

普通高等教育“十三五”规划教材

# 大学物理

# 实验教程

第2版

主编◎刘毅 胡林



机械工业出版社  
CHINA MACHINE PRESS

普通高等教育“十三五”规划教材

# 大学物理实验教程

第2版

主 编	刘 毅	胡 林	
参 编	白光富	白忠臣	何 丽
	姜加梅	景江红	蒋晓英
	刘大卫	刘树成	邵贵江
	汤 燕	余克俭	曾庆丰
	张敏园	张 鹏	詹 琼

机械工业出版社

本书根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010年版),并结合贵州大学物理实验课程建设的实际经验编写而成。本书注重强化实验基本技能、基本方法和物理实验思想的训练,注重培养和提高学生的科学实验素质,重点突出能力培养和创新意识的训练。本书在编排上力求突出时代特色,采取由浅入深、循序渐进的方式编排实验内容,力求做到实验原理简明扼要、实验方法清晰合理、数据处理规范。本书主要内容有绪论、物理测量的数据处理、预备性实验、基础性实验、综合性实验、研究性实验及附录七部分,分层次收录了55个实验项目,其中预备性实验6个、基础性实验16个、综合性及研究性实验33个。

本书可作为高等院校理、工、农、林、生等各专业大学物理实验课程的教学用书,也可供其他有关专业选用。

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程/刘毅,胡林主编.—2版.—北京:机械工业出版社,2017.12

普通高等教育“十三五”规划教材

ISBN 978-7-111-58542-8

I. ①大… II. ①刘… ②胡… III. ①物理学-实验-高等学校-教材  
IV. ①O4-33

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第285030号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:李永联 责任编辑:李永联 陈崇昱

责任校对:刘雅娜 封面设计:马精明

责任印制:张博

河北鑫兆源印刷有限公司印刷

2018年1月第2版第1次印刷

184mm×260mm·20印张·490千字

标准书号:ISBN 978-7-111-58542-8

定价:43.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

服务咨询热线:010-88379833

读者购书热线:010-88379649

网络服务

机工官网:www.cmpbook.com

机工官博:weibo.com/cmp1952

教育服务网:www.cmpedu.com

金书网:www.golden-book.com

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

大学物理实验是高等学校理、工、农、林、生等专业学生的重要基础课程之一。随着科学技术的高速发展, 社会对高校本科毕业生科学素质和创新能力的要求日益提高, 科研单位、企业在对技术人才的评价考核方面, 更加注重实践能力和实验动手能力方面的考核, 而这些能力的培养和训练正是大学物理实验课程的主要教学内容。因此, 大学物理实验课程在培养学生的实验科学基础理论、实验操作技能、科学素养和动手创新能力方面起着其他课程不能替代的重要作用。同时, 大学物理实验课程本身的内容和要求也应随着社会的发展不断改革与更新。本书正是在这样的背景下, 根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制定的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010年版), 并结合贵州大学新校区实验室建设及西部高校实力提升计划实验室专项建设, 为适应高等教育发展对大学物理实验课程与时俱进的新要求, 针对贵州大学各专业本科人才培养计划对大学物理实验课程的需求而编写的。

教学质量的保证受限于区域文化和文化教育的背景。我校大部分生源来自农村, 学生的基础参差不齐, 为保证教学效率和教学质量, 本书保留了一些最基本的传统实验项目, 用于实验基本方法、基本操作技能的训练, 并设立了预备实验项目, 面向一年级新生开放。学生们通过自主学习, 可以熟悉最基本的实验操作和仪器使用。在第一阶段基础实验内容的教学中, 保持基础实验在基本知识、基本方法、基本技能训练的基础上加强与现代技术的结合, 减少单纯验证性实验, 适度增加具有专业特色的应用性实验, 重点学习和掌握物理实验的基础理论和实验数据处理方法。第二阶段设置了综合性实验项目, 针对物理、电子科学、材料、冶金、化工、生命科学、电工、机械、矿业、资源环境、土建等理工科专业, 开设了涉及力、热、电、磁、光、声等综合性和应用性较强的实验项目。教学的重点是: 了解各类电、光仪器设备的基本工作原理, 理解实验物理的基本理论知识; 熟悉各类仪器的基本操作和元器件性能, 训练和提高学生的实验操作能力; 启发对实验兴趣高的学生学习、组装测量线路或组合搭建光路。这对培养学生的实验科学素质、提高学生的实验动手能力至关重要。第三阶段以研究性或设计性实验项目为载体, 主要培养学生的自主创新能力, 通过对实验室现有仪器、元器件的不同组合, 实现新的测量内容, 并对实验测量结果给出合理的定性或定量解释, 或通过物理学发展史上具有代表性的典型实验的学习实践, 介绍这些实验的历史背景和对传统认识的挑战, 强调对学生进行创新意识的培养。

根据教学任务和培养目标, 本书分为绪论、四个实验章节以及附录。第1章物理测量的数据处理, 可以分两个阶段完成: 实验开始前和实验中, 开始主要介绍实验的基础理论和数据处理的基本方法, 通过第一阶段基础实验后, 再讲授实验全过程中的数据处理, 使学生真正体会到数据处理对于整个实验设计、实验操作、实验结果的重要性, 这有利于培养学生尊重科学和实事求是的作风。第2章预备性实验(开放性), 指导学生自主学习最基本、最简单的实验仪器的使用和操作; 第3章基础性实验, 指导学生完成基本知识、基本方法、基本

技能的训练；第4章综合性实验，指导学生了解各种电、光仪器设备的基本工作原理，熟悉各类仪器和元器件性能，并正确使用仪器设备；第5章研究性实验，指导、启发和提高学生的实验综合素质及创新能力。

为了使学生在实验知识、实验方法、实验技能和误差与数据处理各方面都能够得到由浅入深、由易到难、由简到繁、循序渐进的系统训练，达到培养学生进行科学实验的能力，提高学生科学实验素养的目的，基础性实验写得比较细致、具体，给出了有关的数据记录表格、数据处理要求以及误差计算和结果表示，以便于学生参考学习。在综合性、研究性实验中，重点突出实验原理和思路，将一些细节问题留给学生去思考 and 探索，以利于学生的创新意识、创新精神和创新能力的培养。

本书编写人员如下：白光富（绪论、物理测量的数据处理、实验4.16、实验5.7、实验5.8）、白忠臣（实验3.14、实验4.14、实验5.9、实验5.10、实验5.11）、胡林（前言、附录）、何丽（实验2.4、实验4.4、实验4.5、实验4.9、实验4.15）、姜加梅（实验3.1、实验4.2）、景江红（实验2.2）、蒋晓英（实验3.8、实验3.9、实验4.8）、刘大卫（实验3.6、实验4.18、实验4.19、实验5.2）、刘树成（实验4.6、实验4.7）、刘毅（实验3.13、实验4.13、实验5.1、实验5.3、实验5.4、实验5.12）、邵贵江（实验3.4、实验3.5、实验3.15、实验3.16）、汤燕（实验4.17、实验5.5、实验5.6、实验5.13）、余克俭（实验2.3、实验3.10、实验4.3）、曾庆丰（实验3.2、实验3.3、实验3.12）、张敏园（实验2.5、实验2.6、实验4.10、实验4.11、实验4.12）、张鹏（实验3.7、实验4.1）、詹琼（实验2.1、实验3.11、实验4.20）。

限于编者的经验和水平，书中难免有欠妥和不足之处，恳请读者不吝指正。

编者

# 目 录

前言	
绪论	1
第 1 章 物理测量的数据处理	3
1.1 测量与误差	3
1.2 不确定度与分类	5
1.3 有效数字及其运算	10
1.4 物理实验数据处理的基本方法	12
1.5 对不确定度的几点说明	16
第 2 章 预备性实验	19
实验 2.1 力学基本物理量的测量	19
实验 2.2 用气垫导轨测速度和加速度	26
实验 2.3 电学基础实验	31
实验 2.4 万用电表的组装和使用	39
实验 2.5 分光计的基本操作	44
实验 2.6 薄透镜焦距的测定	49
第 3 章 基础性实验	57
实验 3.1 液体表面张力系数的测定	57
实验 3.2 弦振动实验	60
实验 3.3 刚体转动惯量的测定	66
实验 3.4 用拉伸法测金属丝的弹性模量	71
实验 3.5 用单摆法测重力加速度	75
实验 3.6 气体比热容比的测定	77
实验 3.7 用冷却法测量金属的比热容	80
实验 3.8 用惠斯通电桥测电阻	84
实验 3.9 用开尔文电桥测低电阻	87
实验 3.10 示波器的使用	90
实验 3.11 用弯曲法测量横梁的弹性模量	98
实验 3.12 晶体硅基本特性的测定	102
实验 3.13 霍尔效应实验	107
实验 3.14 光学基础综合实验	113
实验 3.15 牛顿环	117
实验 3.16 单缝衍射	122
第 4 章 综合性实验	128

实验 4.1	导热系数的测量	128
实验 4.2	用落球法测定液体的黏度	131
实验 4.3	声速的测定	136
实验 4.4	电位差计的应用	140
实验 4.5	电表的扩程与校准	146
实验 4.6	混沌现象的实验研究	150
实验 4.7	利用玻尔共振研究受迫振动	156
实验 4.8	交流电桥	164
实验 4.9	利用非平衡电桥研究热敏电阻特性	168
实验 4.10	三棱镜顶角的测定	173
实验 4.11	光栅衍射	175
实验 4.12	利用分光计测介质折射率和色散曲线	178
实验 4.13	迈克耳孙干涉仪及其应用	183
实验 4.14	激光调腔实验	191
实验 4.15	声光衍射与液体中声速的测定	195
实验 4.16	金属电子逸出功的测定	199
实验 4.17	塞曼效应	204
实验 4.18	电子顺磁共振	211
实验 4.19	核磁共振实验	215
实验 4.20	动力学综合设计性实验	221
<b>第 5 章</b>	<b>研究性实验</b>	<b>234</b>
实验 5.1	密立根油滴实验	234
实验 5.2	黑体实验研究	238
实验 5.3	变温霍尔效应实验	245
实验 5.4	铁电体电滞回线测量	247
实验 5.5	传感器实验	252
实验 5.6	多普勒效应及声速的测试与应用	260
实验 5.7	利用光电效应测普朗克常量	267
实验 5.8	夫兰克-赫兹实验	272
实验 5.9	光的偏振特性	275
实验 5.10	用椭圆偏振方法测量透明介质薄膜厚度	282
实验 5.11	用椭圆偏振仪测量金属薄膜的复折射率	287
实验 5.12	激光全息照相	291
实验 5.13	法拉第效应与磁光调制实验	296
<b>附录</b>		<b>305</b>
附录 A	常用物理基本常数	305
附录 B	常用物理量的符号、SI 单位	306
附录 C	常用物理数据	307
<b>参考文献</b>		<b>314</b>

# 绪论

## 1. 物理实验的地位和作用

在自然科学领域中，人类研究和认识自然规律概括起来有三种基本方法：理论研究、实验研究和计算机模拟研究。实验是联系现实世界与理论知识的桥梁。科学理论来源于科学的实验，并受到科学实验的检验；物理学理论就是通过观察、实验、抽象、假说等研究方法，并通过实验的检验而建立起来的。

观察和实验是物理学中的重要研究方法。观察是对自然界中发生的某种现象，在不改变自然条件的情况下，按照原来的样子加以记录、研究的方法。而实验则是人们为了一定的研究目的，借助符合规定的仪器设备，人为地控制或模拟自然现象，使自然现象以比较纯粹或典型的形式表现出来，进而对各种物理量的变化关系进行反复研究，并探索其内部规律的一种方法。

物理学从本质上说是一门实验科学，无论是物理规律的发现，还是物理理论创立，都有待于实验验证。1956年，杨振宁和李政道首次提出了“宇称不守恒定律”，推翻了长期以来被人们奉为金科玉律的“宇称守恒定律”。吴健雄用实验证明了宇称不守恒定律是正确的，轰动了当时的国际物理界。有人说，吴健雄解开了原子物理和核物理的第一号谜底。正是借助于吴健雄的实验结果，1957年杨振宁和李政道才能够以革命性的理论成就荣获诺贝尔物理学奖。那一年，对瑞典皇家科学院的诺贝尔委员会没有把诺贝尔物理学奖颁给吴健雄，许多大科学家都公开表示了他们的失望和不满。又如，伟大的科学家爱因斯坦并不是因他著名的相对论而获得诺贝尔物理学奖的，而是由于他成功地解释了光电效应，因为当时相对论还没有得到证实。

物理实验不仅在物理学的发展中占有重要的地位，而且在推动其他自然科学、工程技术的发展中也起着重要作用。特别是在不少交叉学科中，物理实验的构思、方法和技术与化学、生物学、天文学等学科的相互结合已取得丰硕的成果。此外，物理实验还是众多高技术发展的源泉，原子能、半导体、激光、超导和空间技术等最新科技成果，都是与物理实验密切相关的。

## 2. 物理实验课的教学目的

物理实验课程不同于一般的探索性科学实验研究，每个实验题目都经过精心设计安排，可使学生们获得基本的实验知识，在实验方法和实验技能诸方面得到较为系统的、严格的训练，是大学里从事科学实验的起步，同时在培养科学工作者的良好素质及科学世界观方面，物理实验课程也起着潜移默化的作用。

学生通过对实验现象的观察、分析和对物理量的测量，学生可以学习物理实验知识和设计思想，掌握和理解物理理论；借助于教材或仪器说明书正确使用常用仪器；运用物理学理论对实验现象进行初步的分析判断；正确记录和处理实验数据，绘制实验曲线，说明实验结果，撰写合格的实验报告；能够根据实验目的和仪器设计出合理的实验，培养学生理论联系实际和实事求是的科学作风；保持严肃认真的工作态度，培养主动研究和创新的探索精神以



及遵守纪律、团结协作和爱护公共财产的优良品德。

### 3. 物理实验课的基本程序

物理实验课通常分以下三个阶段进行。

#### (1) 实验前的预习

为了在规定的时间内保质保量地完成实验内容,学生在实验前必须做好预习工作。

实验讲义是实验的指导参考,它对每一个实验的实验目的、实验要求、实验原理都做了明确的阐述,因此,在上实验课前必须认真地阅读。对于教材中不清楚的原理或操作,还需要查阅有关参考资料;有许多实验仪器和设备是从未见过的,在预习时就需要认真阅读仪器介绍,弄清仪器的原理、构造、操作规程和注意事项等。特别是注意事项,不仅要看,还要牢记,否则会造成仪器损坏,甚至人身事故。对仪器的构造,应尽可能地去理解、去想象,必要时还需要去实验室观察实物。

在预习的基础上写好预习报告,其内容包括实验名称、实验目的、实验原理(包括实验装置简图、电路图、光路图、主要公式等)、数据记录表格(分清已知量、未知量、待测量和单位)。此外,根据实验内容,准备好实验中所需的绘图工具和计算器等。不要照抄实验教材!

#### (2) 实验操作

实验时应严格遵守实验室的规章制度。为了顺利完成实验,进入实验室后按“核、调、测、记”的四字方针进行实验。

在实验正式进行前,首先结合仪器实物,对照实验讲义或仪器说明书,核对实验仪器是否齐全,认识和熟悉仪器的结构和使用方法;其次要全面考虑实验的操作步骤,看怎样做更为合理,不要急于动手。在老师介绍完后,动手将实验仪器安装或调试到最佳状态。仪器的安装和调整是决定实验成败的关键一环,在使用仪器进行测量时,必须满足仪器的正常工作条件。

因为对于操作程序中某些关键步骤而言,哪怕是有很小的错误,都有可能使实验前功尽弃。实验测量应遵循“先定性、后定量”的原则,即先定性地观察实验全过程,确认整个实验装置工作是否正常,对所测内容要做到心中有数。在可能的情况下,在对数据的数量级和趋势做出估计后,再定量地读取和记录测量数据。测量时,观测者应集中精力,细心操作,仔细观察,并积极发挥主观能动性,以获得所用仪器可能达到的最佳效果。

原始数据是宝贵的第一手资料,是以后进行计算和分析的依据,要按有效数字的规则正确记录。

实验记录的内容应包括:日期、时间、地点、合作者、指导教师、仪器的名称和编号、原始数据及有关现象。

实验数据是否合理,学生应首先自查,然后交给指导老师审查。对不合理和错误的实验结果,应分析原因,及时补测或重做。离开实验室后原始数据不能被更改。离开实验室前,应听从实验管理员和指导老师的指挥,自觉整理好仪器,并做好清洁工作。

#### (3) 写实验报告

写实验报告的目的是培养学生以书面形式总结工作和报告科学成果的能力。实验报告要求文字通顺,字迹端正,数据完整,图表规范,结果正确。

一份完整的实验报告应包括:①实验名称,②实验目的,③实验原理简述,④主要实验仪器设备,⑤实验数据表格、数据处理、计算主要过程、作图及实验结果和结论,⑥实验现象分析、误差评估、小结和讨论。

# 第1章

## 物理测量的数据处理

### 1.1 测量与误差

在物理学中,测量一般是指借助于一定的仪器、量具将待测的物理量与选定的标准量进行比较的过程。按测量次数分为单次测量、多次测量。按是否能用测量仪器直接测得结果分为直接测量、间接测量。例如,当用游标卡尺测量正方体的长、宽、高时,就可以直接测量;如果要测其体积,显然需要用到体积公式,即将测量量代入函数关系求出所需的物理量,这类物理量的测量过程称为间接测量。

测量是人类主观认识客观的过程,必然与客观值之间有一定的偏差,这种偏差就称为误差。

分析误差对于我们来说具有重要意义:

1) 有助于认识与改造客观世界。实验人员进行的实验与测量是为了研究自然界中所发生的量变现象,借以认识我们周围所发生的客观过程,从而能动地改造客观世界。由于有误差存在,实验结果常常会歪曲这些客观现象,实验人员要想正确认识不以主观意志为转移的客观规律,就需要分析实验测量时产生误差的原因和性质,采取必要措施,以消除、抵偿和减弱误差。

2) 精确地组织实验。分析误差有助于我们正确地组织实验和测量,合理地设计仪器、选用仪器及选定测量方法,以最经济的方式获得有效的结果。

3) 评价与确保质量。在计量科学和实验工作中,必须保证量值的统一和准确传递。提供物理量单位的计量基准、标准的研究成果、技术革新中的仪器的性能和质量、科学实验的数据等,它们的质量是否过硬,怎样正确使用,还取决于误差分析是否正确。

4) 促进理论的发展。自近代以来,由于测量和计量仪器准确度得到很大提高,以往很难用实验方法验证的理论也能得以验证。譬如:将几十万年不会相差1s的原子钟放在高速飞行器上,并不断与地面相对静止的时间标准比对,就能成功地验证爱因斯坦相对论——“处于高速运动的时钟慢了”这一理论,这是时间频率领域中量子计量学的成功。从宏观的实物计量基准过渡到微观计量基准,这本身就是大大减小误差的过程。

按照不同的分类方法可以将误差分为不同类型。按定义,误差可分为绝对误差、相对误差、分贝误差和引用误差。

绝对误差:测量值-真值(真值可以分为理论真值、计量真值、标准器真值等,测量值可分为测得值、实验值、标称值、示值等)。

相对误差:绝对误差的绝对值/真值。

分贝误差：其在无线电和声学中有广泛的应用，在这里通过下面的一个例子介绍。

例如：输入电压与输出电压分别为  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\alpha = u_1/u_2$ ,  $A = 20\lg\alpha$  (dB)，当  $\alpha$  有一定变化  $\delta\alpha$  时，引起  $A$  有变化  $\delta A$ 。

$$A + \delta A = 20\lg(\alpha + \delta\alpha) \text{ (dB)} \text{ 或 } \delta A = 20\lg(1 + \delta\alpha/\alpha) \text{ (dB)}$$

其中， $\delta A$  为绝对分贝误差。

引用误差：仪器示值的绝对误差与测量范围的上限或量程之比。

仪器仪表上标出的级数通常指的就是引用误差，因此，我们可以通过仪器上的级次来判断仪器的引用误差。

**例 1** 量程为 10 A 的电流表，标定为 2.75 A，对应的实际值为 2.50 A。

引用误差： $\frac{|2.75 - 2.50|}{10} \times 100\% = 2.5\%$ ，表示仪器的级次为 2.5 级。

常用级次有：0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 7.0。

按误差的来源，误差可以分为：装置误差（装置误差又可分为标准器误差、附件误差、仪器误差、变化性误差）、环境误差、人员误差、方法误差。

下面来讲述误差的表现形式及其分类。

有的误差表现出明确的规律性，有的在离散中表现出一定的规律性，如图 1-1-1 所示。

为了方便分析误差，我们将误差分为以下三类：

1) 系统误差：在偏离规定的条件下多次测量同一量时，误差的绝对值和符号保持恒定或在该测量条件改变时，按确定的规律改变的误差。

造成系统误差的可能原因如下：

测量仪器本身不准确，如调零；实验理论和方法不完善；测量者的习惯不同；使用条件的变化，如环境温度等。系统误差又可分为已定系统误差和未定系统误差。已定系统误差的方向已知，绝对值已知，如电表、外径千分尺的零位误差；测电压、电流时由于忽略电表内阻而引起的误差，对于含有这类误差的测量值需要给予修正。未定系统误差的方向未知，绝对值未知，如外径千分尺制造时的螺纹公差等，对于这类误差，要估计出分布范围。

2) 随机误差：在实际测量条件下，多次测量同一量时，误差的绝对值和符号的变化时大、时小、时正、时负，以不可预测的方式改变着的误差。主要实验条件和环境因素无规则地起伏变化，会引起测量值围绕真值发生涨落的变化。例如：电表轴承的摩擦力变动、外径千分尺测量在一定范围内的随机变化、操作读数时的视差影响等。对于这类误差，要估计出分布范围。

3) 粗大误差：超出在规定条件下的预期误差，也称为过失误差。对于这类误差，一般情况下需要剔除，但剔除时要慎重，常采用“ $3\sigma$  法则”剔除。

在分析误差时通常只考虑系统误差和随机误差。

需要强调的是系统误差并没有很严格的区分，如系统误差中就含有随机变化的部分，这

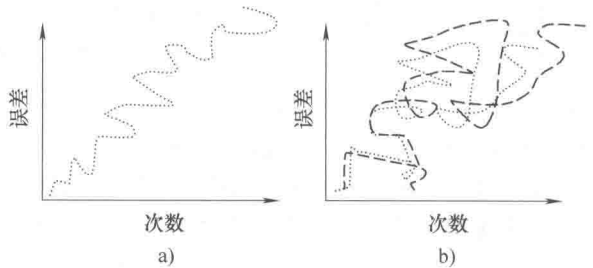
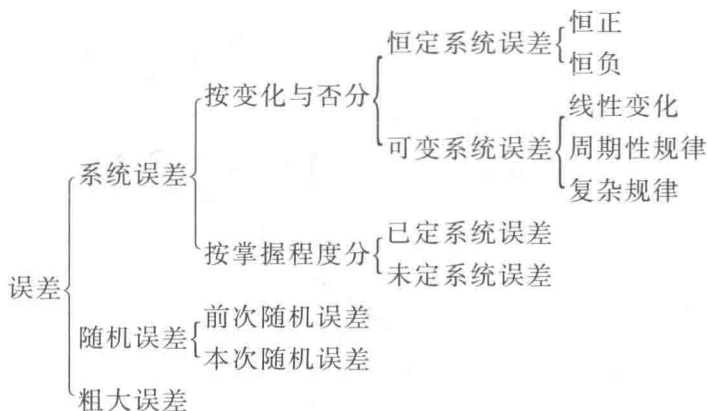


图 1-1-1

部分也可以称为随机误差。另外，在不同的场合，误差不是恒定不变的，而是会相互转化。例如，当工人在使用游标卡尺作为工具测量物体时，会带来系统误差，然而对于生产游标卡尺的车间里的工人来说，同时生产出的一批游标卡尺之间会有不同的标称误差，从而可以认为是随机误差。

误差分类小结：



在学习数据处理之前，先介绍几个重要的术语：精确度、正确度与准确度，它们都是评价测量结果好坏的物理量，分别用来表示随机误差、系统误差和综合误差的大小。

1) 精确度：表示测量结果中随机误差大小的程度。这种测量是指在同一测量条件下对被测量物体进行多次测量，获得一组测量结果的重复性（或离散性）程度。

2) 正确度：表示测量结果中系统误差大小的程度。这种系统误差是指同一物理量在不同测量中所得各次测量值与真实值的接近程度，它反映了在规定条件下测量结果中所有系统误差的综合。

3) 准确度：表示测量结果与被测量的（约定）真值之间的一致程度，它反映了在同一测量条件下系统误差和随机误差的综合影响。

在图 1-1-2a 中的情况属于随机误差小、系统误差大，故可以说成“精确度高、正确度不高”；图 1-1-2b 中的情况属于系统误差小、随机误差大，故可以说成“正确度高、精确度不高”；图 1-1-2c 中的情况属于随机误差与系统误差都小，故可以说成“精确度与正确度都高”。显然，只有在图 1-1-2c 中的情况下，准确度才高，如图 1-1-2a、b 所示两种情况的准确度都不高。

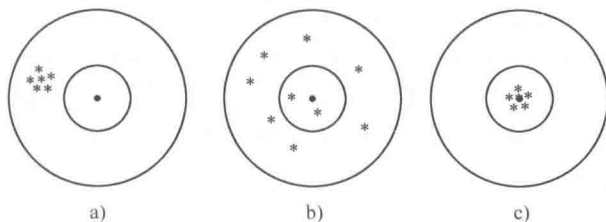


图 1-1-2

## 1.2 不确定度与分类

由于测量的存在，被测值不能被肯定的程度称为不确定度，用符号  $u$  表示。它表示一定

置信概率下的误差限值，反映了可能存在的误差分布范围。

按误差的表现形式可分为系统不确定度和随机不确定度。

按估计或推测其数值的不同方式可分为 A 类不确定度  $u_A$  和 B 类不确定度  $u_B$ 。A 类不确定度可以用统计方法得出，并用标准偏差代表  $u_A$ 。B 类不确定度用统计以外的方法得出，一般用非统计方法估计出近似“标准偏差”，并用“标准偏差”代表  $u_B$ 。为了跟 A 类分量 and B 类分量区别，合成不确定度一般用  $u$  表示，即

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2}$$

随机误差构成随机数系列，当随机数的个数  $n$  趋于无穷大时，符合正态分布。在随机数系列中，我们可以用统计特征量期望值和标准偏差等来表征随机数的离散型。

随机数的标准偏差为

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

平均值的标准偏差为

$$s(\bar{x}) = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

必须强调的是，在这里我们假设仪器是稳定的，如果仪器不可避免地发生变化，测量列不是在同种条件下测出的，则应改用其他算法。

$$u_A = s(\bar{x})$$

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$$

式中， $\Delta_{\text{仪}}$  为误差限，代表仪器的最大误差； $C$  为置信因子。 $C$  与  $\Delta_{\text{仪}}$  的分布有关。正态分布时  $C=3$ ，均匀分布时  $C=\sqrt{3}$ ，三角形分布时  $C=\sqrt{6}$ ，反正弦分布时  $C=\sqrt{2}$ 。表 1-2-1 给出了常见仪器的  $\Delta_{\text{仪}}$  分布情况。

表 1-2-1

仪器名称	外径千分尺	游标卡尺	米尺	物理天平	秒表	电表	电阻箱
误差分布类型	正态分布	均匀分布	正态分布	正态分布	近似均匀分布	近似均匀分布	近似均匀分布

在实际实验中， $n$ （实验次数）不可能为无穷多次，这时随机误差的分布服从  $t$  分布（这里只是一种简化模型），如果用正态分布的标准偏差公式求不确定度 A 类分量，需要加  $t$  因子，因此，对其修正得

$$u_A = ts(\bar{x})$$

式中， $t$  因子与实验次数有关，显然，当次数趋于无穷大时， $t$  分布就趋于正态分布， $t$  因子趋于 1，见表 1-2-2。

表 1-2-2

$n$	3	4	5	6	7	...	15	$\infty$
$t$	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	...	1.04	1

在本书中,为了计算方便,当  $n \geq 6$  时可以近似认为  $t \approx 1$ 。

综上所述,直接测量量的不确定度评估可以按以下基本步骤进行:

- 1) 列出测量列样本  $x_i$ ;
- 2) 求算术平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

并进行 A 类评定, 求出  $u_A(\bar{x})$ ;

- 3) 根据测量的性质进行 B 类评定, 求出  $u_B(\bar{x})$ ;
- 4) 求合成不确定度

$$u = \sqrt{u_A^2(\bar{x}) + u_B^2(\bar{x})}$$

对于单次测量, 有

$$u_A(\bar{x}) = 0$$

则

$$u(\bar{x}) \approx u_B(\bar{x}) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C}$$

- 5) 写出测量结果  $x = \bar{x} \pm u(\bar{x})$  (单位) 或  $x = \bar{x}$  (单位)  $\pm u(\bar{x})$  (单位)。

上述结果表示的物理意义是: 测量量落在  $[\bar{x}-u, \bar{x}+u]$  区间上的概率为 68.3%。

如果将综合不确定度扩大 3 倍, 即  $U = 3u$ , 则称其为扩展不确定度, 其测量结果可表示为

$$x = \bar{x} \pm U(\bar{x}) \text{ (单位) 或 } x = \bar{x} \text{ (单位)} \pm U(\bar{x}) \text{ (单位)}$$

此时表示的物理意义是: 测量量落在  $[\bar{x}-U, \bar{x}+U]$  区间上的概率为 99.7%。

如果将综合不确定度扩大 2 倍, 即  $U = 2u$ , 则称其为扩展不确定度。

值得注意的是, 有的学者认为该概率为 95%。为了不引起混乱, 本书采用置信概率为 68.3% 的方式表示。

**例 2** 用量程为 1.5 V、级次为 0.5 的电压表单次测量某一电压  $U = 1.434$  V, 设电压表零位已校准, 试表示测量结果。

**解:** 电压  $U$  为单次测量,  $u_A = 0$ , 故只需考虑 B 类分量  $u_B$ 。

$$\Delta_{\text{仪}} = U_m \times k\% = 1.5 \text{ V} \times 0.5\% = 0.0075 \text{ V}$$

$$u = u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} = \frac{0.0075 \text{ V}}{1.732} = 0.00433 \text{ V} = 0.004 \text{ V}$$

(电压表的仪器误差为均匀分布,  $C = \sqrt{3}$ )

最佳测量值  $\bar{U} = U - \Delta_{\text{系}} = 1.434 \text{ V}$  (电压表零位已校准,  $\Delta_{\text{系}} = 0$ )

测量结果  $U = \bar{U} \pm u = (1.434 \pm 0.004) \text{ V}$

**例 3** 用一级外径千分尺测量钢珠直径  $d$ , 测量数据为 (单位: mm)

$$8.452, \quad 8.450, \quad 8.449, \quad 8.453, \quad 8.456, \quad 8.453$$

已知外径千分尺的仪器误差限  $\Delta_{\text{仪}} = 0.004 \text{ mm}$ , 服从正态分布, 初读数为  $-0.016 \text{ mm}$ , 试表示测量结果。

**解:** 测量平均值  $\bar{d}' = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 d_i = 8.452 \text{ mm}$

最佳测量值  $\bar{d} = \bar{d}' - \Delta_{\text{系}} = 8.452 \text{ mm} - (-0.016 \text{ mm}) = 8.468 \text{ mm}$

下面计算不确定度的 A 类分量:

$$\text{测量列的标准偏差 } s_d = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (d_i - \bar{d}')^2} = 0.00248 \text{ mm}$$

$$\text{平均值的标准偏差 } s_{\bar{d}} = \frac{1}{\sqrt{n}} s_d = 0.00101 \text{ mm}$$

A 类标准不确定度  $u_A = s_{\bar{d}}' = t s_{\bar{d}} \approx s_{\bar{d}} = 0.00101 \text{ mm}$  (当测量次数  $n \geq 6$  时,  $t \approx 1$ )

计算不确定度的 B 类分量:

B 类标准不确定度

$$u_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} = \frac{0.004 \text{ mm}}{3} = 0.00133 \text{ mm} \text{ (外径千分尺的仪器误差为正态分布, } C=3)$$

合成不确定度

$$u = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} = \sqrt{0.00101^2 + 0.00133^2} \text{ mm} = 0.00167 \text{ mm} \approx 0.002 \text{ mm}$$

$$d = \bar{d} \pm u = (8.468 \pm 0.002) \text{ mm} (68.3\%)$$

它表示的物理意义是: 直径落在  $[8.468 - 0.002, 8.468 + 0.002]$  区间上的概率为 68.3%, 一般情况下后面的概率常省略。

对于间接测量, 不确定度评估比较麻烦, 需要用到误差传递公式, 其思想是用微分量代表误差分量。例如, 已知直接测量量  $x_i$  及间接测量量与直接测量量的函数关系:  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , 则

$$dy = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 dx_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 dx_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 dx_n^2}$$

$$u(y) = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 u^2(x_n)} \quad (\text{和差形式}) \quad (1)$$

如果函数是积商形式, 为了计算方便, 可以先将等式两边取对数, 化为和差形式后再微分, 则

$$\frac{u(y)}{\bar{y}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2 u^2(x_n)} \quad (\text{积商形式}) \quad (2)$$

此时得到的为相对不确定度, 其不确定度为

$$u(y) = \bar{y} \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 u^2(x_1) + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 u^2(x_2) + \dots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2 u^2(x_n)} \quad (3)$$

间接测量量的不确定度评估可以按以下基本步骤进行:

- 1) 用直接测量的方法得到  $\bar{x}_i, u(\bar{x}_i)$ ;
- 2) 由函数关系  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  计算出  $y$  的最佳估计值  $\bar{y}$ ;
- 3) 计算出合成不确定度  $u(\bar{y})$ ;
- 4) 写出测量结果的表达式:  $y = \bar{y} \pm u(\bar{y})$  (单位) 或  $y = \bar{y}$  (单位)  $\pm u(\bar{y})$  (单位)。

**例 4** 试求下列两测量函数的不确定度传递公式:

$$(1) w = 2x + 3y - 4z;$$

$$(2) w = \frac{3x^2}{y^3 z^4}.$$

解: (1) 对函数  $w = 2x + 3y - 4z$  求微分, 得到

$$dw = 2dx + 3dy - 4dz$$

再由式 (1) 得到不确定度为

$$\begin{aligned} u(w) &= \sqrt{2^2 u^2(x) + 3^2 u^2(y) + (-4)^2 u^2(z)} \\ &= \sqrt{4u^2(x) + 9u^2(y) + 16u^2(z)} \end{aligned}$$

(2) 对函数  $w = \frac{3x^2}{y^3 z^4}$  取对数, 得

$$\ln w = \ln 3 + 2 \ln x - 3 \ln y - 4 \ln z$$

对上式求导得

$$\frac{dw}{w} = \frac{2}{x} dx - \frac{3}{y} dy - \frac{4}{z} dz$$

由式 (2) 得到

$$\begin{aligned} \frac{u(w)}{\bar{w}} &= \sqrt{\left(\frac{2}{\bar{x}}\right)^2 u^2(x) + \left(\frac{3}{\bar{y}}\right)^2 u^2(y) + \left(\frac{4}{\bar{z}}\right)^2 u^2(z)} \\ &= \sqrt{\frac{4}{\bar{x}^2} u^2(x) + \frac{9}{\bar{y}^2} u^2(y) + \frac{16}{\bar{z}^2} u^2(z)} \end{aligned}$$

由式 (3) 得到不确定度为

$$u(w) = \bar{w} \left( \frac{u(\bar{w})}{\bar{w}} \right)$$

例 5 用自组惠斯通电桥测电阻, 已知待测电阻  $R_x = \frac{R_1 R_3}{R_2}$ , 设

$$R_1 = (156.2 \pm 0.8) \Omega, R_2 = (121.8 \pm 0.8) \Omega, R_3 = (76.2 \pm 0.8) \Omega$$

试进行数据处理并完整地表示出测量结果。

解: 待测电阻的最佳值为

$$\bar{R}_x = \frac{\bar{R}_1 \bar{R}_3}{\bar{R}_2} = \frac{156.2 \times 76.2}{121.8} \Omega = 97.7 \Omega$$

而由式 (2) 得

$$\frac{u(R_x)}{\bar{R}_x} = \sqrt{\left(\frac{1}{\bar{R}_1}\right)^2 u^2(R_1) + \left(\frac{1}{\bar{R}_2}\right)^2 u^2(R_2) + \left(\frac{1}{\bar{R}_3}\right)^2 u^2(R_3)} = 0.011$$

由式 (3) 得待测电阻的不确定度为

$$U(R_x) = \bar{R}_x \left( \frac{u(R_x)}{\bar{R}_x} \right) = 97.7 \Omega \times 0.011 = 1 \Omega$$

按照测量结果的有效数字末位与不确定度对齐的原则 (后面叙述), 测量结果可表示为



$$R_x = (98 \pm 1) \Omega$$

例6 测金属圆柱体的体积, 数据分析如下:

$$d_i/\text{cm}: 1.0069 \quad 1.0071 \quad 1.0073 \quad 1.0076 \quad 1.0072 \quad 1.0074$$

$$h_i/\text{cm}: 2.1016 \quad 2.0110 \quad 2.0107 \quad 2.0103 \quad 2.0101 \quad 2.0112$$

$$V = \frac{1}{4} \pi d^2 h$$

解:  $\bar{d} = 1.00725 \text{ cm}$ ,  $s(d_i) = 0.0033 \text{ cm}$

$$u_A(\bar{d}) = ts(\bar{d}) = t \frac{s(d_i)}{\sqrt{n}} \approx \frac{0.0033 \text{ cm}}{\sqrt{6}} = 0.00013 \text{ cm} \quad (t \approx 1)$$

$$u_A(\bar{h}) = ts(\bar{h}) = t \frac{s(h_i)}{\sqrt{n}} = 0.00017 \text{ cm} \quad (t \approx 1)$$

$$u_B(\bar{d}) = u_B(\bar{h}) = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{C} = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} = 0.00023 \text{ cm}$$

$$u(\bar{d}) = \sqrt{u_A^2(\bar{d}) + u_B^2(\bar{d})} = 0.00026 \text{ cm}$$

$$u(\bar{h}) = \sqrt{u_A^2(\bar{h}) + u_B^2(\bar{h})} = 0.00029 \text{ cm}$$

$$\bar{V} = \frac{1}{4} \pi \bar{d}^2 \bar{h}$$

$$\frac{u(V)}{\bar{V}} = \sqrt{4 \left( \frac{u(\bar{d})}{\bar{d}} \right)^2 + \left( \frac{u(\bar{h})}{\bar{h}} \right)^2} = 0.000536$$

$$u(V) = \bar{V} \times \frac{u(V)}{\bar{V}} = 1.60214 \text{ cm}^3 \times 0.000536 \approx 0.0009 \text{ cm}^3$$

$$V = \bar{V} \pm u(V) = (1.6021 \pm 0.0009) \text{ cm}^3$$

### 1.3 有效数字及其运算

#### 1. 有效数字的读取

(1) 在实验仪器给出最大允许误差  $\Delta_{\text{仪}}$  时, 应读到  $\Delta_{\text{仪}}$  所在位。

(2) 在测量仪器带有标尺时, 应在两刻度间估读一位。

说明: 1) 有效数字的位数越多, 测量精度越高。

2) 有效数字的位数与十进制单位的变换和小数点的位置无关。如:

$$g = 9.800 \text{ m/s}^2 = 980.0 \text{ cm/s}^2 \neq 9.8 \text{ m/s}^2$$

3) 特大或特小的数用科学计数法。如:

$$0.6328 \mu\text{m} = 6.328 \times 10^{-7} \text{ m}$$

4) 纯数或常数 (如  $\pi$ ) 可以认为其有效数字的位数是无限的, 想取几位就取几位, 一般与测量值位数最多的相同或多取一位。