

[挪] 埃斯彭·戈德尔·豪格 (Espen Gaarder Haug) ◎ 著

上海证券交易所产品创新中心 ◎ 译



上海证券交易所金融创新文库

丛书主编：黄红元

期权定价公式 完全指南

(第二版)

THE COMPLETE GUIDE TO OPTION
PRICING FORMULAS, *Second Edition*

[挪] 埃斯彭·戈德尔·豪格 (Espen Gaarder Haug) ◎ 著

上海证券交易所产品创新中心 ◎ 译

期权定价公式 (第二版) 完全指南

THE COMPLETE GUIDE TO OPTION
PRICING FORMULAS, *Second Edition*

格致出版社  上海人民出版社



图书在版编目(CIP)数据

期权定价公式完全指南:第二版/(挪)埃斯彭·戈德尔·豪格著;上海证券交易所产品创新中心译.——上海:格致出版社;上海人民出版社,2018.9
(上海证券交易所金融创新文库)
ISBN 978-7-5432-2859-7

I. ①期… II. ①埃… ②上… III. ①期权定价-指南 IV. ①F830.95-62

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 068411 号

责任编辑 程筠函

装帧设计 人马艺术设计·储平

上海证券交易所金融创新文库

期权定价公式完全指南(第二版)

[挪]埃斯彭·戈德尔·豪格 著

上海证券交易所产品创新中心 译

出 版 格致出版社
上海人民出版社
(200001 上海福建中路 193 号)
发 行 上海人民出版社发行中心
印 刷 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 27.5
插 页 2
字 数 659,000
版 次 2018 年 9 月第 1 版
印 次 2018 年 9 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5432-2859-7/F·1105
定 价 98.00 元

总序

岁月如流，白驹过隙，中国的改革开放已历经四十载，让这片承载了五千年沧桑的黄土地焕发出了新时代的光彩。2018年的博鳌亚洲论坛上，习主席强调：“变革创新是推动人类社会向前发展的根本动力。谁排斥变革，谁拒绝创新，谁就会落后于时代，谁就会被历史淘汰。”

当前，全球地缘政治悄然变化，世界似乎正重返现实主义，虽然全球化让世界紧密相依，但不和谐的因素也时有出现。在这一双重背景下，大国之间的竞争已经不仅局限于军事和政治领域，更扩展到了经济特别是货币金融领域。资本市场作为市场经济中的核心要素市场，在提高资源配置效率、促进产业升级与技术进步方面，具有不可替代的重要作用，由是亦构成国家综合竞争优势的关键环节。

“不日新者必日退。”资本市场四百余年的发展历史告诉我们，变革和创新是其中两条最华丽的主线，在大国发展的过程中发挥了重要的战略支撑作用。

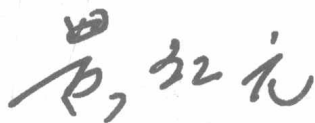
证券交易所作为证券集中交易场所，同时承担着市场组织和交易监管职能，是资本市场的核心机构，在推动市场创新方面具备独有的优势与无可推卸的责任。环顾全球证券交易所行业的发展与变革，凡成功者均顺应了行业发展与市场需要及时推陈出新，树立了交易所创新的多种范式。英美市场是产品创新的代表，以英国为例，英国拥有全球最大的国际债券发行与交易市场、外国股票交易最密集的证券市场、最大的场外衍生品市场，同时也是最大的外汇交易中心、保险业中心和基金管理中心。德国是组织创新的典范，率先在全球范围内整合交易所业务链，业务范围打通现货、衍生品、场外交易等多个市场和前中后台整个交易产业链，实现了市场效率的显著提升。近年来，交易所行业更是进入了加速演化与创新的大变革时代，交易所间兼并收购、合纵连横频频见诸报端，而对于区块链等新兴技术领域，交易所行业也是较早关注和投入的群体之一。

从国际经验看,金融创新的最终目标主要包括两个方面:一是提升金融服务实体经济功能的能力和效率,如优先股、可转债等在内的各种融资型金融工具主要服务于这类目标;二是强化风险管理的有效性和市场运行的稳健性,各种基于金融工程原理的投资和风险管理工具的创新主要服务于这个目标。能否实现这两个目标,实际上也是检验一切金融创新是否成功的基本标准。过去几年来,上海证券交易所在党中央、国务院的关怀下,在中国证监会党委的坚强领导下,秉持“至诚至公、全球融通”的文化价值观和“高效、透明、稳健、服务、进取、奉献”的监管服务理念,紧密围绕金融创新的两个核心目标,在股票、债券、衍生品、基金四个市场和国际化方面不断开拓进取,取得了一系列创新成果。在股票市场,实施“新蓝筹”市场服务行动,倡导并践行创根问底式信息披露监管,不断探索运用新技术实施科技监管。在债券市场,开展各类债券业务试点与创新,落地了可交换公司债、交易所熊猫债、社会责任债、PPP项目资产证券化、项目收益债、创新创业公司可转换债等多种新产品并稳步推进,同时推出债券质押式协议回购与债券借贷等业务,丰富和完善了债券市场产品与业务体系。在衍生品市场,于2015年2月9日推出了我国首只场内期权产品——上证50ETF期权,标志着上交所从传统现货交易所向综合型交易所迈出了实质性的一步。在基金市场,围绕“一所连百业,一市跨全球”的战略发展目标,成功推出国内首只黄金ETF、债券ETF、货币ETF、行业ETF、跨境ETF、跨市场ETF和实时申赎型货币基金等七大类基金创新产品,场内基金产品线布局基本完成;率先推出基金流动性服务商和“T+0”交易机制,市场效率和流动性显著提升。在推进四个市场协调发展的同时,上交所在国际化方面也取得了较好成绩。2014年11月17日,沪港股票市场交易互联互通机制试点(沪港通)正式推出,成为中国资本市场迈向全球的新起点。2015年,上海证券交易所与中金所、法兰克福交易所共同组建中欧国际交易所,建立离岸人民币产品交易市场。如今,连接上海与伦敦市场的“沪伦通”也正在紧锣密鼓地筹备之中。

经过28年的发展,上海证券交易所已步入全球主要交易所行列,市场规模与成交量均位居世界前列。但和成熟资本市场相比,我们仍存在一定差距。习总书记在总结2015年股市异常波动的原因时明确指出,“资本市场发展不成熟是一个重要原因”,具体表现在“不成熟的交易者、不完备的交易制度、不完善的市场体系、不适应的监管制度”四个方面。为弥补市场短板,促进我国资本市场向成熟迈进,本着“服务实体经济、服务投资大众、服务发展大局”的愿景,我们将紧密围绕落实一线监管主体责任、服务实体经济转型升级、防范化解市场风险、持续推进国际化发展、提高科技监管水平等重点工作,多管齐下,努力将上交所建设成为技术领先、运行高效、结构完整、品种齐全、功能完备、市场透明、监管有效、具有国际影响力的世界领先交易所。

“他山之石，可以为错。”积极借鉴国外经验，加强学习与研究，同时及时总结自身实践经验，是克服“本领恐慌意识”、推动市场创新发展的有效途径。为此，我们组织出版了这套“上海证券交易所金融创新文库”丛书。丛书首批著作共七本，内容主要集中于产品与交易机制创新，形式上有著有译。其中，《期权工程：高级期权策略自修讲义》由上交所专业团队撰写，适合具备中级水平的期权投资者自修；《尾部风险对冲：在波动市场中创造稳健的证券投资组合》《大师谈衍生品模型》《期权定价公式完全指南（第二版）》《市场设计手册》《交易与交易所》《期权交易：隐藏的真实世界》等均为译作，这几本书在国际市场认可度高、权威性强，相信对我国市场有较好的借鉴意义。

“不畏浮云遮望眼，只缘身在最高层。”我们希望，这套丛书的出版，能够加快我国金融创新专业人才的培育，推动我国资本市场的不断成熟和创新，进一步满足新经济发展的需求。

A handwritten signature in black ink, reading '陈弘彬' (Chen Hongbin), written in a cursive style.

上海证券交易所理事长

前言

有人收集邮票,也有人收集硬币、火柴盒、蝴蝶甚至汽车。而我则收集期权定价公式。你面前的这本书便是这一收藏的副本。与汽车不同,期权定价公式是易于同他人分享的。倘若在学术界与实务界没有乐于在各类刊物中分享学识的各路优秀研究者,那么像这样的收藏便无从谈起。

集邮爱好者通常会以某种体系来归集他们的收藏——邮票的发行年代、来自哪个国家等。我也将我收藏的期权定价公式以类似的方式加以组织。每个公式都给出了参考文献及其首次出版时间。^①除少数特例之外,我还为每个期权定价公式附带了数值案例或价值表。如此应该能方便读者理解各类期权定价模型,且对那些需要验证自己关于某一期权定价公式的程序实现的人来说,也具有参考价值。

为更好地说明期权定价公式的应用与实现,我也提供了其中若干公式的程序代码示例。同时提供了其中大部分公式的三维图表来说明期权价值及各类风险参数。若对这些电脑代码与本书其他内容加以配合使用,期权定价在你看来想必也不再是一个暗箱了。本书与其他期权定价教科书的不同之处在于,我尝试将补充内容分散依附于全书框架之上。引入这些内容是为了阐明期权定价公式实现及应用的精髓。这将使找出你所需的公式变动更为简便和有效——无论是要敲定一笔数百万美元的合约(并免遭敲竹杠),还是看看是否已经有人解决了你为某些奇异期权定价的问题。

本书的目的并非作为期权定价理论的一本教科书,而是作为那些熟悉基础金融理论人士的参考书。然而,如果你觉得期权定价公式的集合仅对理论家有使用价值的话,那就错了。这一集合所包含的并非是期权定价公式的冗长推论,^②而是期权定价的精华所在。华尔街的顶级精英以及全世界各金融中心的交易员们每天都会用到这些公式中的绝大部分。本书对宽客、量化交易员、金融工程师、修读期权定价理论课程的学生以及任何其他从事金融期权相关工作的人来说,都是理想的辅助。

本书源自我在挪威银行、纽约化学银行、挪威 TEMPUS 金融工程、Paloma Partners、不凋之花顾

① 已尽我所能进行罗列,但总归会有所遗漏。

② 若你想要了解全部细节,可参考标出的原作出处。

问公司和摩根大通银行等公司多年的期权交易经历及衍生品方面的研究。多年来,我收集了所有碰到的期权估值手段。我收集的相关文章和书籍每年都会有所增加。为了在能够总览各类期权定价模型的同时省却携带成堆书籍纸张的麻烦,我决定将最核心的期权定价公式编辑成册——于是便有了这本《期权定价公式完全指南》。

像期权市场这样日新月异、爆发性增长的金融市场实属罕见。新产品持续不断地涌现。除少数特例外,我选取了那些可供实践者使用的期权定价模型。在这样一个选集中,错误就显得尤其具有破坏性。为最大限度减少输入错误,我做了大量的努力。希望发现任何错误的读者都能够告诉我,以便在后续版本中加以更正。读者可以在 www.espenhaug.com 这个网站上找到我的电子邮箱地址。

在这样一个集合中,符号的定义自然也是相当重要的。我尝试参照当代文献对符号进行定义。目前,期权定价理论的符号使用还远未标准化。希望“符号表”在你使用本书时将有所帮助。



致谢

不少朋友在提升本书质量和完成度方面提供了帮助。感谢提供讨论、建议和帮助的以下诸位：Alexander Adamchuk, Ferdinando Ametrano, Grant Armstrong, Rainer Baule, Hans-Peter Bermin, Petter Bjerksund, Jeremy Bradley, Aaron Brown, Christine Brown, Don Chance, Tony Corso, Daniel Duffy, Christopher W.Edge, Steinar Ekern, Stein Eric Fleten, Stein Frydenberg, Teniel Gordon, Jørgen Haug, Alex Huang, Cho H.Hui, P.Kearney, Marisa Khan, Simon Launonen, Morten Lindeman, Lisa Majmin, Kristian Miltersen, Maurizio Mondello, Hicham Mouline, Michael Ross, Fabrice Douglas Rouah, Gunnar Stensland, Erik Stettler, Svein Stokke, Robert Thoren, Jürgen Topper, Igor Tsatskis, Dan Tudball, Thijs van den Berg, Nico van der Wijst, Tobias Voigt, Sjur Westgaard, Zvi Wiener, W², Yuxing Yan, 以及 Wilmott 论坛上优秀的各位。

特别感谢以下为第二版提供大量资讯的各位：David Bates, Jørgen Haug, Alireza Javaheri, Alan Lewis, William Margrabe, Silvan Mayer, Paul Wilmott 和 Graeme West。同时，感谢 Bruno Dupire, Emanuel Derman, Nephse Guah, Nassim Taleb 和 Peter Carr, 我在与他们的富有成效的讨论中得到了灵感。

我还要感谢那些从本书第一版就参与其中,并不断为我交易和学术工作提供启发的衍生品行业同仁, Paloma Partners 的金牌创始团队 Lauren Rose, Dr. Wu, Todor Delev, Stan Metelits (the Wizard), Patrick Morris Suzuki, Tom Ku, Robert Jones, Nicolas Maounis。在纽约摩根大通, 我有幸作为一个交易员在团队的上一个巅峰期加入了这一当时最成功的自营交易“梦之队”：Alex Gurevich, Ali Feroze, Andy Fell, Boutros Klink, Dean Williams, Even Berntsen, Gabriel Sod-Hoffs, Gregg Parr, John Stevenson, Joseph Choi, Lucky Sunder, Richard Tchenberdjian, Nanette Yang, Vinay Pande 和 Vee Lung Phan。也要感谢其他所有帮助过我的人。

与麦格劳-希尔公司各位的合作也相当愉快。特别要感谢 Stephen Isaacs 和 Kevin Thornton, 他们提供了许多有用的建议和帮助。

享受这个期权公式与交易的世界吧, 不论市况好坏, 最有力的公式必将站在你那边!



第二版有什么新内容？

如果阅读过第一版,你大概会想知道第二版有哪些新的内容。甚至在第一版发布之前,我就开始着手第二版的工作了。一开始,我的计划只是进行些许改进并增加几个公式。但这些年来,新公式和改进频频出现。正如你将看到的,第二版包含的信息和公式是第一版的两倍多。事实上,编写第二版涉及的工作比编写第一版还要多。特别是第二版更全面地覆盖了期权希腊字母(期权敏感度)各方面,而第一版对此仅像其他期权教科书那样做了简单的涉及。你会发现第二版远超领域内任何已出版的刊物,在这一主题上走得更远。我在第二版中新加入的奇异期权及衍生品的数量超乎想象。且举几例:幂期权、幂指数期权、对数期权、重置期权、Margrabe 障碍期权、双障碍二元期权、二重双障碍期权。本书也包含对随机波动率模型、方差及波动率互换、广义跳跃扩散模型、偏度—峰度模型以及其他非标准模型、产品的描述和实现。

至于数值方法方面,我加入了大量关于树状模型应用的内容——例如如何对大量不同的复杂奇异期权进行定价。第二版还涉及了有限差分法和蒙特卡洛模拟,并包含了很多计算波动率和风险参数的新公式及其实现。



符号表

以下列表按照字母顺序排列,并以非拉丁符号结尾。

A	时间转换期权的积累量
b	持有成本费率(即利息成本加上任何附加成本)。在所有公式中,它都是连续复利的
BSM	第 1 章介绍的广义布莱克—斯科尔斯—默顿公式
c	欧式认购期权价格
C	美式认购期权价格
c_{BSM}	用广义布莱克—斯科尔斯—默顿公式计算的认购期权价值
CEV	常方差弹性模型
CRR	第 7 章介绍的考克斯—罗斯—鲁宾斯坦二叉树
d	一个二叉树或三叉树中标的资产的下跌幅度
D	现金股利
E	某一货币的即期汇率
f	衍生品价值(例如,一份期权)
F	远期价格或期货价格
GBM	几何布朗运动
H	障碍(仅用于障碍期权)
K	预定现金回报
L	障碍期权下界
$M(a, b; \rho)$	第 13 章介绍的二元累积正态分布函数
n	网格模型或树状模型中的时间步数
$n(x)$	第 13 章介绍的标准正态密度函数
$N(x)$	第 13 章介绍的累积正态分布函数
ρ_{BSM}	以广义布莱克—斯科尔斯—默顿公式计算的认沽期权价值
ρ	欧式认沽期权的价格;网格模型或树状模型中的上涨概率

P	美式认沽期权价格,也被用于债券价格
PDE	偏微分方程
q	标的资产的瞬时比率分红回报率;隐含二叉树模型中的下跌概率
Q	资产定量
r	无风险利率。一般来说,这是一个连续复利利率。第 11 章的 Black-Derman-Toy 模型及利率相关部分是一个例外
r_f	无风险外汇利率
S	标的资产价格
T	以年为单位的期权或其他衍生证券的到期期限
u	一个二叉树或二叉树中资产的上漲幅度
U	障碍期权上界
w	欧式期权价值
W	美式期权价值
X	期权的行权价
y	债券或掉期的利率
γ	跳跃—扩散模型中跳跃对总波动率的解释百分比
Γ	期权的 Gamma
δ	离散股息率
Δ	期权的 Delta
Δt	树状模型中的时间步长
θ	均值回归水平
Θ	期权的 Theta
κ	均值回归的速度(“重力”)
λ	隐含树模型中的阿罗—德布鲁价格 跳跃—扩散模型中的年预期跳跃数量
Λ	普通欧式期权的弹性(针对标的资产每百分点变动的期权百分比敏感度)
μ	标的资产的漂移(也用于其他上下文语境)
ξ	多数随机波动率模型中波动率的波动率
π	常数 $\pi \approx 3.141\ 592\ 653\ 59$
ρ	相关系数
σ	标的资产相对价格变动的波动率
Φ	期权的 Phi

Contents

目 录

1 布莱克—斯科尔斯—默顿公式	1
1.1 布莱克—斯科尔斯—默顿	1
1.2 平价与对称关系	7
1.3 在布莱克—斯科尔斯—默顿模型之前	10
附录:布莱克—斯科尔斯—默顿 PDE	12
2 布莱克—斯科尔斯—默顿希腊字母	16
2.1 Delta 风险	16
2.2 Gamma	30
2.3 Vega	40
2.4 不同希腊字母的方差	50
2.5 波动率—时间希腊字母	51
2.6 希腊字母 Theta	52
2.7 希腊字母 Rho	55
2.8 概率的希腊字母	61
2.9 希腊字母的相加	65
2.10 远期平值期权估计	67
2.11 希腊字母的数值	68
2.12 闭式近似解与希腊字母	72
附录:求偏导数	72
3 美式期权的解析公式	77
3.1 Barone-Adesi-Whaley 近似算法	77
3.2 Bjerksund-Stensland(1993)近似算法	81
3.3 Bjerksund-Stensland(2002)近似算法	83
3.4 美式认沽—认购期权转换公式	87
3.5 美式永久期权	87

4 单一资产奇异期权	89
4.1 乘数可变的购买期权	89
4.2 高管股票期权	91
4.3 在值状态期权	92
4.4 幂合约和幂期权	93
4.5 对数合约	96
4.6 远期开始期权	98
4.7 淡入期权	99
4.8 棘轮期权	100
4.9 行权价可重置期权——第一类	101
4.10 行权价可重置期权——第二类	102
4.11 时间转换期权	103
4.12 选择者期权	104
4.13 复合期权	108
4.14 可展期期权	112
4.15 回望期权	116
4.16 镜像期权	123
4.17 障碍期权	124
4.18 障碍期权对称性	138
4.19 二元期权	143
4.20 亚式期权	150
5 双资产奇异期权	168
5.1 相对绩效差异期权	168
5.2 乘积期权	169
5.3 双资产相关性期权	170
5.4 资产互换期权	171
5.5 美式资产互换期权	172
5.6 复合互换期权	173
5.7 双风险资产最大值期权或者最小值期权	175
5.8 价差期权近似值	177
5.9 双资产障碍期权	178
5.10 部分期限双资产障碍期权	180
5.11 Margrabe 障碍期权	181
5.12 离散障碍期权	183
5.13 双资产现金或无价值期权	184
5.14 最佳或最差现金或无价值期权	185
5.15 双资产平均值最小值或最大值期权	186
5.16 货币转换期权	188
5.17 双资产期权的希腊字母	192

6 布莱克—斯科尔斯—默顿的校准和替代	194
6.1 考虑延迟结算的 BSM 模型	194
6.2 考虑交易日波动率的 BSM 调整模型	195
6.3 离散对冲	196
6.4 趋势市场中的期权定价	199
6.5 可替代性随机方法	201
6.6 恒定方差弹性	201
6.7 偏度—峰度模型	203
6.8 Pascal 分布和期权定价	210
6.9 跳跃—扩散模型	211
6.10 随机波动率模型	215
6.11 方差和波动率互换	225
6.12 更多信息	231
7 二叉树和有限差分法	232
7.1 二叉树期权定价	232
7.2 二叉树模型的偏度和峰度	247
7.3 二叉树模型	248
7.4 奇异期权的树状模型	252
7.5 三维的二叉树模型	261
7.6 隐含树状模型	265
7.7 有限差分法	277
8 蒙特卡洛模拟	285
8.1 标准蒙特卡洛模拟	285
8.2 均值回归的蒙特卡洛	293
8.3 生成伪随机数	294
8.4 方差缩减技术	295
8.5 美式期权的蒙特卡洛	300
9 支付离散股息的股票期权	303
9.1 离散现金股息的股票欧式期权	304
9.2 非重组树	307
9.3 支付已知股息的认购股票期权的布莱克定价方法	309
9.4 Roll-Geske-Whaley 模型	310
9.5 支付离散现金股息的基准模型	312
9.6 支付离散股息率的股票期权	321
10 商品和能源期权	326
10.1 能源互换/远期	326
10.2 能源期权	328
10.3 Miltersen-Schwartz 模型	333

10.4	均值回归模型	335
10.5	季节性	336
11	利率衍生品	337
11.1	远期利率协议和货币市场工具	337
11.2	简单债券数学	340
11.3	使用 Black-76 为利率期权定价	342
11.4	单因子期限结构模型	351
12	波动率和相关性	362
12.1	历史波动率	362
12.2	隐含波动率	369
12.3	资产价格的置信区间	374
12.4	一篮子波动率	375
12.5	历史相关性	375
12.6	隐含相关性	377
12.7	各类公式	378
13	分布	380
13.1	累积正态分布函数	380
13.2	逆累积正态分布函数	383
13.3	二元正态密度函数	384
13.4	三元累积正态分布函数	389
14	一些实用的公式	397
14.1	插值	397
14.2	利率	400
14.3	风险回报测度	403
	参考文献	407
	译后记	420

布莱克—斯科尔斯—默顿公式

本章的第一部分将涵盖布莱克—斯科尔斯—默顿(BSM)公式及它的相关公式。在本章的最后一个部分,我们将快速地回顾一下 BSM 模型的几个最重要的先驱模型。

即使我们考虑了所有其他的科学学科,BSM 公式和二叉树公式仍轻易成为运用最广泛的概率模型/工具。毫不夸张地说,成千上万的人们,包括交易员、做市商、销售人员等在一天内都会多次使用期权定价公式。几乎没有什么领域能够像期权和衍生品业务那样显著地扩张。在这一章中,我们来看看基础期权公式的不同形式。1997 年,迈伦·斯科尔斯(Myron Scholes)和罗伯特·默顿(Robert Merton)被授予诺贝尔经济学奖。不幸的是,费舍尔·布莱克(Fischer Black)在能够获得诺贝尔经济学奖前,已于 1995 年因癌症而逝世。

值得一提的是,迈伦·斯科尔斯和罗伯特·默顿并不是因为期权定价公式本身而获得诺贝尔经济学奖(公式实际上早就被发现了),而是因为他们推导该公式的方法——复制资产、连续动态 Delta 对冲,以及使公式相容于资本资产定价模型(CAPM)。不幸的是,连续动态复制假设远不够稳健。在运用期权公式时,交易员之间普遍流行依赖期权之间的对冲,关于这个话题具体可见 Higgins(1902)、Nelson(1904)、Mello 和 Neuhaus(1998)、Derman 和 Taleb(2005),以及 Haug(2006)。不管如何,本书将关注期权定价公式本身,而不过多关注其中的推导。

1.1 布莱克—斯科尔斯—默顿

在此呈现的是布莱克—斯科尔斯—默顿(BSM)公式的各种版本。本节中所有公式的推导都基于标的资产 S 服从几何布朗运动。

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz$$

其中, μ 是标的资产的预期瞬时收益率, σ 是标的资产收益率的波动率, dz 是一个维纳过程。

1.1.1 布莱克—斯科尔斯—默顿

由布莱克和斯科尔斯(Black and Scholes, 1973)推导出的公式可以被用于到期前不分红