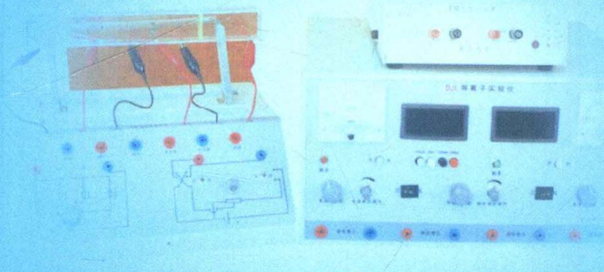
21世纪应用型本科院校规划教材



大学物理学习指导

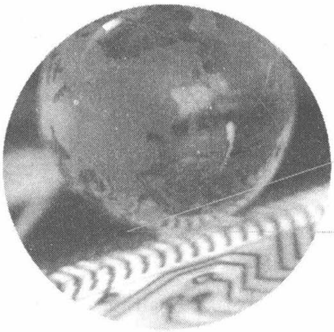
常州工学院物理教学部

南京大学出版社

21世纪应用型本科院校规划教材

大学物理学习指导

常州工学院物理教学部



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学习指导 / 常州工学院物理教学部主编.
— 南京：南京大学出版社，2017.12
21世纪应用型本科院校规划教材
ISBN 978-7-305-19673-7

Ⅰ. ①大… Ⅱ. ①常… Ⅲ. ①物理学—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 303863 号

出版发行 南京大学出版社
社　　址 南京市汉口路 22 号　　邮　编 210093
出 版 人 金鑫荣

丛 书 名 21世纪应用型本科院校规划教材
书　　名 大学物理学习指导
主　　编 常州工学院物理教学部
责任编辑 朱彦霖　单　宁　　编辑热线 025-83597482

照　　排 南京南琳图文制作有限公司
印　　刷 南京理工大学资产经营有限公司
开　　本 787×1092　1/16　印张 16　字数 389 千
版　　次 2017 年 12 月第 1 版　2017 年 12 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-305-19673-7
定　　价 39.50 元

网址：http://www.njupco.com
官方微博：http://weibo.com/njupco
微信服务号：njuyuexue
销售咨询热线：(025) 83594756

前　言

本书是为非物理专业学生学习《大学物理》课程而编写的学习指导书，旨在让学生对基本概念、原理和规律有比较全面而系统的认识，理解各种运动形式之间的联系，并能灵活地加以运用，对近代物理学及其新发展有一般的了解；引导学生熟悉和掌握各种分析问题、解决问题的方法，提高学生的综合素质和技能，从而为学生学习后继专业课程和解决实际问题提供必不可少的物理基础知识及常用方法.

全书共有13章，第一章质点运动学，第二章牛顿定律，第三章动量守恒定律和能量守恒定律，第四章刚体的转动，第五章静电场，第六章静电场中的导体与电介质，第七章恒定磁场，第八章电磁感应、电磁场，第九章振动，第十章波动，第十一章光学，第十二章气体动理论，第十三章热力学基础. 每章中的"基本要求"为学生指点各知识点要求掌握的程度，分为了解、理解、掌握和熟练应用等；"基本概念和规律"帮助学生归纳主要内容；"学习指导"帮助学生梳理知识点的联系、物理学的思想、方法等；"典型例题"则加强学生对重点、难点知识的理解和掌握，并帮助学生培养分析问题、解决问题的能力；"练习题"（题型有选择、填空、计算、应用）有利于学生及时复习巩固、了解自己对知识的掌握及应用程度.

本书采用基于二维码的互动式学习平台，每章附有二维码，学生扫一扫可见本章电子资源及习题参考答案，便于学生进行拓展学习和自我检测.

本书第一章由李恒梅编写，第二章由王刚编写，第三章由金雪尘编写，第四章由王震编写，第五章由黄红云编写，第六章由杨景景编写，第七章由肖虹编写，第八章由张德生编写，第九章由茆锐编写，第十章由沈玉乔编写，第十一章由万志龙编写，第十二章由秦赛编写，第十三章由姚茵编写.

本书是在常州工学院物理教学部编写的《大学物理辅导与练习》的基础上改编修订而成，在此对所有参与编写过《大学物理辅导与练习》的老师表示感谢！限于编者的水平，书中难免有不妥和疏漏之处，恳请广大师生批评指正.

编　者

2017年9月于常州工学院

目　　录

第一章　质点运动学 …… 1
1.1　基本要求 …… 1
1.2　基本概念和规律 …… 1
1.3　学习指导 …… 3
1.4　典型例题 …… 4
1.5　练习题 …… 8
第二章　牛顿定律 …… 18
2.1　基本要求 …… 18
2.2　基本概念和规律 …… 18
2.3　学习指导 …… 20
2.4　典型例题 …… 20
2.5　练习题 …… 23
第三章　动量守恒定律和能量守恒定律 …… 33
3.1　基本要求 …… 33
3.2　基本概念和规律 …… 33
3.3　学习指导 …… 36
3.4　典型例题 …… 36
3.5　练习题 …… 39
第四章　刚体的转动 …… 51
4.1　基本要求 …… 51
4.2　基本概念和规律 …… 51
4.3　学习指导 …… 52
4.4　典型例题 …… 53
4.5　练习题 …… 56
第五章　静电场 …… 73
5.1　基本要求 …… 73

5.2 基本概念与规律 …… 73
5.3 学习指导 …… 74
5.4 典型例题 …… 75
5.5 练习题 …… 80
第六章 静电场中的导体与电介质 …… 96
6.1 基本要求 …… 96
6.2 基本概念与规律 …… 96
6.3 学习指导 …… 97
6.4 典型例题 …… 97
6.5 练习题 …… 99
第七章 恒定磁场 …… 111
7.1 基本要求 …… 111
7.2 基本概念和规律 …… 111
7.3 学习指导 …… 113
7.4 典型例题 …… 114
7.5 练习题 …… 119
第八章 电磁感应 电磁场 …… 136
8.1 基本要求 …… 136
8.2 基本概念和规律 …… 136
8.3 学习指导 …… 139
8.4 典型例题 …… 140
8.5 练习题 …… 143
第九章 振 动 …… 156
9.1 基本要求 …… 156
9.2 基本概念和规律 …… 156
9.3 学习指导 …… 158
9.4 典型例题 …… 159
9.5 练习题 …… 163
第十章 波 动 …… 173
10.1 基本要求 …… 173
10.2 基本概念和规律 …… 173

10.3　学习指导…………………………………………………………………… 175
10.4　典型例题…………………………………………………………………… 176
10.5　练习题……………………………………………………………………… 179
第十一章　光　学……………………………………………………………… 193
11.1　基本要求…………………………………………………………………… 193
11.2　基本概念和规律…………………………………………………………… 193
11.3　学习指导…………………………………………………………………… 196
11.4　典型例题…………………………………………………………………… 196
11.5　练习题……………………………………………………………………… 199
第十二章　气体动理论………………………………………………………… 214
12.1　基本要求…………………………………………………………………… 214
12.2　基本概念和规律…………………………………………………………… 214
12.3　学习指导…………………………………………………………………… 215
12.4　典型例题…………………………………………………………………… 216
12.5　练习题……………………………………………………………………… 218
第十三章　热力学基础………………………………………………………… 230
13.1　基本要求…………………………………………………………………… 230
13.2　基本概念和规律…………………………………………………………… 230
13.3　学习指导…………………………………………………………………… 231
13.4　典型例题…………………………………………………………………… 232
13.5　练习题……………………………………………………………………… 235

第一章　质点运动学

扫一扫
可见本章电子资源

1.1　基本要求

（1）理解质点模型和参照系的概念，掌握矢量、标量概念及表示方法.

（2）掌握描述质点运动的物理量：位置矢量、位移、速度、加速度以及它们之间的联系.

（3）能借助于直角坐标系熟练地计算质点运动时的速度、加速度.

（4）掌握描述圆周运动的物理量：角坐标、角位移、角速度、角加速度以及它们之间的联系. 掌握切向加速度、法向加速度.

（5）能借助于平面极坐标、自然坐标系熟练地计算质点作圆周运动时的角速度、角加速度、切向加速度、法向加速度. 掌握角量与线量之间的关系.

（6）了解相对运动的基本概念，并能解决一些简单问题.

1.2　基本概念和规律

1. 参考系和坐标系

（1）参考系：为描述物体的运动而选择的标准物，称为参考系.

（2）坐标系：在参考系上建立适当的坐标系来定量描述物体的运动. 常用的坐标系有直角坐标系、平面极坐标系和自然坐标系等.

2. 质点

忽略物体的大小和形状，把物体看成一个具有质量的点，称为质点. 质点是一个理想模型.

3. 位置矢量和运动方程

（1）位置矢量 $\boldsymbol{r}$：在时刻 t，质点在坐标系里的位置可用位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 来表示，简称位矢，它是一个有向线段，由坐标原点指向质点所在位置.

在直角坐标系中，质点的位置可用各坐标轴分量及单位矢量表示如下：

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}.$$

注意　式中 x,y,z 是含有“+”,“−”号的代数量.

（2）运动方程：质点相对参考系运动时，它的位矢 $\boldsymbol{r}$ 是随时间而变化的，因此 $\boldsymbol{r}$ 是时间的函数，我们把质点的位矢 $\boldsymbol{r}$ 随时间变化的函数关系式叫做质点的运动方程. 即

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}.$$

4. 位移

（1）位移：表示质点位矢的变化，记作 $\Delta\boldsymbol{r}$，是由初位置 A 指向末位置 B 的有向线段. 在

直角坐标系中可表示为：

$$\Delta \boldsymbol{r}=(x_B-x_A)\boldsymbol{i}+(y_B-y_A)\boldsymbol{j}+(z_B-z_A)\boldsymbol{k}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}.$$

(2) 路程：质点运动中实际经过轨迹的长度.

注意 位移的大小一般不等于路程. 质点只有在做单向直线运动时位移的大小才等于路程.

5. 速度

(1) 平均速度： $\bar{\boldsymbol{v}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\Delta y}{\Delta t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\Delta z}{\Delta t}\boldsymbol{k}=\bar{v}_x\boldsymbol{i}+\bar{v}_y\boldsymbol{j}+\bar{v}_z\boldsymbol{k}.$

(2) 平均速率： $\bar{v}=\dfrac{\Delta s}{\Delta t}\neq|\bar{\boldsymbol{v}}|.$

注意 平均速率描述的是质点运动的平均快慢程度，是标量，一般不等于平均速度的大小.

(3) (瞬时)速度： $\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}.$

瞬时速度简称速度. 瞬时速度的大小称为瞬时速率，简称速率.

(4) (瞬时)速率： $v=|\boldsymbol{v}|=\left|\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$ 或 $v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$

6. 加速度

(1) 平均加速度： $\bar{\boldsymbol{a}}=\dfrac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$

(2) (瞬时)加速度：$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\dfrac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}$

7. 平面极坐标系、自然坐标系

当物体做平面曲线运动时，可利用平面极坐标系或自然坐标系来描述物体的运动情况.

(1) 平面极坐标系：如图 1-1 所示，质点在 A 的位置可由(r,θ)来确定，这种以(r,θ)为坐标的坐标系称为平面极坐标系，它与直角坐标系之间的变换关系为 $x=r\cos\theta, y=r\sin\theta$. 当质点运动时，位矢 $\boldsymbol{r}$、角坐标 θ 随时间而改变，即：$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t), \theta=\theta(t)$.

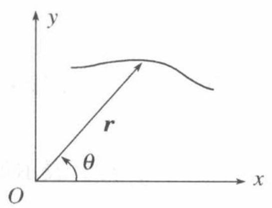


图 1-1

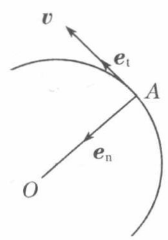


图 1-2

(2) 自然坐标系：如图 1-2 所示，固定在质点上跟随质点一起运动的坐标系，它是以动点 A 为原点、以切向单位矢量 $\boldsymbol{e}_t$ 和法向单位矢量 $\boldsymbol{e}_n$ 建立的二维坐标系. 运动方向为 $\boldsymbol{e}_t$ 正方向.

8. 圆周运动

在平面极坐标系中，质点作圆周运动时，位矢 $\boldsymbol{r}$ 的大小不变，角坐标 θ 随时间而改变，即

θ 是时间的函数,即运动方程 $\theta(t)$.

描述圆周运动的物理量:

(1) 角坐标:θ

(2) 运动方程:$\theta(t)$

(3) 角位移:$\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

(4) 角速度:$\omega=\dfrac{d\theta}{dt}$

(5) 角加速度:$\alpha=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{d^2\theta}{dt^2}$

在自然坐标系中,在圆周运动的轨迹上设定起点和正方向(选运动方向为 $\boldsymbol{e}_t$ 正方向)后,可用曲线的弧长 s 来确定质点的位置. 位置 s 随时间的变化的关系式即为运动方程 $S(t)$.

(6) 线速度:
$$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{e}_t=\frac{ds}{dt}\boldsymbol{e}_t.$$

线速度可简称速度,式中 $v=\dfrac{ds}{dt}$ 称为速率,即线速度的大小.

(7) 加速度:$\boldsymbol{a}=\dfrac{d\boldsymbol{v}}{dt}=\dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t+v\dfrac{d\boldsymbol{e}_t}{dt}=\dfrac{dv}{dt}\boldsymbol{e}_t+\dfrac{v^2}{r}\boldsymbol{e}_n=a_t\boldsymbol{e}_t+a_n\boldsymbol{e}_n=\boldsymbol{a}_t+\boldsymbol{a}_n.$

(8) 切向加速度:

$a_t=\dfrac{dv}{dt}>0$,$\boldsymbol{a}_t$ 的方向与 $\boldsymbol{e}_t$ 方向一致,加速运动.

$a_t=\dfrac{dv}{dt}<0$,$\boldsymbol{a}_t$ 的方向与 $\boldsymbol{e}_t$ 方向相反,减速运动.

(9) 法向加速度:$a_n=\dfrac{v^2}{r}>0$,$\boldsymbol{a}_n$ 方向总是指向圆心,故也称向心加速度.

总加速度 $\boldsymbol{a}$ 的方向总是指向曲线的凹侧.

(10) 角量与线量的关系:$s=r\theta, v=r\omega, a_t=r\alpha, r\omega^2$.

若质点在平面内做一般曲线运动,上面式子中所有半径 r 改为质点所在位置处的曲率半径 ρ 即可.

1.3　学习指导

质点运动学一般可分为二类问题:

(1) 已知运动方程,通过求导运算求速度、加速度等.

(2) 已知加速度和初始条件,通过积分运算求速度、运动方程等.

若已知速度和初始条件,可通过求导求加速度,通过积分求运动方程.

若已知加速度的表示式为 $a(x)$,$a(v)$等,可通过转换积分变量求解.

描述质点运动的位矢、位移、速度、加速度均为矢量,它们不仅有大小,而且有方向,学习时一定要注意矢量和标量的区别,注意矢量的写法、图示法、单位矢量的表示等. 为简便起见或为避免出错,可采用分量式运算、表示.

学习大学物理必须打好高等数学的基础,能熟练掌握求导、积分运算、解微分方程等,注意处理好物理与数学的关系,一方面物理离不开数学,一些物理概念、定义、规律必须通过数

学公式表示，但另一个方面，数学不能取代或掩盖物理的本质意义，一定要弄清物理知识的内涵.

求解物理问题，要学会分析题意，应有明晰的思路和方法，能判断问题的类型和性质，特别要学会画示意图来帮助直观分析解决问题，解题时还应注意答题步骤的表示要清晰、简明，并注意物理量的单位等.

学习大学物理还需注意与中学物理的区别与联系.

1.4 典型例题

例 1－1 已知质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=2t\boldsymbol{i}+(2-t^2)\boldsymbol{j}$(SI)，求：

(1) 质点的轨迹；

(2) 由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内质点的位移和路程；

(3) 质点运动的速度和速率；

(4) 在直角坐标系和自然坐标系中的加速度.

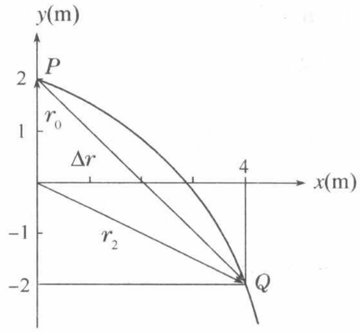


图 1－3

解：(1) 由运动方程可知：$x=2t$，$y=2-t^2$，消去 t 得轨迹方程为：$y=2-\dfrac{x^2}{4}$，此轨迹为抛物线(如图 1－3 所示).

(2) $t=0$ 代入运动方程，$\boldsymbol{r}_0=2\boldsymbol{j}$，质点在 P 点.

$t=2$ 代入运动方程，$\boldsymbol{r}_2=4\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$，质点在 Q 点.

位移：$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_0=4\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$，由 P 指向 Q 的有向线段.

位移的大小：$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{(\Delta x)^2+(\Delta y)^2}=5.66$ m).

对 PQ 弧长取微元 $\mathrm{d}s$，$\mathrm{d}s=\sqrt{(\mathrm{d}x)^2+(\mathrm{d}y)^2}$，由轨迹方程可得 $\mathrm{d}y=-\dfrac{1}{2}x\mathrm{d}x$，由 $t=0$ 到 $t=2$ s 内的路程为

$$S=\int_P^Q \mathrm{d}s=\int_0^4 \frac{1}{2}\sqrt{4+x^2}\,\mathrm{d}x=5.91\ \mathrm{m})$$

(3) 速度：
$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=2\boldsymbol{i}-2t\boldsymbol{j}\,(\mathrm{m/s}).$$

速率：
$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=2\sqrt{1+t^2}\,(\mathrm{m/s}).$$

(4) 在直角坐标系中：
$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-2\boldsymbol{j}\,(\mathrm{m/s^2}).$$

在自然坐标系中：
$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}\,(\mathrm{m/s^2}).$$

$$a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}=\frac{2}{\sqrt{1+t^2}}\,(\mathrm{m/s^2}).$$

$$\boldsymbol{a}=\frac{2t}{\sqrt{1+t^2}}\boldsymbol{e}_t+\frac{2}{\sqrt{1+t^2}}\boldsymbol{e}_n.$$

从本题的求解过程可以看出，当质点做一般曲线运动时，用公式 $a_n=\dfrac{v^2}{\rho}$ 求法向加速度是比较麻烦的，因为曲率半径不容易计算，但是先求出质点的切向加速度和总加速度后，再

利用公式 $a_n=\sqrt{a^2-a_t^2}$ 求法向加速度就比较方便了.

例 1－2　一质点具有加速度 $\boldsymbol{a}=4\boldsymbol{i}+6t\boldsymbol{j}$ (m/s²)，在 $t=0$ 时，其速度为 0，位矢 $\boldsymbol{r}_0=10\boldsymbol{i}$(m)，求：

(1) $t=3$ s 时速度的大小和方向；

(2) 运动方程.

解：(1) 由 $a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=4$，得 $\mathrm{d}v_x=4\mathrm{d}t$，

等式两边积分，由初始条件：$t=0$ 时，$v_{0x}=0$，得

$$\int_0^{v_x}\mathrm{d}v_x=\int_0^t 4\mathrm{d}t \Rightarrow v_x=4t$$

由 $a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=6t$，得 $\mathrm{d}v_y=6t\mathrm{d}t$，

等式两边积分，由初始条件：$t=0$ 时，$v_0y=0$，得

$$\int_0^{v_y}\mathrm{d}v_y=\int_0^t 6t\mathrm{d}t \Rightarrow v_y=3t^2$$

所以速度为　$\boldsymbol{v}=4t\boldsymbol{i}+3t^2\boldsymbol{j}$

将 $t=3$ s 代入，得 $\boldsymbol{v}_3=12\boldsymbol{i}+27\boldsymbol{j}$，

$t=3$ s 时速度的大小为

$$v_3=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{12^2+27^2}\approx 29.5\ \mathrm{m/s}).$$

$\boldsymbol{v}_3$ 与 x 轴之间的夹角为

$$\alpha=\arctan\frac{v_y}{v_x}=\arctan\frac{27}{12}=66°02'$$

(2) 由 $v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4t$，得 $\mathrm{d}x=4t\mathrm{d}t$，

等式两边积分，并由初始条件：$t=0$ 时，$x_0=10$，得：

$$\int_{10}^{x}\mathrm{d}x=\int_0^t 4t\mathrm{d}t \Rightarrow x=2t^2+10$$

由 $v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=3t^2$，得 $\mathrm{d}y=3t^2\mathrm{d}t$，

等式两边积分，并由初始条件：$t=0$ 时，$y_0=0$，得：

$$\int_0^{y}\mathrm{d}y=\int_0^t 3t^2\mathrm{d}t \Rightarrow y=t^3$$

运动方程为：　$\boldsymbol{r}=(2t^2+10)\boldsymbol{i}+t^3\boldsymbol{j}$

例 1－3　一质点在半径为 0.1 m 的圆周上运动，其角位置为 $\theta=2+4t^3$，式中 θ 的单位为 rad，t 的单位为 s，求：

(1) $t=2.0$ s 时质点的角速度、速度；

(2) $t=2.0$ s 时质点的角加速度、切向加速度和法向加速度.

解：(1) 角速度：　$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=12t^2$

速度：　$v=r\omega=1.2t^2$

将 $t=2.0$ s 代入，得：$\omega_2=48$ rad/s)

$$v_2=4.8\ \mathrm{m/s})$$

(2) 角加速度： $$\alpha=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=24t$$

切向加速度： $$a_t=r\alpha=r\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=2.4t$$

法向加速度： $$a_n=r\omega^2=14.4t^4$$

将 $t=2.0$ s 代入，得：$\alpha_2=48\ \mathrm{rad/s^2})$

$$a_{t2}=4.8\ \mathrm{m/s^2})$$

$$a_{n2}=2.30\times10^2\ \mathrm{m/s^2})$$

此题也可以由角量与线量的关系先求出 $s=r\theta=0.2+0.4t^3$，再求出

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=1.2t^2$$

$$\omega=\frac{v}{r}=12t^2$$

角加速度、切向加速度和法向加速度的求解同上，不再赘述.

例 1－4 一质点沿半径为 R 的圆作圆周运动，其初速度为 v_0，切向加速度为 $-b(b>0)$，求：

(1) t 时刻质点的速率；

(2) t 时刻质点的加速度；

(3) 质点停止运动前，共沿圆周运动了多少圈？

解：(1) 由 $a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-b$

得 $\mathrm{d}v=-b\mathrm{d}t$

等式两边积分，并由初始条件：$t=0$ 时，$v=v_0$，得

$$\int_{v_0}^{v}\mathrm{d}v=\int_0^t-b\mathrm{d}t$$

$$v=v_0-bt \tag{1}$$

(2) $a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(v_0-bt)^2}{R}$，又已知 $a_t=-b$

加速度： $$\boldsymbol{a}=-b\boldsymbol{e}_t+\frac{(v_0-bt)^2}{R}\boldsymbol{e}_n$$

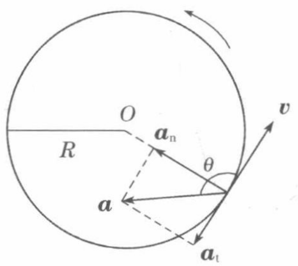


图 1－4

加速度的大小：$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=\frac{1}{R}\sqrt{R^2b^2+(v_0-bt)^4}$

加速度的方向：$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$(即 $\boldsymbol{e}_t$)间的夹角为

$\theta=\arctan\frac{a_n}{a_t}=\arctan\frac{-(v_0-bt)^2}{Rb}$(如图 1－4 所示)

(3) 由 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0-bt$

得：$\mathrm{d}s=(v_0-bt)\mathrm{d}t$

等式两边积分，并由初始条件：$t=0$ 时，$s_0=0$，得

$$\int_0^s\mathrm{d}s=\int_0^t(v_0-bt)\mathrm{d}t$$

$$s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2 \tag{2}$$

由(1)式，令 $v=0$ 得停止运动所需时间 $t=\frac{v_0}{b}$，代入(2)式，得：

$$s=\frac{v_0^2}{2b}$$

质点停止运动前运动的圈数：　　$n=\frac{s}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi bR}$

例 1－5　已知质点的运动方程为 $x=R\cos\omega t$，$y=R\sin\omega t$，式中，R 和 ω 均为常数. 试求：

(1) 轨道方程；

(2) 任意时刻的速度和速率；

(3) 任意时刻的加速度.

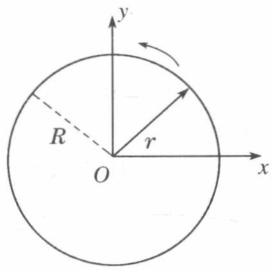


图 1－5

解：(1) 由已知运动方程，消去 t 即可得轨道方程：

$$x^2+y^2=R^2$$

轨迹是以坐标原点为圆心，以 R 为半径的圆. 如图 1－5 所示.

(2) 由已知条件，可得

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-R\omega\sin\omega t$$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=R\omega\cos\omega t$$

任意时刻的速度为

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}=-R\omega\sin\omega t\boldsymbol{i}+R\omega\cos\omega t\boldsymbol{j}$$

任意时刻的速率(速度的大小)为

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(-R\omega\sin\omega t)^2+(R\omega\cos\omega t)^2}=R\omega$$

此为常量，说明质点作匀速率圆周运动.

速度的方向可用 $\boldsymbol{v}$ 和 x 轴正方向的夹角 θ 表示

$$\tan\theta=\frac{v_y}{v_x}=\frac{R\omega\cos\omega t}{-R\omega\sin\omega t}=-\cot\omega t$$

由此式可知，速度的方向与半径垂直，即为沿圆周上某点的切线方向.

(3) 任意时刻质点的加速度为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=-R\omega^2\cos\omega t\boldsymbol{i}-R\omega^2\sin\omega t\boldsymbol{j}=-\omega^2\boldsymbol{r}$$

“－”号表示加速度的方向与 $\boldsymbol{r}$ 方向相反，即始终指向圆心.

加速度的大小为

$$a=\sqrt{(-R\omega^2\cos\omega t)^2+(-R\omega^2\sin\omega t)^2}=R\omega^2$$

这就是质点做匀速率圆周运动时的向心加速度.

求加速度还可用另一种更简便的方法，用上面已求得的速率 $v=R\omega$，求切向加速度和法向加速度分别为

$$a_t=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0,\quad a_n=\frac{v^2}{R}=R\omega^2$$

得加速度的大小为 $$a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=R\omega^2$$

切向加速度为零，只有法向加速度，总加速度为法向加速度，方向沿半径指向圆心，说明质点做匀速率圆周运动.

1.5 练习题

一、选择题

1. 若以时钟的时针为参照系，则分针转一圈所需要的时间是 (　　)

A. 55 分　　B. $65\frac{5}{11}$分　　C. $65\frac{1}{4}$分　　D. $55\frac{5}{13}$分

2. 一质点沿半径为 R 的圆周运动一周回到原地，它在运动过程中位移和路程大小的最大值分别为 (　　)

A. $2\pi R, 2\pi R$　　B. $2\pi R, 2R$　　C. $2R, 2\pi R$　　D. $0, 2\pi R$

3. 一质点沿 x 轴上运动的规律是 $x=t^2-4t+5$，其中 x 以 m 计，t 以 s 计，前 3 s 内它的 (　　)

A. 位移和路程都是 3 m　　B. 位移和路程都是 −3 m

C. 位移是 −3 m，路程是 3 m　　D. 位移是 −3 m，路程是 5 m

4. 一运动质点在某瞬时位于位矢 $\boldsymbol{r}(x,y)$ 的端点处，其速度大小为 (　　)

A. $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　B. $\frac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　　C. $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　　D. $\sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

5. 质点做曲线运动，其速度为 $\boldsymbol{v}$，速率为 v，某一时间内的平均速度为 $\bar{\boldsymbol{v}}$，平均速率为 $\bar{v}$，它们之间的关系必定有 (　　)

A. $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$　　B. $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$

C. $|\boldsymbol{v}|=v, |\bar{\boldsymbol{v}}|\neq\bar{v}$　　D. $|\boldsymbol{v}|\neq v, |\bar{\boldsymbol{v}}|=\bar{v}$

6. 某质点做直线运动的运动方程为 $x=t^3+5t+6$，则该质点做 (　　)

A. 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

B. 匀加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

C. 变加速直线运动，加速度沿 x 轴正方向

D. 变加速直线运动，加速度沿 x 轴负方向

7. 一质点在 xOy 平面内运动，其运动方程为 $x=at, y=b+ct^2$，式中 a、b、c 均为常数. 当质点的运动方向与 x 轴成 45°角时，它的速率为 (　　)

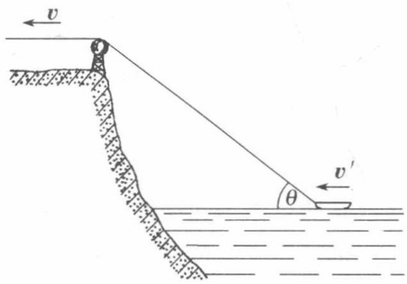
A. a　　B. $\sqrt{2}a$

C. $2c$　　D. $\sqrt{a^2+4c^2}$

8. 如图所示，一人用缆绳牵引小船靠岸，设水平的牵引速度 $\boldsymbol{v}$ 为常量，岸高为 h，则小船作 (　　)

A. 匀速运动　　B. 匀变速运动

C. 加速运动　　D. 减速运动



选 8 题图

9. 一质点在平面上运动，已知质点位置矢量的表示式为 $\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$（其中 a、b 为常量），则该质点做　（　　）

A. 匀速直线运动　　B. 变速直线运动

C. 椭圆运动　　D. 一般曲线运动

10. 沿直线运动的物体，其速率与时间成反比，则其加速度大小与速率的关系是（　　）

A. 与速率成正比　　B. 与速率平方成正比

C. 与速率成反比　　D. 与速率平方成反比

11. 小球沿斜面向上运动，其运动方程为 $x=5+4t-t^2$(SI)，则小球运动到最高点的时间是　（　　）

A. $t=4$ s　　B. $t=2$ s　　C. $t=8$ s　　D. $t=5$ s

12. 一质点在 Oy 轴上运动，其运动方程为 $y=4t^2-2t^3$，则质点返回原点时的速度和加速度分别为　（　　）

A. 8 m/s，16 m/s²　　B. −8 m/s，16 m/s²

C. −8 m/s，−16 m/s²　　D. 8 m/s，−16 m/s²

13. 一质点沿 x 轴运动，其运动方程为 $x=5t^2-3t^3$，式中时间 t 以 s 为单位，当 $t=2$ s 时，该质点正在　（　　）

A. 加速　　B. 减速　　C. 匀速　　D. 静止

14. 一质点沿 x 轴做直线运动，运动方程为 $x=-t^2+2t+3$(SI)，则其初速度和正最大位移分别为　（　　）

A. −2 m/s，6 m　　B. 2 m/s，4 m　　C. 1 m/s，4 m　　D. 2 m/s，3 m

15. 物体从 H 高处做自由落体运动，着地后被地面反弹向上，设反弹后的速度大小是着地时的速度大小的 80%，则反弹后可以升高到　（　　）

A. $0.96H$　　B. $0.80H$　　C. $0.75H$　　D. $0.64H$

16. 一质点做直线运动，某时刻的瞬时速度 $v=2$ m/s，瞬时加速度 $a=-2$ m/s²，则一秒后质点的速度等于　（　　）

A. 0　　B. −2 m/s　　C. 2 m/s　　D. 不能确定

17. 以下四种运动，加速度保持不变的是　（　　）

A. 单摆的运动　　B. 匀速圆周运动

C. 变加速直线运动　　D. 抛体运动

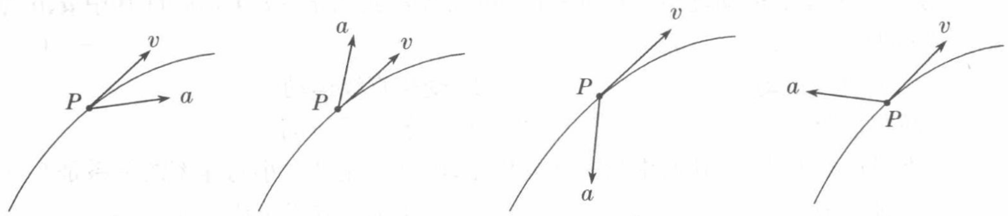
18. 一质点的运动方程为：$\boldsymbol{r}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$，式中 R、ω 为正常数. 从 $t=\dfrac{\pi}{\omega}$ 到 $t=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 时间内，该质点的位移是　（　　）

A. $-2R\boldsymbol{i}$　　B. $2R\boldsymbol{i}$　　C. $-2\boldsymbol{j}$　　D. 0

19. 一质点的运动方程为：$\boldsymbol{r}=R\cos\omega t\boldsymbol{i}+R\sin\omega t\boldsymbol{j}$，式中 R、ω 为正常数. 从 $t=\dfrac{\pi}{\omega}$ 到 $t=\dfrac{2\pi}{\omega}$ 时间内，该质点的路程是　（　　）

A. $2R$　　B. πR　　C. 0　　D. $\pi R\omega$

20. 下图中正确表示质点在曲线轨迹上 P 点的运动未减速的图是　（　　）



A.　　B.　　C.　　D.

选 20 题图

21. 下列表达中正确的是 (　　)

A. 做曲线运动的物体,必有切向加速度

B. 做作曲线运动的物体,必有法向加速度

C. 具有加速度的物体,其速率必随时间改变

D. 以上说法都不正确

22. 质点在做半径为 R 的变速圆周运动,v 表示任一时刻质点的速率,则任一时刻质点的加速度大小为 (　　)

A. $\dfrac{dv}{dt}$　　B. $\dfrac{v^2}{R}$　　C. $\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{v^2}{R}$　　D. $\sqrt{\left(\dfrac{dv}{dt}\right)^2+\dfrac{v^4}{R^2}}$

23. 质点沿半径为 R 的圆周按下列规律运动:路程(弧长)$s=bt-\dfrac{1}{2}ct^2$,式中 b,c 为正的常量,且$\dfrac{b^2}{c}<R$. 则在切向加速度与法向加速度数值达到相等以前经历的时间是 (　　)

A. $\dfrac{b}{c}+\sqrt{\dfrac{R}{C}}$　　B. $\dfrac{b}{c}-\sqrt{\dfrac{R}{C}}$　　C. $\dfrac{b}{c}-CR^2$　　D. $\dfrac{b}{c}+CR^2$

24. 两物体以相同的初速率 v_0 做斜抛运动,物体 1 的抛射角为 60°,物体 2 的抛射角为 45°,这两抛物线最高点的曲率半径之比 $\rho_1:\rho_2$ 应为 (　　)

A. $1:2$　　B. $1:\sqrt{2}$　　C. $2:1$　　D. $\sqrt{2}:1$

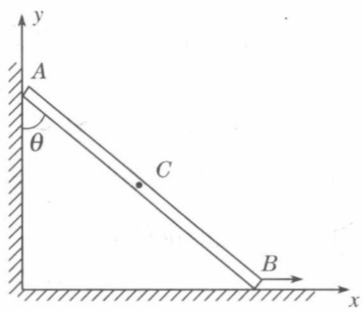
25. 一细直杆 AB,竖直靠在墙壁上,B 端沿水平方向以恒定速率 v 滑离墙壁,则当细杆运动到图示位置时,细杆中点 C 的速度 (　　)

A. 大小为$\dfrac{v}{2}$,方向与 B 端运动方向相同

B. 大小为$\dfrac{v}{2}$,方向与 A 端运动方向相同

C. 大小为$\dfrac{v}{2}$,方向沿杆身方向

D. 大小为$\dfrac{v}{2\cos\theta}$,方向与水平方向成 θ 角



选 25 题图

二、填空题

1. 已知质点的运动方程为 $x=3t, y=2t^2$. 则质点的轨迹方程为__________;且在第 2 s 内的位移为 $\Delta \boldsymbol{r}=$__________.