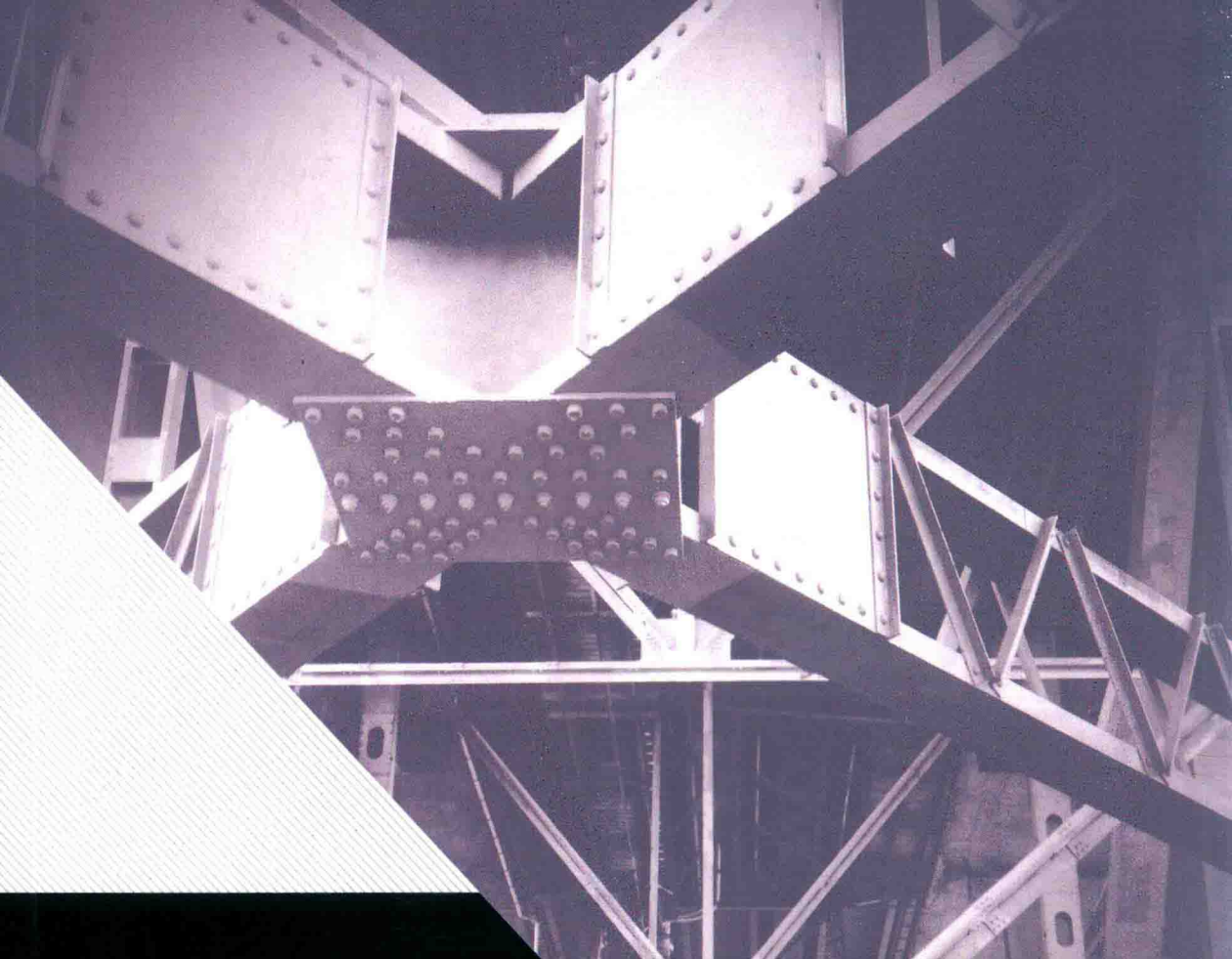




高教版 第二版（修订版）R. 克拉夫, J. 彭津 著

# 结构动力学

## 习题详解

韦忠瑄 万水 孙鹰 刘守生◎ 编著



东南大学出版社  
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

# 结构动力学习题详解

高教版《结构动力学》第二版(修订版)(R. 克拉夫, J. 彭津 著)

韦忠瑄 万 水 孙 鹰 刘守生 编著



东南大学出版社  
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

• 南京 •

## 内 容 提 要

本书是硕士研究生学习结构动力学的辅导材料,可与 R. 克拉夫等著、王光远等译,高等教育出版社出版的《结构动力学》(第二版修订版)配套使用。根据该书阐述的理论、公式和解题方法,用国际标准单位制详细解答了书中所有的 151 道习题。本书旨在能够帮助读者加深对结构动力学理论的理解和在解决实际问题时开阔思路。

读者对象:土木工程、航空航天、船舶工程、汽车工程等方面从事结构振动学习和工作的研究生、大学教师、土木工程技术人员和自学者。

## 图书在版编目(CIP)数据

结构动力学习题详解/韦忠瑄等编著. —南京:  
东南大学出版社,2018.7

ISBN 978-7-5641-7828-4

I. ①结… II. ①韦… III. ①结构动力学—  
研究生—题解 IV. ①O342-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 135740 号

## 结构动力学习题详解

编 著 韦忠瑄 万 水 孙 鹰 刘守生

---

出版发行 东南大学出版社  
社 址 南京市四牌楼 2 号 邮编:210096  
出 版 人 江建中  
责任编辑 丁 丁  
编辑邮箱 d.d.00@163.com  
网 址 <http://www.seupress.com>  
电子邮箱 [press@seupress.com](mailto:press@seupress.com)  
经 销 全国各地新华书店  
印 刷 江苏凤凰数码印务有限公司  
版 次 2018 年 7 月第 1 版  
印 次 2018 年 7 月第 1 次印刷  
开 本 787 mm×1092 mm 1/16  
印 张 13.5  
字 数 312 千  
书 号 ISBN 978-7-5641-7828-4  
定 价 48.00 元

---

本社图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系。电话(传真):025-83791830

# 前 言

Ray W. Clough 和 Joseph Penzien 编著的 *Dynamics of Structures* 和该书的中译本《结构动力学》(王光远等译),自第一版问世至今,国内大部分高等院校和研究单位都以其作为研究生学习结构动力学的基本教材或主要参考书,并广为从事结构振动计算的工程技术人员和从事振动理论研究的科技人员所参考。2006 年 11 月第二版的修订版(高等教育出版社出版)面世以来,已重印 7 次。原著的重要章节都附有习题,而且与正文叙述的内容配合紧密。为了加深对基本原理的理解和提高运用基本原理解决结构动力学问题的能力,解题训练是必不可少的过程。我们详细解答了原著中的全部习题,以供高等院校有关专业的研究生、教师、科研人员和工程技术人员参考。

本习题解的章节编排、习题编号,使用的符号和术语均与中译本相同,但在题解中将原著中各物理量的英制单位转换成国际标准单位,以适应读者的使用习惯。对原著中没有习题的部分章节,补充了相应的习题。题解的叙述方法力求清楚完整,并与原著的理论一致。书中的解题方法不一定是最佳的方法,仅供读者参考。

参与本书编写的有韦忠瑄、万水、孙鹰、刘守生等同志,全书由韦忠瑄整理定稿。限于编者的水平,书中的不足和疏漏之处在所难免,欢迎读者提出批评和改进意见。

编 者

2017 年 12 月

# 目 录

|                     |     |
|---------------------|-----|
| 第 1 章 结构动力学概述 ..... | 001 |
|---------------------|-----|

## 第 I 篇 单自由度体系

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 第 2 章 自由振动分析 .....          | 005 |
| 第 3 章 谐振荷载的反应 .....         | 007 |
| 第 4 章 对周期性荷载的反应 .....       | 013 |
| 第 5 章 对冲击荷载的反应 .....        | 019 |
| 第 6 章 对一般动力荷载的反应——叠加法 ..... | 025 |
| 第 7 章 对一般动力荷载的反应——逐步法 ..... | 032 |
| 第 8 章 广义单自由度体系 .....        | 036 |

## 第 II 篇 多自由度体系

|                                |     |
|--------------------------------|-----|
| 第 9 章 多自由度运动方程的建立 .....        | 051 |
| 第 10 章 结构特性矩阵的计算 .....         | 053 |
| 第 11 章 无阻尼自由振动 .....           | 061 |
| 第 12 章 动力反应分析——叠加法 .....       | 078 |
| 第 13 章 振动分析的矩阵迭代法 .....        | 088 |
| 第 14 章 动力自由度的选择 .....          | 098 |
| 第 15 章 多自由度体系动力反应分析——逐步法 ..... | 102 |
| 第 16 章 运动方程的变分形式 .....         | 104 |

## 第 III 篇 分布参数体系

|                        |     |
|------------------------|-----|
| 第 17 章 运动的偏微分方程 .....  | 117 |
| 第 18 章 无阻尼自由振动分析 ..... | 121 |
| 第 19 章 动力反应分析 .....    | 130 |

## 第Ⅳ篇 随机振动

|        |                     |     |
|--------|---------------------|-----|
| 第 20 章 | 概率论 .....           | 143 |
| 第 21 章 | 随机过程 .....          | 152 |
| 第 22 章 | 线性单自由度体系的随机反应 ..... | 162 |
| 第 23 章 | 线性多自由度体系的随机反应 ..... | 171 |

## 第Ⅴ篇 地震工程

|        |                         |     |
|--------|-------------------------|-----|
| 第 24 章 | 地震学基础 .....             | 183 |
| 第 25 章 | 自由场表面的地面运动 .....        | 185 |
| 第 26 章 | 确定性地震反应:在刚性基础上的体系 ..... | 186 |
| 附录 I   | 单位转换表 .....             | 205 |
| 附录 II  | 勘误表 .....               | 206 |
| 参考文献   | .....                   | 208 |

# 第 1 章 结构动力学概述

## 1-1 简述结构动力学分析的主要目的?

解: 结构动力学分析的主要目的是确定动力荷载作用下结构的内力和变形, 并通过动力分析确定结构的动力特性(位移、应力、挠度等), 为改善工程结构体系在动力环境中的安全性和可靠性提供理论基础。

## 1-2 简述动力荷载的定义和分类?

解: 大小、方向和作用点随时间快速变化, 或在短时间内突然作用或消失的荷载称为动力荷载。

动力荷载的分类: ①确定性(非随机)动力荷载: 荷载随时间的变化规律完全已知。

②非确定性(随机)动力荷载: 荷载随时间的变化规律不完全已知。

## 1-3 动力问题与静力问题分析的主要区别?

解: 动力问题与静力问题分析的主要区别是: ①动力问题随时间变化, 结构问题的解不唯一, 必须建立感兴趣的全部响应的时间历程, 确定响应的极值, 因而计算复杂, 费时间。②动力问题中位移加速度起了很大的作用, 惯性力的影响不得不考虑。

## 1-4 什么是动力自由度?

解: 确定体系中所有质量位置所需的独立坐标数, 称为体系的动力自由度数。

## 1-5 动力分析中结构模型简化的基本方法?

解: 实际结构都是无限自由度体系, 这不仅导致分析困难, 而且从工程角度也没必要。常用简化方法有:

### (1) 集中质量法(堆聚质量)

将实际结构的质量看成(按一定规则)集中在某些几何点上, 除这些点之外物体是无质量的。这样就将无限自由度系统变成有限自由度系统。

### (2) 广义位移法

假定结构的挠曲线形状可用一系列满足边界条件及线性无关且互相正交的位移曲线之和来表示:

$$y(x) = \sum_{i=1}^{\infty} Z_i(t) \Psi_i(x) \quad \text{或} \quad y(x) \approx \sum_{i=1}^n Z_i(t) \Psi_i(x)$$

$\Psi_i(x)$  为形状函数、位移函数、坐标函数;  $Z_i(t)$  为广义坐标。  $Z_i(t)$  的个数就是结构自由度的个数。

$\Psi_i(x)$  满足的条件:

- a. 必须满足结构的几何边界条件和保持内部位移的连续性要求;
- b.  $\Psi_i(x) (i=1, 2, \dots, n)$  线性无关(否则  $Z_i(t)$  不能相互独立);
- c. 正交完备(不一定苛求)。

(3) 有限元法

通过将实际结构离散化为有限个单元的集合,将无限自由度问题转化为有限自由度来解决。

1-6 建立结构运动方程的一般方法?

解: ①利用 d'Alembert 原理的直接平衡法; ②虚位移(虚功)原理; ③变分方法。

## 第 I 篇 单自由度体系



## 第2章 自由振动分析

**2-1** 图 E2-1 所示建筑物的重量  $W$  为 200 kips [889.6 kN], 从位移为 1.2 in [3.048 cm] ( $t = 0$  时) 处突然释放, 使其产生自由振动。如果  $t = 0.64$  s 时往复振动的最大位移为 0.86 in [2.184 cm], 试求

- (a) 侧移刚度  $k$ ;
- (b) 阻尼比  $\xi$ ;
- (c) 阻尼系数  $c$ 。

解:

$$(a) \quad T = 0.6 \text{ s}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{W}{kg}},$$

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 W}{T^2 g} = \frac{4\pi^2 \times 889.6 \times 10^3}{0.64^2 \times 9.807} = 8742.96 \text{ kN/m} [49.94 \text{ kips/in}].$$

$$(b) \quad \ln \frac{v_0}{v_1} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}, \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\ln \frac{v_0}{v_1}}\right)^2 + 1}} = 5.30 \times 10^{-2}$$

$$(c) \quad c = 2\xi m\omega = 2\xi \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{T}\right) \\ = \frac{4 \times 889.6 \times 10^3 \times \pi \times 5.3 \times 10^{-2}}{0.64 \times 9.807} = 94.40 \text{ kN} \cdot \text{s/m} [539.20 \text{ lb} \cdot \text{s/in}]$$

**2-2** 假设图 2-1a 所示结构的质量和刚度为:  $m = 2 \text{ kips} \cdot \text{s}^2/\text{in}$  [ $3.502 \times 10^5 \text{ kg}$ ],  $k = 40 \text{ kips/in}$  [ $7004 \text{ kN/m}$ ]。如果体系在初始条件  $v(0) = 0.7 \text{ in}$  [ $1.778 \text{ cm}$ ]、 $\dot{v}(0) = 5.6 \text{ in/s}$  [ $14.22 \text{ cm/s}$ ] 时产生自由振动, 试求  $t = 1 \text{ s}$  时的位移及速度。假设

- (a)  $c = 0$  (无阻尼体系);
- (b)  $c = 2.8 \text{ kips} \cdot \text{s/in}$  [ $490.28 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ]。

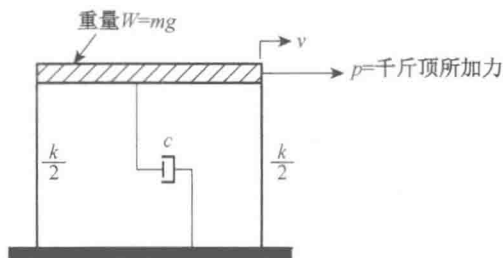


图 E2-1 简单结构的振动试验

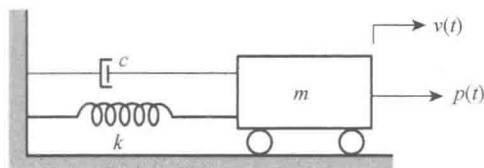


图 2-1(a) 理想化单自由度体系

$$\text{解: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{7\,004 \times 10^3}{3.502 \times 10^5}} = 4.472 \text{ rad/s}$$

$$(a) \quad c = 0, \quad v(t) = v(0)\cos \omega t + \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \sin \omega t$$

$$\dot{v}(t) = -v(0)\omega \sin \omega t + \dot{v}(0)\cos \omega t$$

$$v(1, 0) = 1.778\cos 4.472 + \frac{14.22}{4.472}\sin 4.472 = -3.512 \text{ cm} \quad [-1.383 \text{ in}]$$

$$\dot{v}(1, 0) = -1.778 \times 4.472\sin 4.472 + 14.22\cos 4.472 = 4.337 \text{ cm/s} \quad [1.707 \text{ in/s}]$$

$$(b) \quad c = 2.8 \text{ kips} \cdot \text{s/in} [490.28 \text{ kN} \cdot \text{s/m}]$$

$$\xi = \frac{c}{2m\omega} = \frac{490.28 \times 10^3}{2 \times 3.502 \times 10^5 \times 4.472} = 0.1565 (\text{小阻尼})$$

$$\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2} = 4.472 \sqrt{1 - 0.1565^2} = 4.417 \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} v(t) &= \left[ v(0)\cos \omega_D t + \left( \frac{\dot{v}(0) + v(0)\xi\omega}{\omega_D} \right) \sin \omega_D t \right] e^{-\xi\omega t} \\ &= \left[ 1.778\cos 4.417t + \left( \frac{14.22 + 1.778 \times 0.1565 \times 4.472}{4.417} \right) \sin 4.417t \right] e^{-0.1565 \times 4.472t} \\ &= [1.778\cos 4.417t + 3.501\sin 4.417t] e^{-0.6999t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(t) &= -0.6999v(t) + [-1.778 \times 4.417\sin 4.417t + 3.501 \times 4.417\cos 4.417t] e^{-0.6999t} \\ &= -0.6999v(t) + [-7.853\sin 4.417t + 15.46\cos 4.417t] e^{-0.6999t} \end{aligned}$$

$$v(1, 0) = [1.778\cos 4.417 + 3.501\sin 4.417] e^{-0.6999} = -1.920 \text{ cm} \quad [-0.7654 \text{ in}]$$

$$\begin{aligned} \dot{v}(1, 0) &= -0.6999v(1, 0) + [-7.583\sin 4.417 + 15.46\cos 4.417] e^{-0.6999} \\ &= 2.840 \text{ cm/s} \quad [1.118 \text{ in/s}] \end{aligned}$$

**2-3** 假设图 2-1a 所示结构的质量和刚度为:  $m = 5 \text{ kips} \cdot \text{s}^2/\text{in}$  [ $8.755 \times 10^5 \text{ kg}$ ],  $k = 20 \text{ kips/in}$  [ $3\,502 \text{ kN/m}$ ], 且不考虑阻尼。如果初始条件  $v(0) = 1.8 \text{ in}$  [ $4.572 \text{ cm}$ ], 而  $t = 1.2 \text{ s}$  时的位移仍然为  $1.8 \text{ in}$  [ $4.572 \text{ cm}$ ], 试求

(a)  $t = 2.4 \text{ s}$  时的位移;

(b) 自由震动的振幅  $\rho$ 。

$$\text{解: } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3\,502 \times 10^3}{8.755 \times 10^5}} = 2 \text{ rad/s}$$

$$v(t) = v(0)\cos \omega t + \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \sin \omega t$$

$$v(1, 2) = 4.572\cos(2 \times 1.2) + \frac{\dot{v}(0)}{2}\sin(2 \times 1.2) = 4.572 \text{ cm} \quad [1.8 \text{ in}]$$

$$\dot{v}(0) = \frac{2 \times 4.572 \times (1 - \cos 2.4)}{\sin 2.4} = 23.52 \text{ cm/s} \quad [9.26 \text{ in/s}]$$

$$v(t) = 4.572\cos 2t + 11.76\sin 2t$$

$$v(2, 4) = 4.572\cos(2 \times 2.4) + 11.76\sin(2 \times 2.4) = -11.31 \text{ cm} \quad [-4.455 \text{ in}]$$

$$\rho = \sqrt{\left[ \frac{\dot{v}(0)}{\omega} \right]^2 + v^2(0)} = \sqrt{\left( \frac{23.52}{2} \right)^2 + 4.572^2} = 12.62 \text{ cm} \quad [4.968 \text{ in}]$$

# 第 3 章 谐振荷载的反应

3-1 假定图 2-1a 所示的基本结构无阻尼,并在频率比  $\beta = 0.8$  下承受谐振干扰,试绘出既包含稳态又包括瞬态效应的反应比  $R(t)$  的曲线。计算反应时采用增量  $\bar{\omega}\Delta t = 80^\circ$ , 连续分析 10 个增量。

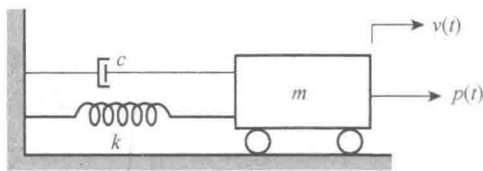


图 2-1(a) 理想化单自由度体系

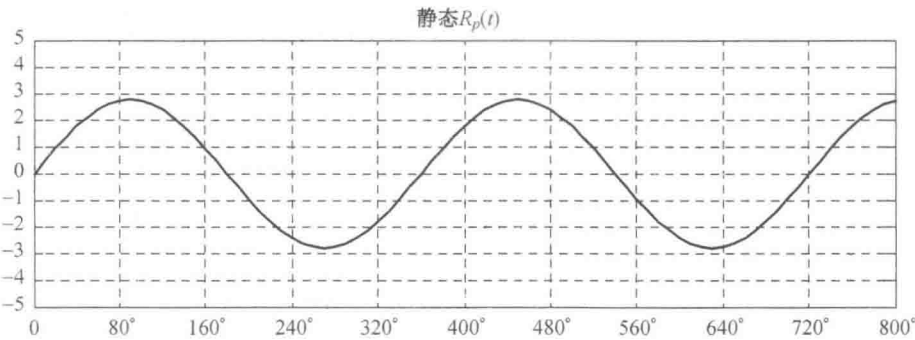
解:

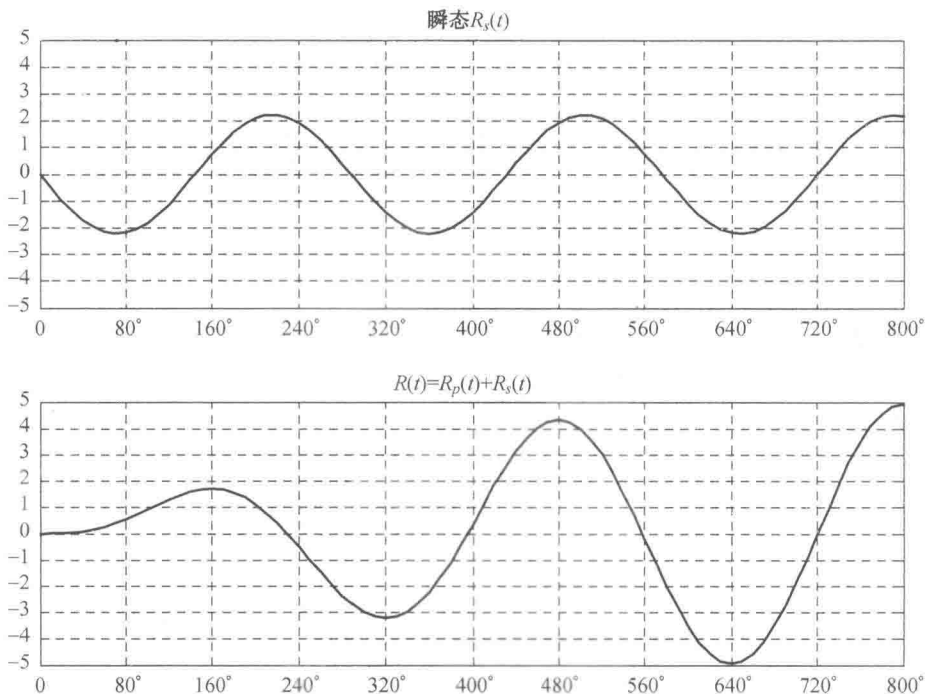
$$R(t) = \frac{1}{1-\beta^2}(\sin \bar{\omega}t - \beta \sin \omega t);$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}; \omega = \frac{\bar{\omega}}{\beta} = \frac{\bar{\omega}}{0.8} = 1.25\bar{\omega}$$

$$R(t) = \frac{1}{1-0.8^2}(\sin \bar{\omega}t - 0.8 \sin 1.25\bar{\omega}t) = 2.778(\sin \bar{\omega}t - 0.8 \sin 1.25\bar{\omega}t)$$

| $\bar{\omega}t$ | 0 | $80^\circ$ | $160^\circ$ | $240^\circ$ | $320^\circ$ | $400^\circ$ | $480^\circ$ | $560^\circ$ | $640^\circ$ | $720^\circ$ | $800^\circ$ |
|-----------------|---|------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $R_p(t)$        | 0 | 2.735 8    | 0.950 1     | -2.405 8    | -1.785 7    | 1.785 7     | 2.405 8     | -0.950 1    | -2.735 8    | 0.000 0     | 2.735 8     |
| $R_s(t)$        | 0 | -2.188 6   | 0.7601      | 1.924 7     | -1.428 5    | -1.428 5    | 1.924 7     | 0.760 1     | -2.188 6    | 0.000 0     | 2.188 6     |
| $R(t)$          | 0 | 0.547 2    | 1.710 2     | -0.481 2    | -3.214 2    | 0.357 1     | 4.330 5     | -0.190 0    | -4.924 4    | 0.000 0     | 4.924 4     |





**3-2** 假定图 2-1a 所示的基本体系具有以下特性:  $m = 2 \text{ kips} \cdot \text{s}^2/\text{in}$  [ $3.502 \times 10^5 \text{ kg}$ ] 和  $k = 20 \text{ kips/in}$  [ $3502 \text{ kN/m}$ ], 如果体系承受从静止条件开始的共振谐振载荷 ( $\bar{\omega} = \omega$ ), 试确定四周后 ( $\bar{\omega}t = 8\pi$ ) 反应比  $R(t)$  的值。假设:

- (a)  $c = 0$  [用式 (3-38)];
- (b)  $c = 0.5 \text{ kips} \cdot \text{s/in}$  [ $87.55 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ] [用式 (3-37)];
- (c)  $c = 2.0 \text{ kips} \cdot \text{s/in}$  [ $3.502 \times 10^5 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ] [用式 (3-37)]。

解:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{3502 \times 10^3}{3.502 \times 10^5}} = 3.162 \text{ rad/s}$$

(a)  $c = 0$

$$R(t) \cong \frac{1}{2}(\sin \omega t - \omega t \cos \omega t) \quad (3-38)$$

$$R(t) \big|_{\omega t=8\pi} \cong \frac{1}{2}[\sin(8\pi) - 8\pi \cos(8\pi)]$$

$$= -4\pi = -12.566$$

(b)  $c = 0.5 \text{ kips} \cdot \text{s/in}$  [ $87.55 \text{ kN} \cdot \text{s/m}$ ]

$$R(t) \cong \frac{1}{2\xi}[(e^{-\xi\omega t} - 1)\cos \omega t + \xi e^{-\xi\omega t} \sin \omega t] \quad (3-37)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega} = \frac{87.55 \times 10^3}{2 \times 3.502 \times 10^5 \times 3.162} = 0.0395$$

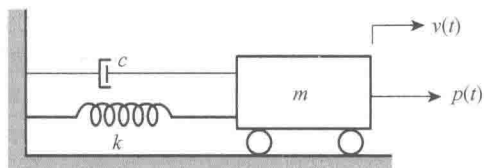


图 2-1(a) 理想化单自由度体系

$$R(t) \big|_{\omega t=8\pi} \cong \frac{1}{2 \times 0.0395} [(e^{-0.0395 \times 8\pi} - 1) \cos(8\pi) + 0.0395 e^{-0.0395 \times 8\pi} \sin(8\pi)] \\ = -7.468$$

$$(c) \ c = 2.0 \text{ kips} \cdot \text{s/in} [3.502 \times 10^5 \text{ kN} \cdot \text{s/m}]$$

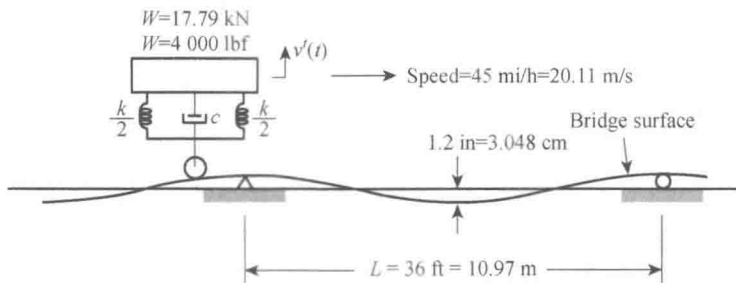
$$R(t) \cong \frac{1}{2\xi} [(e^{-\xi\omega t} - 1) \cos \omega t + \xi e^{-\xi\omega t} \sin \omega t] \quad (3-37)$$

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega} = \frac{350.2 \times 10^3}{2 \times 3.502 \times 10^5 \times 3.162} = 0.1581$$

$$R(t) \big|_{\omega t=8\pi} \cong \frac{1}{2 \times 0.1581} [(e^{-0.1581 \times 8\pi} - 1) \cos(8\pi) + 0.1581 e^{-0.1581 \times 8\pi} \sin(8\pi)] \\ = -2.603$$

3-3 除假定梁跨度减小到  $L = 36 \text{ ft} [10.97 \text{ m}]$  外, 车辆和桥梁结构都和例题 E3-2 一样, 试确定:

- (a) 车辆的速度为多少时将在车辆弹簧体系内产生共振;
- (b) 在共振时竖向运动的总振幅  $v_{\max}^f$ ;
- (c) 在速度为  $45 \text{ mi/h} [20.11 \text{ m/s}]$  时, 竖向运动的总振幅  $v_{\max}^f$ 。



$$\text{解: (a) } k = \frac{100 \text{ lbf}}{0.08 \text{ in}} = \frac{444.8 \text{ N}}{2.032 \times 10^{-3} \text{ m}} = 218.90 \text{ kN/m} [1.250 \text{ lb/in}]$$

$$\omega = \bar{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{kg}{W}} = \sqrt{\frac{218.90 \times 10^3 \times 9.807}{17.79 \times 10^3}} = 10.99 \text{ rad/s}$$

$$\bar{T} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}}; \bar{T} = \frac{L}{V}$$

$$V = \frac{L}{\bar{T}} = \frac{L\bar{\omega}}{2\pi} = \frac{10.97 \times 10.99}{2\pi} = 19.19 \text{ m/s} [755.51 \text{ in/s}]$$

$$(b) \ \xi = 0.4; \beta = 1$$

$$v_{\max}^f = v_{g0} D \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} = v_{g0} \left[ \frac{1 + (2\xi\beta)^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{注: 书中式(3-47)})$$

$$= v_{g0} \left[ \frac{1 + 4\xi^2}{4\xi^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 3.048 \left[ \frac{1 + 4 \times 0.4^2}{4 \times 0.4^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 4.879 \text{ cm} [1.921 \text{ in}]$$

$$(c) \ \bar{T} = \frac{2\pi}{\bar{\omega}}; \bar{T} = \frac{L}{V};$$

$$\bar{\omega} = \frac{2\pi V}{L} = \frac{2\pi \times 20.11}{10.97} = 11.52 \text{ rad/s}$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \frac{11.52}{10.99} = 1.048$$

$$v_{\max}^t = v_{g0} D \sqrt{1 + (2\xi\beta)^2} = v_{g0} \left[ \frac{1 + (2\xi\beta)^2}{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{注: 书中式(3-47)})$$

$$= 3.048 \left[ \frac{1 + 4 \times (0.4 \times 1.048)^2}{(1 - 1.048^2)^2 + (2 \times 0.4 \times 1.048)^2} \right]^{\frac{1}{2}} = 4.724 \text{ cm} [1.860 \text{ in}]$$

**3-4** 一个安装有精密仪器的支架放置在实验室的地板上,而地板以 20 Hz 的频率做竖向振动,振幅为 0.03 in[0.076 2 cm]。如果支架的重量为 800 lbf[3 558.4 N],试确定为使支架的竖向运动振幅减小到 0.005 in[0.012 7 cm] 所需隔振系统的刚度。

解: 假设  $\xi = 0$

$$TR = \frac{v_{\max}^t}{v_{g0}} = \frac{1}{\beta^2 - 1} \quad (\text{当 } \beta > \sqrt{2} \text{ 时})$$

$$TR = \frac{v_{\max}^t}{v_{g0}} = \frac{0.0127}{0.0762} = \frac{1}{6}; \beta = \sqrt{\frac{1 + TR}{TR}} = \sqrt{7} = 2.646$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \bar{\omega} \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi f \sqrt{\frac{W}{kg}} = 2\pi \times 20 \times \sqrt{\frac{3558.4}{9.807k}} = 2.646$$

$$k = 818.39 \text{ kN/m} [4.674 \text{ kips/in}]$$

**3-5** 一个重 6 500 lbf[28 912 N] 的筛分机,当满载运行时,将在其支承上产生 12 Hz, 700 lbf[3 113.6 N] 的谐振力。当把机器安装在弹簧式隔振器上后,作用于支承上的谐振力幅值减小到 50 lbf[222.4 N]。试确定隔振装置的弹簧刚度  $k$ 。

解: 假设  $\xi = 0$

$$TR = \frac{v_{\max}^t}{v_{g0}} = \frac{1}{\beta^2 - 1} \quad (\text{当 } \beta > \sqrt{2} \text{ 时})$$

$$TR = \frac{f_{\max}}{p_0} = \frac{222.4}{3113.6} = 0.0714; \beta = \sqrt{\frac{1 + TR}{TR}} = 3.873$$

$$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega} = \bar{\omega} \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi f \sqrt{\frac{W}{kg}} = 2\pi \times 12 \times \sqrt{\frac{28912}{9.807k}} = 3.873$$

$$k = 1117.30 \text{ kN/m} [6.381 \text{ kips/in}]$$

**3-6** 图 P3-1a 所示的结构可理想化为图 P3-1b 所示的等效体系。为了确定这个数学模型的  $c$  和  $k$  值,按图 P3-1c 对混凝土柱子进行了谐振荷载试验,当试验频率为  $\bar{\omega} = 10 \text{ rad/s}$  时,得到如图 P3-1d 所示的力-变位(滞变)曲线,根据这些数据:

- 确定刚度  $k$ ;
- 假定为粘滞阻尼机理,试确定名义粘滞阻尼比  $\xi$  和阻尼系数  $c$ ;
- 假定为滞变阻尼机理,试确定名义滞变阻尼系数  $\zeta$ 。

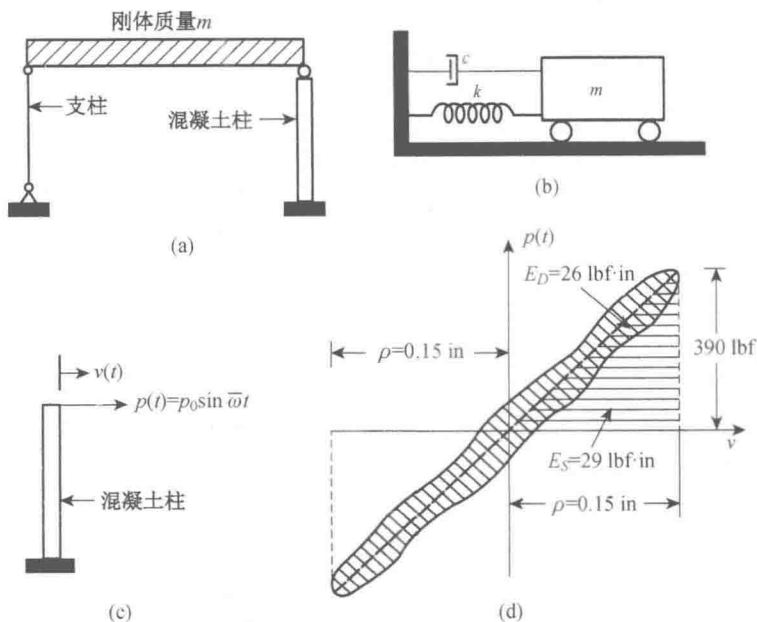


图 P3-1

解:  $E_S = 29 \text{ lb} \cdot \text{in} = 3,277 \text{ N} \cdot \text{m}$

$E_D = 26 \text{ lb} \cdot \text{in} = 2,938 \text{ N} \cdot \text{m}$

$$(a) E_S = \frac{1}{2} k \rho^2$$

$$k = \frac{2E_S}{\rho^2} = \frac{2 \times 3,277}{0.381^2 \times 10^{-4}} \\ = 451.50 \text{ kN/m} [2,578 \text{ kips/in}]$$

$$(b) E_D = 2\pi \xi m \omega^2 \rho^2 = 4\pi \xi E_S$$

$$\xi = \frac{E_D}{4\pi E_S} = \frac{2,938}{4\pi \times 3,277} = 0.0713$$

$$c = \xi c_c = \xi \times 2m\omega = \xi \times 2 \frac{k}{\omega} \\ = 0.0713 \times 2 \times \frac{451.50 \times 10^3}{10} = 6438.39 \text{ N} \cdot \text{s/m} [36.77 \text{ lb} \cdot \text{s/in}]$$

$$(c) \zeta = \pi \xi = \pi \times 0.0713 = 0.2240$$

3-7 用频率  $\bar{\omega} = 20 \text{ rad/s}$  重做习题 3-6 中的试验,并假设所得到的力-变位曲线(图 P3-1d) 不变,在这种情况下:

(a) 试确定名义粘滞阻尼值  $\xi$  和  $c$ ;

(b) 试确定名义滞变阻尼系数  $\zeta$ ;

(c) 根据这两次实验( $\bar{\omega} = 10 \text{ rad/s}$  和  $\bar{\omega} = 20 \text{ rad/s}$ ),试问用哪种阻尼机理显得更合理——粘滞阻尼还是滞变阻尼?