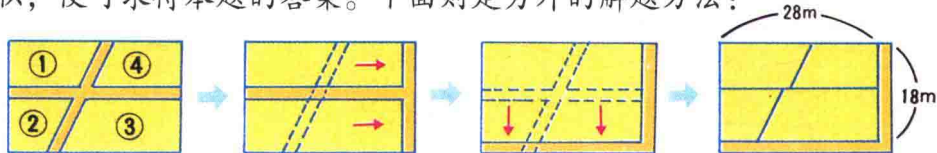
4

右图是长30米、宽20米的长方形土地，土地上有2条道路。道路以外的土地面积是多少平方米？



解法

先求出道路的面积，再从长方形土地的面积中减去道路的面积，便可求得本题的答案。下面则是另外的解题方法：



按照上图把原来的道路移到土地的两边，道路的面积依旧不变。由图可以看出，道路以外的面积可以当作是4块土地的组合。

$$(20 - 2) \times (30 - 2) = 504$$

答：504平方米