

 新视野电子电气科技丛书



Emulation for Signal Processing

信号处理仿真实验

◎ 许 可 万建伟 王 玲 编著



清华大学出版社

 新视野电子电气科技丛书

Emulation for Signal Processing

信号处理仿真实验

◎许 可 万建伟 王 玲



清华大学出版社
北京

内 容 简 介

本书分为两篇:算法篇主要介绍信号分析与处理的基础理论和算法,包括信号处理仿真实验的基础知识、离散信号与系统、数字滤波器的设计、功率谱估计以及自适应滤波器;案例篇主要介绍三大类共14个信号处理的工程案例,这些案例都不局限于验证某个知识点,而是尽可能地以实际应用为背景,兼顾信号处理的完整流程。

本书可作为高等院校电子信息类研究生和高年级本科生信号处理实验教材,也可供相关技术人员参考。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

信号处理仿真实验/许可,万建伟,王玲编著. —北京:清华大学出版社,2018

(新视野电子电气科技丛书)

ISBN 978-7-302-50726-0

I. ①信… II. ①许… ②万… ③王… III. ①信号处理—系统仿真—实验 IV. ①TN911.7-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 172306 号

责任编辑:文 怡

封面设计:台禹微

责任校对:焦丽丽

责任印制:丛怀宇

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

课件下载: <http://www.tup.com.cn>, 010-62795954

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:14.5

字 数:350千字

版 次:2018年12月第1版

印 次:2018年12月第1次印刷

定 价:49.00元

产品编号:072051-01

FOREWORD

本书主要在《信号处理仿真技术》(国防科技大学出版社,2008年3月第1版)的基础上进行改写。与原版相比,新版的改进主要在以下四个方面:

第一,将本书分为算法篇和案例篇两部分。算法篇主要介绍信号处理仿真实验的基础理论、基本方法和常用算法;案例篇以实际应用为背景,介绍完整的信号处理流程,并比较和探讨不同算法的应用。

第二,对原版的主要内容进行了合并和精简。算法篇不再介绍 MATLAB 的一些基本操作,将算法部分精简为信号处理仿真实验基础、离散信号与系统、数字滤波器的设计、功率谱估计和自适应滤波这5章。

第三,对原版的实验部分进行了提升和扩充。案例篇不再介绍信号的表示、运算、卷积、傅里叶变换等基本操作,而是以具体的工程应用为背景,介绍了三大类共14个独立的信号处理案例。

第四,算法篇中补充了若干课外知识点。主要对一些容易混淆或不易理解的信号处理知识点进行了专门的讲解(如四种傅里叶变换的关系,补零位置对频谱估计的影响),同时还介绍了一些 MATLAB 的实用工具(如随机数的产生、FDATool 和 SPTool)。

正如原版指出的,信号处理是信息与通信工程学科中的一个重要研究领域,它的理论基础涉及众多学科,其成果为通信、航空航天、雷达、声呐、地震勘探、生物医学等应用领域的发展起着加速器的作用。随着信息科学的飞速发展,信号处理的理论也得到了迅速的发展,新理论和新算法层出不穷。对应用系统的分析和仿真不再限于理想模型,而是要充分考虑各种实际因素,提高系统的鲁棒性,对系统的性能作出科学评估,要求信号处理的理论和应用结合得更加紧密。

本书的出发点是信号处理的理论和算法,落脚点是各种实际应用,而连接理论和应用这二者的桥梁就是信号处理仿真实验,即力图用计算机仿真的方式对实际系统进行建模和逼近,并反过来改进各种信号处理算法。

本书的信号处理仿真实验大多以 MATLAB 为软件仿真平台,这是因为 MATLAB 功能强大,交互性好,集成度高,易于上手,是目前最流行的仿真软件之一。尤其是 MATLAB 集成了很多信号处理的工具箱,为各个子函数给出了非常丰富的演示范例,其帮助文档也非常规范和完善,这使得利用 MATLAB 验证各种信号处理算法非常方便和高效,我们可以把大部分精力都用在信号处理算法本身,而不会过于陷入编程调试的细节之中。

本书共分算法篇和案例篇两大部分,算法篇共5章,其内容安排如下。

第1章主要介绍信号处理仿真实验的基础,包括数字信号处理的概述、确定性信号与系统的基础,以及随机信号处理的基础,最后给出两个课外知识点:介绍随机数的产生,以及单位冲激和单位脉冲的区别和联系。

第2章主要介绍离散信号与系统,包括信号的采样与重建、离散时间傅里叶变换(DTFT)、离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT),最后给出两个课外知识点:归纳和比较四种形式的傅里叶变换,以及补零位置对频谱估计的影响。

第3章主要介绍数字滤波器的设计,包括无限冲激响应(IIR)滤波器的基本概念和设计,完全滤波器设计,有限冲激响应(FIR)滤波器的基本概念和设计,并对IIR滤波器和FIR滤波器的特点和应用进行比较,最后给出一个课外知识点:利用MATLAB自带的FDATool工具设计数字滤波器。

第4章主要介绍功率谱估计,包括功率谱估计方法的分类,常见的功率谱估计方法(间接法、直接法(周期图法)、改进的周期图法以及一些其他方法),最后给出两个课外知识点:通过短时傅里叶变换法(STFT)估计功率谱,以及利用MATLAB自带的SPTool工具估计功率谱。

第5章主要介绍自适应滤波器,包括自适应滤波器的基本原理、最小均方误差(LMS)自适应滤波器、递归最小二乘(RLS)自适应滤波器,以及自适应滤波器的一些应用。

本书的案例篇一共给出了14个信号处理案例,这些案例可以划分为以下三大类:

第一类案例介绍信号处理的一些基本知识点,包括周期信号的分解与合成(案例1)、测试滤波器的幅频特性(案例2)、利用离散傅里叶变换区分两个单频信号(案例3)、产生特定功率谱的随机数(案例4)、基于自适应滤波的系统辨识(案例5)。

第二类案例介绍一维信号处理的仿真实验,主要应用背景为声信号处理和雷达信号处理,包括基于DTW的阿拉伯数字语音识别(案例6)、用MATLAB演奏音乐(案例7)、电话拨号音仿真(案例8)、听拨号音识别号码(案例9)、卡尔曼滤波在机动目标跟踪中的应用(案例10)。

第三类案例介绍二维信号处理的仿真实验,主要应用背景为图像信号处理,包括数字图像直方图均衡(案例11)、基于图像模式识别的多元假设检验(案例12)、汽车号牌自动识别(案例13)、手写数字的智能识别(案例14)。

总的来说,本书有如下特点:

(1) 本书不局限于数字信号处理算法的仿真,而是推广到随机信号分析与处理、统计信号处理、自适应信号处理等领域。本书中所有信号处理仿真的理论和应用,不仅研究了确定性信号,更探讨了信号的统计特性,即着重考虑传输噪声、概率密度、均方误差性能等实际因素。

(2) 本书兼顾了信号处理理论和计算机仿真二者的平衡。本书不是一本信号处理教材,因此许多重要的知识点和理论都是直接给出结论或原理框图,省略了详细的推导过程;本书也不是一本MATLAB的学习手册,因此也没有给出MATLAB的安装、设置和基本操作等内容。对于信号处理的理论以及MATLAB的基础知识,本书都给出若干参考文献和资料。

(3) 本书专门给出了案例篇。每个案例都有明确的应用背景,给出完整的信号处理流程,包括信号的采样、处理、反馈和输出等过程。给出案例的基本原理、实现框图、MATLAB

源代码等,可操作性强,并对实验结果进行分析和比较。本书的所有案例都不是为了介绍一个独立的知识点,而是诸多知识点的综合应用。

(4) 每个具体应用都提出多个实现方法。对于每个案例而言,一般都通过多个算法来实现,并给出每个算法的参考文献,客观比较不同算法的性能和优劣,便于学有余力的学生进行思考和改进。

(5) 在正文中尽量给出案例实现的 MATLAB 源代码。给出完整的源代码,主要目的是帮助读者尽快验证本书的结论,提高学习兴趣,让读者学会举一反三,对本书提供的源代码进行适当的修改就可以很快用于新的领域或研究之中。这样做归根到底是为了让读者把精力用在信号处理算法本身,而不过分纠缠于代码编写过程。对于那些篇幅较大的 MATLAB 源代码,本书正文中仅给出实现的原理框图,完整的代码可扫描随书二维码获得。

还需要说明的是,运行正文中的 MATLAB 源代码,得到的结果不一定和书上的图例完全一致,不同之处主要在于线条的颜色和线型等。一个原因是 MATLAB 的版本不同,得到的图示结果就会有细微差别(本书的结果大部分都是基于 MATLAB 2008 版本得到的),还有一个重要原因是本书的编程习惯。本书给出的源代码中,一般都是采用最简单的绘图命令,对于线条的颜色(color)、线型(line style)、标记(marker)等,倾向于在运行得到的图例(figure)上面直接修改(Tools→Edit Plot)。这样可以做到“即改即看,即看即改”,不用掌握太多的绘图命令,最终目的还是把精力用于算法本身,而不是编程。

本书可作为高等院校电子信息类专业研究生实验教材,也可作为高年级本科生学习信号处理课程以及本科毕业设计的教学参考书,亦可供信号处理领域工程技术人员参考。

本书采纳了许多同行优秀教材中的经典例子,以及多届选课研究生的宝贵建议。本书的部分案例和参考代码,还得益于许多新闻报道、论坛跟帖、个人网站、微信公众号等丰富的互联网资源。

博士研究生陈沛铂、敖宇、嵯江浩,以及硕士研究生张一帆、徐亚波、熊正大、连梓旭、葛浪、张立文、钟丹梅等参与了程序编写和验证、教材图形和文字整理工作,在此一并表示感谢。教材编写过程中,清华大学出版社编辑与作者进行了大量的沟通,并提出了许多宝贵建议,在此表示诚挚的谢意。

由于信号处理理论和应用日新月异,加之作者本身学识有限,书中难免有错误和疏漏之处,恳请广大读者和各位专家不吝赐教,电子邮箱为 xuke@nudt.edu.cn。



作者

于长沙·国防科技大学

2018年8月

目录

CONTENTS

算 法 篇

第 1 章 信号处理仿真实验基础 3

1.1 概述 3

1.1.1 数字信号处理的基本概念 3

1.1.2 数字信号处理的特点 4

1.1.3 数字信号处理的一般形式 5

1.2 信号与系统基础 6

1.2.1 连续时间系统的时域分析 6

1.2.2 傅里叶变换 8

1.2.3 拉普拉斯变换 11

1.3 随机信号处理基础 13

1.3.1 典型随机变量的概率密度 13

1.3.2 随机过程的统计描述与估计 16

1.3.3 随机过程的功率谱密度 21

1.4 课外知识点: 随机数的产生 22

1.5 课外知识点: 单位冲激和单位脉冲 25

1.6 参考文献 27

第 2 章 离散信号与系统 29

2.1 基本概念 29

2.2 信号的采样与重建 32

2.3 离散时间傅里叶变换 38

2.4 离散傅里叶变换 39

2.5 快速傅里叶变换 41

2.6 课外知识点: 几种形式的傅里叶变换 45

2.7 课外知识点: 补零位置对频谱估计的影响 48

2.8 参考文献 52

第 3 章 数字滤波器的设计 54

3.1 IIR 滤波器基本概念 54

3.2 IIR 滤波器的设计 56

3.2.1 模拟原型滤波器设计 57

3.2.2 频率变换 62

3.2.3 滤波器离散化 66

3.3 完全滤波器的设计 73

3.4 FIR 滤波器基本概念 76

3.5 FIR 滤波器的设计 79

3.5.1 窗函数设计法 79

3.5.2 频率采样设计法 85

3.6 IIR 和 FIR 滤波器的比较 92

3.7 课外知识点: 滤波器设计与分析工具 FDATool 93

3.8 参考文献 98

第 4 章 功率谱估计 100

4.1 概述 100

4.2 间接法(BT 法) 101

4.3 直接法(周期图法) 102

4.4 改进的周期图法	102	案例 2 测试滤波器的幅频特性	147
4.4.1 Bartlett 法	102	案例 3 利用离散傅里叶变换区分	
4.4.2 加窗 Bartlett 法	104	两个单频信号	156
4.4.3 Welch 法	106	案例 4 产生特定功率谱的随机数 ...	161
4.5 其他谱估计方法	107	案例 5 基于自适应滤波的系统辨识 ...	166
4.5.1 多窗口法	107	案例 6 基于 DTW 的阿拉伯数字	
4.5.2 最大熵估计法	109	语音识别	170
4.6 短时傅里叶变换	111	案例 7 用 MATLAB 演奏音乐	174
4.7 课外知识点: 信号处理		案例 8 电话拨号音仿真	181
工具 SPTool	116	案例 9 听拨号音识别号码	185
4.8 参考文献	120	案例 10 卡尔曼滤波在机动目标	
第 5 章 自适应滤波	122	跟踪中的应用	194
5.1 自适应滤波基本原理	122	案例 11 数字图像直方图均衡	199
5.2 最小均方误差自适应滤波 ...	123	案例 12 基于图像模式识别的多元	
5.3 递归最小二乘自适应滤波 ...	124	假设检验	203
5.4 自适应滤波器的应用	125	案例 13 汽车号牌自动识别	209
5.4.1 自适应干扰抵消	125	案例 14 手写数字的智能识别	217
5.4.2 自适应预测	128		
5.4.3 自适应信号分离器	130		
5.4.4 自适应图像去噪	133		
5.4.5 自适应信道均衡	134		
5.5 参考文献	135		
案 例 篇			
案例 1 周期信号的分解与合成	139		

算 法 篇

信号处理仿真实验基础

1.1 概述

将现实世界映射到计算机世界就是建模与仿真的过程^[1,2]。建模主要研究实际系统与数学模型之间的对应关系,目的是用更加准确、简便的模型对现实世界进行逼近;仿真主要研究如何利用计算机程序对数学模型进行检验和改进,目的是帮助我们更好地认识和理解客观世界。建模与仿真的关系如图 1.1 所示。

本书主要介绍信号处理仿真的各种概念和方法,即对连续信号(实际系统)进行采样后的处理。通过对这些离散的、有限长的信号样本进行处理和分析,力图认识和改进实际系统。

目前比较流行的仿真软件包括 MATLAB、Mathematica、LabVIEW、Maple 等,以及在工程实践中常用到的 VC(微软公司的 Visual C++)、CCS(Code Composer Studio,美国 TI 公司的 DSP 开发软件)、Visual DSP(美国 AD 公司的 DSP 开发软件)等。本书主要介绍基于 MATALB 的各种信号处理仿真技术。

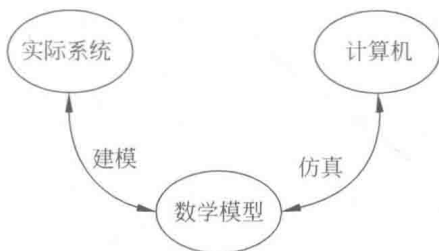


图 1.1 建模与仿真的关系

1.1.1 数字信号处理的基本概念

20 世纪 60 年代以来,数字信号处理是随着信息科学和计算机科学的高速发展而迅速发展起来的一门新兴学科。它将信号变换成数字或符号表示的序列,然后通过计算机或专用数字信号处理设备,用数值计算的方式处理这些序列。它可以对信号进行滤波、变换、估计、识别、谱分析等。处理的目的是估计信号的特征参数,也可以是把信号变换成更符合人们要求的形式。

时域离散线性时不变系统理论和离散傅里叶变换是数字信号处理的理论基础。数字滤波器和数字谱分析是数字信号处理的核心。数字滤波器从系统上可分为无限长单位脉冲响应(IIR)数字滤波器和有限长单位脉冲响应(FIR)数字滤波器两大类;在内容上,包括滤波

器的数值逼近问题、综合问题和硬件或计算机软件宏观实现问题。频谱分析是研究信号特征、信号处理的重要内容。高效的快速离散傅里叶变换(FFT)算法的出现^[3],对促进数字信号处理的发展起着决定性的作用,它不仅用于实际谱分析技术,还可用于实现 FIR 数字滤波器。

数字信号处理的核心是用数学术语来描述信号处理算法,而硬件和软件是信号处理算法实现的支撑环境,算法、硬件和软件这三者的结合就构成了数字信号处理系统。

数字信号处理的主要对象是数字信号,采用运算的方法达到处理目的,因此其实现方法不同于模拟信号的实现方法,基本上可以分成两种实现方法,即软件实现和硬件实现。软件实现指的是按照设计好的原理和算法,自己编写程序或者采用现成的程序在通用计算机上实现;硬件实现指的是按照具体的要求和算法,设计硬件结构图,用乘法器、加法器、延时器、控制器、存储器以及输入输出接口部件实现的一种方法。显然,前者灵活,只要改变程序中的参数就可以达到设计目的,但是运算速度慢,一般达不到实时处理要求,因此这种方法适合于科研和教学;后者运算速度快,可以达到实时处理要求,但是不灵活。

用单片机实现的方法可以称为软硬结合。现在单片机发展很快,功能也很强,配以数字信号处理软件,既灵活,速度又比软件方法快,这种方法适用于数字控制等。采用专用的数字信号处理芯片(DSP 芯片)是目前发展最快、应用最广的一种方法。因为 DSP 芯片较之单片机有更为突出的优点,它结合了数字信号处理的特点,内部配有乘法器和累加器,结构上采用了流水线工作方式以及并行结构、多总线,且配有适合数字信号处理的指令,是一类可实现高速运算的微处理器。目前各种功能、各种配置的 DSP 芯片正在高速发展,其速度快、体积小,性能优良,价格也在不断下降。可以说,用 DSP 芯片实现数字信号处理,已经成为工程技术领域中的主要方法。

1.1.2 数字信号处理的特点

由于数字信号处理的直接对象是数字信号,处理的方式是数值运算的方式,使它相对模拟信号处理具有许多优点,归纳起来有以下几点。

1. 可重编程能力

数字域: DSP 可以非常快地完成编程和再编程过程,同样的硬件可以完成不同的任务,系统调试方便,开发周期短, DSP 的灵活性使得产品升级换代变得非常容易。

模拟域: 模拟系统是为某一具体应用设计的,因此不具备灵活性。为了完成“再编程”的过程,必须重新配置整个系统。

2. 稳定性

数字域: DSP 对系统工作的环境和器件的容差不敏感,温度的漂移、器件的容差和使用时间对 DSP 系统不会造成影响,只要在规定的工作范围内和器件的寿命期内,不同的环境温度和经过长时间的运行, DSP 系统的性能仍然保持不变。

模拟域: 温度对模拟器件的影响非常大,模拟器件(如电阻、电容等)的工作性能随温度的不同而发生变化;同时,随着时间的推移,器件会不断老化,其性能指标也会逐步下降。

3. 可预测性、可重复性

数字域: 可重复性是数字器件的内在本质。因此,可以很容易地对 DSP 系统进行模拟,这样可以大大缩短开发时间,而且一般来讲,只要设计符合指标的要求,所有的产品都将具有同样的性能。

模拟域：由于模拟器件所给出的性能指标都有一个容许的范围，不同器件的性能是有所差别的，因此，即使是由同一设计做出的不同单元，其性能指标也或多或少的有差异。

4. 精度

数字域：通过控制字长、定点或浮点格式等，系统的精度需求可以得到很好的控制。

模拟域：由于噪声是所有器件所固有的，模拟系统的信噪比非常有限。同时，由于模拟器件的差异性，模拟信号处理系统的精度很难控制。

5. 数据存储和传输

数字域：非常容易存储，且不会造成系统退化或使系统失去灵活性。

模拟域：在模拟域存储数据是非常困难的，且往往以牺牲系统的灵活性为代价。

6. 其他特点

(1) 处理过程/算法的复杂性：DSP 系统允许实现非常复杂的算法和处理过程，如自适应滤波等。

(2) 检错/纠错：DSP 系统可以很容易地对传输数据进行检错和纠错。

(3) 特殊功能：DSP 系统可以实现那些在模拟域显得非常昂贵或不现实的特殊函数，如非线性函数，线性相位滤波，二维滤波，电视系统中的画中画、多画面、各种视频特技等，同样地，只有 DSP 才能实现无失真的数据压缩。

(4) 费用：随着 VLSI 技术的不断发展，DSP 系统的集成度也在不断提高。因此，在一般的应用场合，采用 DSP 系统性价比更高。

正是由于以上的优点，数字信号处理的理论和技术一出现就受到人们的极大关注，经过几十年的发展，这门学科已基本形成了一套完整的理论体系，其中包括各种快速的和优化的算法。随着各种电子技术及计算机技术的飞速发展，数字信号处理的理论和技术还在不断丰富和完善，新的理论和技术层出不穷。可以说，数字信号处理是应用最快、成效最显著的学科之一，是目前各种高新技术和重大工程的强力基础，目前已广泛应用在语音、雷达、声呐、地震、图像、通信、控制、生物医学、遥感遥测、地质勘探、航空航天、故障检测、自动化仪表等领域。

1.1.3 数字信号处理的一般形式

图 1.2 给出了数字信号处理系统的一般形式，模拟输入信号经过放大和防混叠低通滤波后，送到模/数(A/D)转换器转换成数字信号，再将数字信号送到 DSP 中进行必需的算法处理，待处理完成后，可根据任务需要将处理结果转换成模拟信号，同时，数/模(D/A)转换器的输出还须经过防镜像滤波和放大后才能得到最终所要求的模拟输出信号。

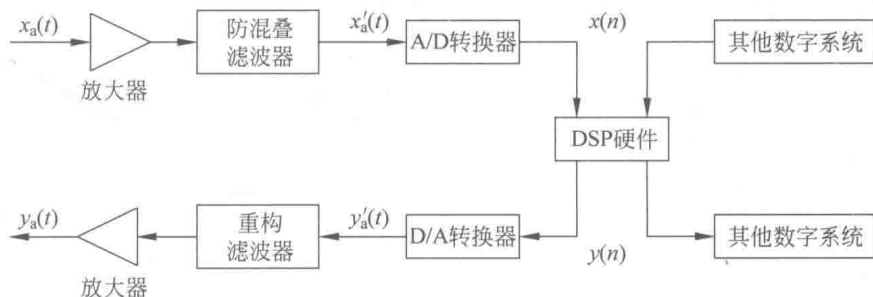


图 1.2 数字信号处理系统的一般形式

对于某些实时应用,输入数据已经是数字形式,而输出数据也不必再转换成模拟信号。例如,要处理的数字信号已经存放在计算机的存储器中以备后用,或者运算结果可以用图形显示出来,或者 CDMA 系统的随机数产生器等。

1.2 信号与系统基础

1.2.1 连续时间系统的时域分析

系统的时域分析是指在给定的激励作用下,通过不同的数学方法求解系统的响应。为了确定一个线性时不变系统对给定激励的响应,需要建立描述这个系统的微分方程或差分方程,并求出满足一定初始状态的解。

微分方程的解包括齐次解和特解两个部分。齐次解的函数形式只与系统本身特性有关,常称为系统的自然响应,记作 $y_n(t)$; 特解的形式由系统的外加信号决定,常称为系统的强迫响应,记作 $y_f(t)$,所以系统的全响应 $y(t)$ 为^[4]

$$y(t) = y_n(t) + y_f(t)$$

齐次解即系统特征方程的根,与输入函数无关,在 MATLAB 中用 roots 函数计算特征根,然后通过待定系数法求出齐次解^[4]。

特解即系统函数在给定激励信号作用下的输出,在 MATLAB 中用 lsim(sys,u,t) 求系统特解。其中,sys 表示该系统的状态模型;u 表示激励信号输入;t 表示仿真时间;输出值表示系统对激励信号的强迫响应。下面通过一个例子来演示 lsim 函数的功能。

例 1.1 已知某线性时不变系统的微分方程为

$$\frac{d^2}{dt^2}y(t) + 3\frac{d}{dt}y(t) + 2y(t) = \frac{d}{dt}x(t)$$

输入为 $x(t) = 10e^{-3t}u(t)$, $y(0^-) = 0$, $y'(0^-) = 0$, 求系统的零输入响应和零状态响应。

解: 下面给出 MATLAB 源代码(见 chp1sec2_2.m), 实验结果见图 1.3。

```
% chp1sec2_2.m 演示 MATLAB 求解连续系统的零输入响应和零状态响应
clear;
clc;

% d^2y(t) + 3dy(t) + 2y(t) = dx(t)
a = [1 3 2];
b = [0 1 0];
[A B C D] = tf2ss(b,a);
sys = ss(A,B,C,D);
t = 0:0.1:3;

% 零输入响应
x01 = 0 * exp(-3 * t); % 无激励信号
zi = [0 2.5];
y1 = lsim(sys,x01,t,zi);
y1_t = -5 * exp(-t) + 5 * exp(-2 * t); % 理论结果
subplot(2,1,1); plot(t,y1,t,y1_t,'o');
legend('MATLAB 计算','理论结果'); title('零输入响应');
```

```
% 零状态响应
y02 = [0 0]; % 初始状态 [0,0]
x02 = 10 * exp(-3 * t);
y2 = lsim(sys, x02, t, y02);
y2_t = -5 * exp(-t) + 20 * exp(-2 * t) - 15 * exp(-3 * t); % 理论结果
subplot(2,1,2); plot(t, y2, t, y2_t, 'o');
legend('MATLAB 计算', '理论结果'); title('零状态响应');
```

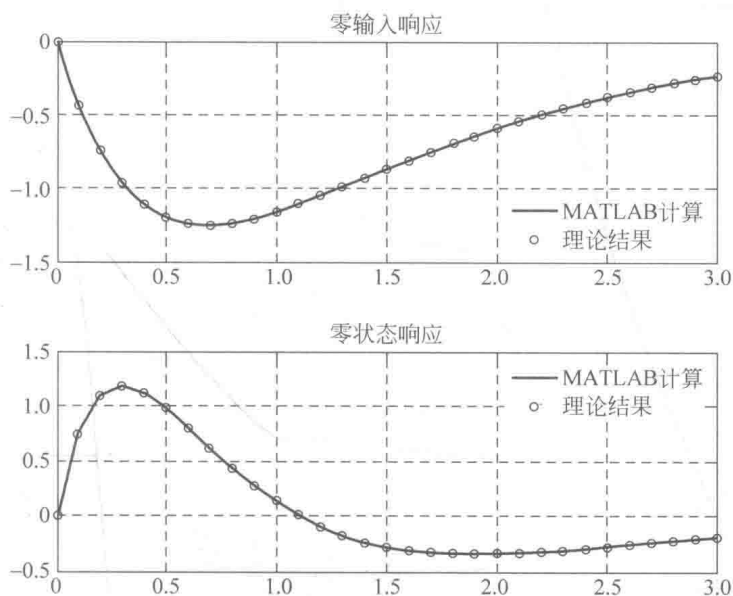


图 1.3 系统的零输入响应和零状态响应

经分析计算可求出系统零输入响应的解析表达式为 $(-5e^{-t} + 5e^{-2t})u(t)$, 零状态响应为 $(-5e^{-t} + 20e^{-2t} - 15e^{-3t})u(t)$, 与 MATLAB 计算结果一并绘出。

如果分别用冲激信号和阶跃信号作为激励输入, lsim 函数还可以仿真系统的冲激响应和阶跃响应。在 MATLAB 中专门提供了 impulse 函数和 step 函数来直接产生 LTI 系统的冲激响应和阶跃响应。调用格式基本一致, 分别为 $[y, t] = \text{impulse}(\text{sys})$ 和 $[y, t] = \text{step}(\text{sys})$, 其中输入为系统的状态模型, 输出为冲激(阶跃)响应 y 及其对应的仿真时间。

例 1.2 系统的微分方程同例 1.1, 求系统的单位冲激响应和单位阶跃响应。

解: 下面给出 MATLAB 源代码(见 chp1sec2_3.m), 实验结果见图 1.4。

```
% chp1sec2_3.m 演示 MATLAB 求解单位冲激响应和单位阶跃响应
clear;
clc;

% d^2y(t) + 3dy(t) + 2y(t) = dx(t)
a = [1 3 2];
b = [0 1 0];
[A B C D] = tf2ss(b, a);
sys = ss(A, B, C, D);

[y_impulse, t] = impulse(sys); % 单位冲激响应
[y_step, t] = step(sys); % 单位阶跃响应
```

```
subplot(2,1,1);
plot(t,y_impulse);grid on; title('单位冲激响应');

subplot(2,1,2);
plot(t,y_step);grid on;title('单位阶跃响应');
```

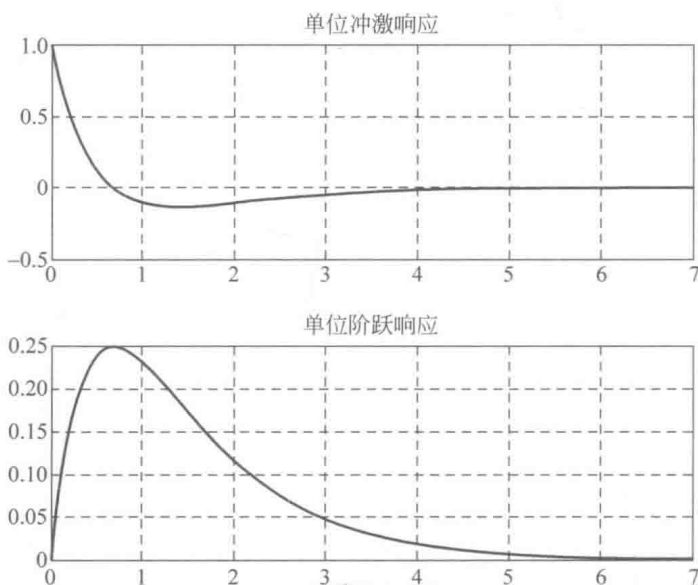


图 1.4 系统的单位冲激响应和单位阶跃响应

1.2.2 傅里叶变换

时域上的周期信号,只要满足狄利克雷(Dirichlet)条件,就可以将其展开为三角形式或指数形式的傅里叶级数。由于三角形式的傅里叶级数物理意义比较明确,在此主要介绍三角形式的傅里叶级数。

假设一个周期为 T 的时域信号 $x(t)$,可以在任意一个完整周期 $(t_0, t_0 + T)$ 内将 $x(t)$ 分解为三角形式的傅里叶级数,即

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) + b_k \sin(k\omega_0 t)]$$

其中, $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ 称为基波频率; $a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$, $a_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos(k\omega_0 t) dt$ 和 $b_k = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \sin(k\omega_0 t) dt$ 分别表示信号的直流分量、余弦分量和正弦分量振荡幅度。

将同频率的正、余弦合并,可以进一步得到

$$x(t) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} c_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k)$$

其中, $c_0 = a_0$ 仍然表示信号的直流分量, $c_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$, $\varphi_k = \arctan\left(-\frac{b_k}{a_k}\right)$ 。当 $k=1$ 时,称此为一次谐波或基波;当 $k=2$ 时,称此为二次谐波,以此类推。 φ_k 表示 k 次谐波分量的初始相位。可以看出,任何一个周期信号都可以表示为直流分量和诸多余弦分量之和

的形式。

例 1.3 已知周期矩形信号的幅度 $E=1$, 周期 $T=1$, 脉冲宽度为 $\tau=0.5$, 试求该周期信号的傅里叶级数。

解:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E dt = \frac{E\tau}{T} \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E \cos\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt = \frac{2E\tau}{T} \text{Sa}\left(\frac{k\pi\tau}{T}\right) \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} E \sin\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) dt = 0 \end{aligned}$$

于是周期矩形信号的傅里叶级数为

$$x(t) = \frac{E\tau}{T} + \frac{2E\tau}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \text{Sa}\left(\frac{k\pi\tau}{T}\right) \cos(k\omega_0 t)$$

代入幅度 $E=1$, 周期 $T=1$, $\tau=0.5$, 可得

$$x(t) = 0.5 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(k\pi/2)}{k\pi/2} \cos(2k\pi t)$$

从理论分析可以看出: 周期矩形信号的正弦分量振幅为 0, 且偶数阶余弦分量的振幅为 0。

用 MATLAB 编程进行验证, 源代码如下(chp1sec2_4.m), 实验结果见图 1.5。

```
% 验证周期矩形脉冲信号是余弦信号之和, 占空比 0.5
% chp1sec2_4.m
clear;
clc;
t = -2:0.01:2;

temp = 0;
% 前 3 项之和
for k = 1:3
    temp = temp + sin(0.5 * pi * k) * cos(2 * k * pi * t) / (0.5 * k * pi);
end
x = 0.5 + temp;
subplot(2,2,1); plot(t,x); title('前 3 项之和');

% 前 4 项之和
temp = 0;
for k = 1:4
    temp = temp + sin(0.5 * pi * k) * cos(2 * k * pi * t) / (0.5 * k * pi);
end
x = 0.5 + temp;
subplot(2,2,2); plot(t,x); title('前 4 项之和');

% 前 10 项之和
temp = 0;
for k = 1:10
    temp = temp + sin(0.5 * pi * k) * cos(2 * k * pi * t) / (0.5 * k * pi);
end
x = 0.5 + temp;
```