HIT

数学·统计学系列

Geometrical Methods in Physics

物理学中的几何方法

冯承天　余扬政　著

哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学·统计学系列

物理学中的几何方法

Geometrical Methods in Physics

冯承天 余扬政 著

大家书系

HITP
哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

本书共二十五章及一个附录:从集合论、群论以及数系讲起一直深入到群表示论、张量分析、拓扑空间、同伦群、流形、李群和李代数、纤维丛、同调论、上同调论、流形上的联络以及黎曼流形等一系列重大的数学物理课题.本书附录以杨氏图为线索论述了在核谱学、基本粒子等物理学科中有应用的对称群和线性群的表示论.

本书可作为数学物理方法的补充教材,也可供数学、物理、力学等学科的大学生、研究生、教师及有关的科研工作者和广大的数学物理爱好者阅读与参考.

图书在版编目(CIP)数据

物理学中的几何方法/冯承天,余扬政著.—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2018.4

ISBN 978-7-5603-6399-8

Ⅰ.①物… Ⅱ.①冯… ②余… Ⅲ.①数学物理方法 Ⅳ.①O411.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 000113 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 杜莹雪 聂兆慈
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 http://hitpress.hit.edu.cn
印 刷 哈尔滨市石桥印务有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 35.25 字数 670 千字
版 次 2018 年 4 月第 1 版 2018 年 4 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-6399-8
定 价 88.00 元

同氣連枝
同胞共哺

陳省身

再版前言

德国天文学家、物理学家、数学家开普勒(Johannes Kepler,1571—1630)说过:“有物质则必有几何.”法国数学家、物理学家、哲学家笛卡儿(René Descartes,1596—1650)也说过:“我的物理学里除了几何学以外,还是几何学.”数学大师陈省身先生(1911—2004)也有相似的论断:几何是物理,物理就是几何.

近代物理的进程雄辩地印证了大师们的这些论断.例如,爱因斯坦的狭义相对论和广义相对论分别以闵可夫斯基几何和黎曼几何为其数学框架,而纤维丛理论则是规范场论的数学背景.本年度的诺贝尔物理奖授予了戴维·索利斯(David J. Thouless)、邓肯·霍尔丹(F. Duncan M. Haldane),以及迈克尔·科斯特利茨(J. Michael Kosterlitz)这三名科学家,以表彰他们在理论上发现了物质的拓扑相和拓扑相,而拓扑学就是几何学的一个分支.

传统的几何理论以及现代微分几何理论广泛地应用于CT扫描、核磁共振、机器人等.全球定位系统(GPS)能在一米或更小的精度下计算出你的汽车的位置是由于计算时必须同时考虑到狭义和广义相对论所带来的修正.

本书就是论述现代微分几何及其在物理科学中的应用的，原书由高等教育出版社以及斯普林格出版社于1998年出版，至今已有十八年了.在此期间它一直作为大学生、研究生以及大学老师们学习物理中的几何方法的一本教科书和参考资料.原书早已绝版，这次由哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室提议重新印刷出版真是“种福之举”.

为此我们对全书进行了全面的审读.除了改正一些印刷错误外，还改写了原书的若干段落，添加了一些内容，使得全书表述得更为清晰.另外还增加了一个附录“Young氏图及其在对称群和典型群表示论中的应用”.这是冯承天在1978年为华中工学院、北京工业大学以及上海师范学院三校联合举办的，由栾德怀，张民生与冯承天主讲的“群论讲习班”撰写的讲义，以后又用作为上海师范大学物理系研究生的群论讲义.考虑到这部分内容对数理学科很有应用价值，而且本书的正文又已为阅读这一内容提供了足够的数学背景知识，所以刊印在此以飨读者.

20世纪七八十年代在数理学界掀起了学习“群论及其应用”以及“近代微分几何及其应用”两股热潮，本书就是由为这些讲习班撰写的教材所积累的资料而写成的.书中各章末列出的各种参考书正是我们主要的参考来源，就数学物理中的微分形式而言，von C Westenholz的*Differential Forms in Mathematical Physics*，North-Holland，1981一书当时是一本重要的参考书.其后，有了两个中译本：《数学物理中的微分形式》，C·V·威斯顿霍尔兹著，叶以同译，北京大学出版社，1990；C·冯·韦斯坦霍尔斯著，蒋正新、陆启韶、路精保译，北京航空航天大学出版社，1989.有兴趣的读者可以在其中找到一些有用的材料.

国内容易找到的参考书还有

1. Theodore Frankel. 物理学家的几何学(The Geometry of Physics)清华大学出版社，2005.

2. E. Bick，F. D. Steffen. 物理学中的拓扑和几何(Topology and Geometry in Physics)，科学出版社，2007.

3. P. Szekers. A Course in Modern Mathematical Physics：Groups，Hilbert Space and Differential Geometry，Cambridge University Press，2004，世界图书出版公司，2011.

另外，还有下列书籍可供进一步的学习和参考：

1. R. Aldrovandi，J. G. Pereira. An Introduction to Geometrical Physics，World Scientific，1995.

2. G. L. Naber. Topology，Geometry，and Gauge Fields，Foundations，Springer，1997，Interaction，Springer，2013.

3. C. J. Isham. Modern Differential Geometry for Physicists, World Scientific,1999.

4. J. Jost. Geometry and Physics,Springer,2009.

5. S. T. Lovett. Differential Geometry of Manifolds, A. K. Peters, Lted, 2010.

6. H. Eschrig. Topology and Geometry for Physics, Springer,2011.

7. P. Rentein. Manifold, Tensors and Forms, An Introduction for Mathematicians and Physicists, Cambridge,2014.

8. J. G. Vargas. Differential Geometry for Physicists and Mathematicians, Moving Frames and Differential Forms, Euclid past Riemann, World Scientific,2014.

最后还有两本好书要推荐：

1. 罗杰·彭罗斯. 通向实在之路——宇宙法则的完全指南. 王文浩译. 湖南科学技术出版社,2008.

2. 丘成桐,史蒂夫·纳迪斯. 大宇之形. 翁秉仁,赵学信译. 湖南科学技术出版社,2012.

读者一定能从中学到许多重要的思想、内容和方法,同时欣赏到数学物理之美.

本书的作者之一,我的好友——厦门大学余扬政教授今年五月因胃出血不止已驾鹤仙去. 我们失去了一位可敬的长者. 余老师生前对教育和教学都极为关心,对本书的重版也反复叮嘱,修订再版本书是对他的最好怀念.

感谢哈尔滨工业大学出版社刘培杰、张永芹等同仁为了重印此书做出的巨大努力,多次改稿,多次打印,特致以衷心的感谢.

冯承天

2016 年 10 月于上海师范大学

前言

物理几何是一家，共同携手到天涯.
黑洞单极穷奥秘，纤维连络织锦霞.
进化方程孤立异，对偶曲率瞬息差.
畴算竟有天人用，拈花一笑欲无言.

—陈省身—

天衣岂无缝，匠心剪接成.
浑然归一体，广邃妙绝伦.
造化爱几何，四力纤维能.
千古寸心事，欧高黎嘉陈.

—杨振宁—

物理学和数学的关系，个中妙谛实非言可尽. 尽管各自有不同的传统和价值判断准则，物理学更依据客观自然，本质上是实验的科学；而数学则更着重于理性思维，有人称之为科学中的艺术. 但是物理学的每一步发展均离不开数学提供武器，数学又从物理学的发展获得了动力和思想. 这种密切的关系正如大数学家陈省身指出的，是“同气连枝，同胞共哺”. 著名

物理学家杨振宁用图来形象地表示这种关系(图 1)①. 陈省身教授后来也给出了另一个图像(图 2)②. 众所周知,几何学是物理学借以发展的最古老的数学分支. 20 世纪最重要的两项理论物理发展——Einstein(爱因斯坦)广义相对论和Yang-Mills(杨一米尔斯)规范场论,令人信服地显示了几何理论对理论物理学发展的重要意义. 正如 20 世纪 50 年代开始,群论逐渐被广大物理工作者所重视一样,越来越多的大学已经意识到物理系的数学课程不能只局限于普通微积分和微分方程的范围内了,从而纷纷开设了近代微分几何方面的课程.

图 1

图 2

本教程就是在此形势下产生的. 20 世纪 70 年代末开始,首先冯承天多次在全国讲习班和研讨会上介绍了近代微分几何及其在物理学中的应用,然后我们分别在上海师范大学和厦门大学物理系对本科高年级学生和研究生开设物理学中的几何方法的课程. 1989 年曾以讲义形式出版. 此书就是在这些讲义和讲稿的基础上几经修改整理而成的. 根据我们教学实践经验,考虑到我国目前课程设置的情况,即使是物理系低年级的研究生,仍缺乏集合、代数、群和张量等方面的基础知识,而这些内容又是学习近代微分几何的基础,且与几何学又是相互关联,彼此渗透的. 所以按照循序渐进,由浅入深的原则,在本书前面一些章节首先介绍这方面知识. 在这个意义上讲,本书也可以作为群论的入门教程. 具体地说,本书共 25 章. 第 1 章介绍了集合论的初步知识,这是数学各领域的基础. 第 2 章讲述了群论基础. 第 3 章引入了代数系和数系的概念. 而第 4 章介绍向量空间的基本知识. 有了这些准备,我们在第 5 章至第 8 章中,以物理学

① Yang C N. Fibre Bundles and the Physics of the Monopole, The Chern Symposium 1979. Springer-Verlag, 1980.

② 陈省身,陈维桓. 微分几何讲义. 北京大学出版社,1983.

中常见的一些连续群为例，介绍了群论.第9章转而介绍张量分析基础，并通过曲线坐标中的张量分析，引入 Riemann(黎曼)几何初步.第10章我们在 $\mathbf{R}^3$ 空间中引入外微分形式，并以实例叙述了它在物理学中的应用.以上十章内容也可以作为物理系本科生数学物理教程的补充.在这些知识的基础上，我们就可以转入近代微分几何的课题了.第11章引入拓扑空间概念，然后在第12和13两章讨论拓扑空间的整体性质——同伦群，接着在第14章中引入了近代微分几何最重要的概念——流形.紧接着第15章介绍流形上的外微分形式，然后我们讨论了流形上群结构和微分结构的复合体——Lie(李)群和Lie(李)代数，这是第16章的内容.上面我们已经提到规范场理论与近代微分几何理论关系非常密切，具体地说，指的是纤维丛，它是研究整体性质和局域性质的有效的数学工具，我们在第17章详细介绍纤维丛的基本理论.大家知道，分析力学在经典力学和量子力学的相互对应中起着关键的作用，在这里就要涉及辛流形，第18章我们就讨论 Hamilton(汉密尔顿)力学的辛结构问题.第19章从具体例子引入了流形上的分布与对偶分布的概念，并叙述了关于分布完全可积性的 Frobenius(弗罗贝尼乌斯)理论及其应用.应该可以说，同调群和 de Rham(德拉姆)上同调群是描述流形大范围整体拓扑性质的最有效的数学工具，我们分别在第20章和第22章中详细地讨论它们.在第21章介绍了流形上的积分理论.涉及流形上的积分，Gauss－Bonnet(高斯一博内)定理占有特殊重要的地位，它建立了流形上局域性质和整体性质的联系.我们在第23章中介绍这方面的内容，在本章中我们还介绍微分流形上有重要意义的函数——Morse(莫尔斯)函数.第24章我们论述了流形上的联络理论，讨论了仿射联络空间和 Riemann 流形.最后作为微分几何方法在物理学中应用的实例，我们在第25章讨论了电动力学，这一章也有独立阅读的价值.

本书是作为物理系本科生和研究生教材而编写的，但也可以作为对理论物理学感兴趣的数学系学生和教师的参考书.我们相信，本书内容对于一般物理学工作者也是有用的.需要强调的是，本书的着眼点是数学在物理学中的应用，并不追求纯数学的严密性，故对于大部分定理或不予证明，或简单地作一些说明.尽管我们力图深入浅出地、直观地论述近代微分几何的知识，但是要较好掌握本书内容，读者应完成书中建议的练习，正如陆游在《冬夜读书示子聿》一首诗中所说的，“纸上得来终觉浅，绝知此事要躬行”，多多动手是唯一途径！

近代微分几何内容丰富多彩，如纤维丛的示性类和 Atiyah－Singer(阿蒂亚一辛格)指标定理等，在理论物理中有着重要的应用，但由于篇幅所限，不能一一介绍.对于要更深入了解物理学中几何方法的读者，我们推荐 T. Eguchi(江口徹)，P. B. Gilkey 和 A. J. Hanson 著：*Gravitation*，*Gauge Theories and Differential Geometry*(Phys. Rep. 66，No. 6，1980，213～393)，侯伯元和侯伯

宇著:《物理学家用的微分几何》(科学出版社,1990)和虞言林著:《指标定理与热定理方法》(上海科学技术出版社,1996).有了本书的知识,这些书就不难掌握了.

最后,要感谢兰州大学段一士教授,复旦大学倪光炯教授,首都师范大学栾德怀教授和南开大学陈天仑教授的关心,也要感谢复旦大学陆全康教授,他仔细地审阅了全书,并提出了一些宝贵意见.还要感谢高等教育出版社的杨再石、陈小平和林金安、赵天夫等同志的热心支持,他们为本书的出版给予了很大的促进和帮助.最后作者深切悼念董素梅女士,她为本书最早以讲义形式出版付出了辛勤的劳动.

由于作者水平有限,经验不足,错误及不妥之处在所难免,诚恳欢迎批评指正.

余扬政　冯承天

1997 年金秋于厦门

目录