

现代物理基础丛书

85

介观电路的量子理论与量子计算

梁宝龙 王继锁 著



科学出版社

现代物理基础丛书 85

介观电路的量子理论与 量子计算

梁宝龙 王继锁 著



科学出版社

北京

内 容 简 介

本书首先简要介绍了介观电路量子化中所用到的量子力学基础、两体系统纠缠态以及开放系统的密度算符主方程表示;然后重点介绍了一些典型介观电路的量子化方法、Wigner 算符理论、广义 Hellmann-Feynman 定理和不变本征算符法在介观电路量子化中的应用以及含约瑟夫森结介观电路的量子化与量子计算等;鉴于量子态在介观电路研究中的重要性,最后简要介绍了光场的非经典效应及常见非经典态。

本书内容丰富,层次分明,数学推导简洁,可供物理学、计算机科学等相关专业本科高年级学生、研究生及相关科研人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

介观电路的量子理论与量子计算/梁宝龙,王继锁著. —北京:科学出版社, 2018. 6

(现代物理基础丛书)

ISBN 978-7-03-057430-5

I. ①介… II. ①梁…②王… III. ①介观物理-电路-量子论 IV. ①TM13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2018) 第 101941 号

责任编辑:周 涵/责任校对:彭珍珍

责任印制:张 伟/封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 6 月第一次印刷 印张:14 3/4

字数:298 000

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《现代物理基础丛书》编委会

主 编 杨国桢

副主编 阎守胜 聂玉昕

编 委 (按姓氏笔画排序)

王 牧 王鼎盛 朱邦芬 刘寄星

杜东生 邹振隆 宋菲君 张元仲

张守著 张海澜 张焕乔 张维岩

侯建国 侯晓远 夏建白 黄 涛

解思深

前 言

量子计算机基于量子力学原理进行计算, 具有量子并行计算的优势, 其强大的功能远远超越现有经典计算机. 由于具有易于集成可实现大规模化的优点, 固态量子计算已逐渐成为量子信息与凝聚态物理学中的前沿研究领域. 而基于约瑟夫森结 (Josephson junction) 的超导器件由于呈现宏观量子效应, 其好的量子相干性非常适合制备量子比特, 因此, 利用此类超导器件来实现固态量子计算被认为是具有较大潜力的方案. 而在基于约瑟夫森结的介观电路中不可避免地包含电容、电感等基本电路元件, 所以, 对由这些电路元件所构成的基本介观电路展开理论研究, 可以为进一步研究更为复杂的介观电路打下良好基础, 并为这一领域的实验研究提供理论参考.

本书选取包含电容、电感和电阻等电路元件在内的基本介观电路以及基于约瑟夫森结的电荷量子比特、磁通量子比特和相位量子比特为研究对象, 给出了这些体系的量子化方案, 分析了存在于这些体系中的量子纠缠现象和退相干机制.

本书第 1 章简要概述了介观物理这一研究领域的发展历史、介观体系的几个重要特征以及约瑟夫森结的动力学机制. 第 2 章介绍了从事介观电路理论研究所用到的量子力学基础知识. 第 3 章系统介绍了两体系统纠缠态的定义、分类、纠缠判据以及量子纠缠的应用. 第 4 章简要介绍了开放介观电路体系的密度算符表述以及密度算符主方程. 第 5 章基于正则量子化方法, 借助热纠缠态表象和 Wigner 算符理论, 重点讨论了介观 LC 电路的量子化及量子效应. 第 6 章以含有耦合的介观双 LC 电路为例, 详细论述了如何应用广义 Hellmann-Feynman 定理分析介观电路的热效应以及如何应用不变本征算符法讨论介观电路所涉及的能级跃迁问题. 第 7 章是本书的重点, 首先, 简要介绍了由约瑟夫森结实现的三类超导量子比特: 电荷量子比特、磁通量子比特以及相位量子比特; 其次, 提出了包含约瑟夫森结介观电路的库珀对数-相差量子化方案; 再次, 分析了存在耦合的两电荷量子比特体系中的量子纠缠现象; 最后, 讨论了受外界环境影响的磁通量子比特的退相干. 第 8 章, 鉴于量子态对于介观电路研究的重要性, 简要介绍了光场的非经典效应及常见非经典态.

本书内容丰富, 层次分明, 方法新颖、系统, 数学推导简洁. 希望本书能为相关专业高年级本科生、研究生及科研人员提供相关内容的学习参考. 通过对本书的系统学习能够了解从事介观电路理论研究所需基础知识和基本分析方法.

我的硕士导师、曲阜师范大学博士生导师王继锁教授为本书的修改和完善倾

注了大量心血. 在本书的写作过程中, 中国科学技术大学范洪义教授给予了很多无私的帮助和有益的指导, 聊城大学孟祥国副教授提出了许多有价值的建议. 科学出版社的各位编辑为本书的出版做了很多工作. 此外, 本书的研究工作得到了国家自然科学基金项目(批准号:11147009,11244005,10574060)和山东省自然科学基金项目(编号:ZR2012AM004,ZR2016AM03,Y2008A23,Y2002A05)及聊城大学研究项目(编号:LDSY2014027)的资助. 同时, 还得到了山东省光通信科学与技术重点实验室的大力支持. 在此一并表示诚挚的感谢. 最后, 还要感谢我的妻子和女儿, 没有她们的理解和支持, 很难想象能够顺利完成如此繁重的工作.

由于作者水平有限, 书中难免存在不足之处, 热忱欢迎广大读者批评指正.

梁宝龙

2018年2月于聊城大学

目 录

前言

第 1 章 绪论	1
1.1 介观物理知识简介	1
1.1.1 两种散射和弱局域电性	2
1.1.2 普适电导涨落	3
1.1.3 量子点的物理特征	3
1.2 约瑟夫森结动力学和电路	4
1.2.1 约瑟夫森结	4
1.2.2 约瑟夫森结电流的成分	5
1.2.3 描述约瑟夫森结的几个常见概念	8
1.2.4 约瑟夫森结等效模型	9
参考文献	11
第 2 章 量子力学基础知识	13
2.1 量子力学描述的三种绘景	13
2.2 正则量子化	16
2.2.1 拉格朗日方程和哈密顿正则方程	16
2.2.2 经典泊松括号与量子泊松括号	20
2.2.3 正则量子化方法	22
2.3 正规乘积内的积分技术简介	24
2.3.1 坐标表象、动量表象	25
2.3.2 正规乘积的性质	27
2.3.3 正规乘积内的积分技术	29
2.3.4 双模坐标正则变换	32
2.4 反正规乘积内和 Weyl 编序内的积分技术	34
2.4.1 反正规乘积内的积分技术	34
2.4.2 Weyl 编序内的积分技术	35
2.5 不变本征算符法	36
2.6 准概率分布函数	38
2.6.1 三类算符编序规则	38
2.6.2 Wigner 函数	40

2.6.3	Glauber-Sudarshan P 函数	42
2.6.4	Husimi-Kano Q 函数	42
2.6.5	s 参量相空间分布函数	43
2.7	常用近似方法	43
2.7.1	马尔可夫近似	44
2.7.2	旋波近似	45
2.7.3	绝热近似	47
2.7.4	偶极近似	48
2.7.5	WKB 近似	49
2.7.6	变分法	51
2.7.7	玻恩-奥本海默近似	53
2.7.8	近自由电子近似和紧束缚近似	55
2.7.9	鞍点近似法	57
	参考文献	57
第 3 章	两体系统纠缠态及其应用	59
3.1	两体系统纠缠态	60
3.1.1	两体系统量子态分类	60
3.1.2	量子纠缠态的定义	60
3.1.3	两体系统量子纠缠判据	61
3.1.4	纠缠度的几种形式	63
3.1.5	两体系统量子纠缠态	66
3.2	诱导两体系统量子纠缠态	68
3.3	量子纠缠的应用	70
3.3.1	量子隐形传态	71
3.3.2	量子超密编码	73
3.3.3	量子密钥共享	74
	参考文献	76
第 4 章	开放介观电路的密度算符表述	78
4.1	密度算符	78
4.1.1	量子系统纯态和混合态	79
4.1.2	密度算符的定义及性质	80
4.2	约化密度算符	83
4.3	密度算符主方程	84
4.4	密度算符主方程的求解	87
4.4.1	C 数等效法	87

4.4.2	超算符法	89
	参考文献	93
第 5 章	介观 LC 电路的量子效应及 Wigner 算符理论	94
5.1	无耗散介观 LC 电路的量子化及量子效应	94
5.1.1	Louisell 的无耗散含源介观 LC 电路量子化方案	94
5.1.2	介观 LC 回路数-相量子化及其流算符方程	97
5.1.3	无耗散含源介观 LC 电路的低能近似解	99
5.2	耗散介观 LC 电路的量子化及量子效应	103
5.2.1	热场动力学	103
5.2.2	热纠缠态表象	104
5.2.3	介观 RLC 电路的量子化及其热效应	105
5.3	介观 LC 电路的 Wigner 算符理论	108
5.3.1	Weyl 对应规则	108
5.3.2	介观 LC 电路在有限温度下的 Wigner 函数及其边缘分布	109
	参考文献	111
第 6 章	介观电路量子化中的广义 Hellmann-Feynman 定理及 不变本征算符法	113
6.1	介观双 LC 电路的量子化及量子效应	113
6.1.1	有互感电感耦合介观 LC 电路的量子化	113
6.1.2	考虑电荷离散性的介观电感耦合电路的量子化	119
6.2	用广义 Hellmann-Feynman 定理讨论介观电路的热效应	124
6.2.1	Hellmann-Feynman 定理	124
6.2.2	广义 Hellmann-Feynman 定理	126
6.2.3	含有复杂耦合的介观 RLC 电路的热效应	127
6.2.4	含有复杂耦合的介观 LC 电路的热效应	131
6.3	介观电路能级跃迁的选择定则	136
6.3.1	选择定则	136
6.3.2	电容耦合介观 LC 电路能级跃迁的选择定则	137
	参考文献	141
第 7 章	含约瑟夫森结介观电路的量子化与量子计算	142
7.1	由约瑟夫森结实现的三类超导量子比特	143
7.1.1	超导电荷量子比特	143
7.1.2	超导磁通量子比特	147
7.1.3	超导相位量子比特	151
7.2	含约瑟夫森结介观电路库珀对数-相差量子化	154

7.2.1	电容耦合双超导电荷量子比特体系的库珀对数-相差量子化	154
7.2.2	包含耦合约瑟夫森结的介观 LC 电路的修正约瑟夫森方程	159
7.3	电容耦合两电荷量子比特体系的量子化与量子计算	164
7.3.1	电容耦合两电荷量子比特体系的量子纠缠与拉比振荡	164
7.3.2	电容耦合基于 SQUID 电荷量子比特体系的量子纠缠与控制	169
7.3.3	电容耦合 SQUID 电荷量子比特中自感与互感的角色	178
7.4	分别与玻色库和自旋库耦合的磁通量子比特的退相干	186
	参考文献	195
第 8 章	光场的非经典效应及常见非经典态	198
8.1	光场非经典效应	199
8.1.1	压缩效应	199
8.1.2	亚泊松分布	201
8.1.3	反聚束效应	202
8.2	常见非经典态	203
8.2.1	粒子数态	203
8.2.2	相干态	204
8.2.3	f -谐振子非线性相干态	207
8.2.4	奇偶非线性相干态	208
8.2.5	压缩态	209
8.2.6	热态	210
8.2.7	新型量子态的构造及研究方法	211
	参考文献	211
附录	常用特殊公式	214
索引		219
《现代物理基础丛书》已出版书目		

第1章 绪 论

1.1 介观物理知识简介

随着社会生产力不断发展和科学技术水平的不断提高,人类对物质系统的认识也是逐渐深入、无限发展的,由起初人们只能用肉眼看到的系统,逐步发展到两个不同层次的领域——宏观领域和微观领域.宏观领域是指以人们肉眼所能看到的物质系统作为该领域所认识的物质系统在大小上的下限,向上没有上限,其尺度范围通常是从微米数量级到宇宙天体.对于宏观物质系统的研究,通常借助于统计力学的方法来考察大量粒子的平均性质.而微观领域指的是以分子和原子作为该领域所能认识的物质系统在大小上的上限,向下可以到无限可分的基本粒子,其尺度范围约为原子线度(10^{-10}m)数量级.对于微观粒子,原则上可以对薛定谔方程进行严格的或近似的求解.然而,近十几年来人们研究发现,介于宏观下限和微观上限这个过渡区间还存在一个比微米更小,但又比原子、分子更大的物质世界,它们表现出一些既不同于宏观世界而又区别于微观世界的较特殊的物理现象和性质,这便是所谓的介观物质系统^[1].“介观”(mesoscopic)一词最早出现于 van Kampen 1976年关于随机过程的文章中^[2].衡量一个系统是否是介观系统(mesoscopic system)的标准称为介观尺度,通常文献中指的是相当于或小于粒子的相位相干长度 L_φ 的小尺度^[3].处于介观尺度的材料,尽管含有大量粒子,但是粒子的数量又没有多到可以忽略统计涨落的程度.这种统计涨落被称为介观涨落,是介观系统的一个重要特征.介观系统的另一个重要特征是其物理可观测性中明显地呈现出量子相位相干的效应,这使得它与微观体系一样,所遵从的物理规律依然是以量子力学为基础的.规律与尺度特征的结合,使得介观系统的物理属性表现出既不属于原子尺度也不是宏观大系统的行为,而是有着独特和新奇的性质.

亚微米加工技术和分子束外延生长技术的发展为人们开辟了一个新的天地——介观物理学^[4],它以介观体系独有的物理属性为研究对象,现已成为当代物理学中一个十分活跃的前沿领域.习惯上,人们通常把纳米尺度下的电路称为介观电路,它是介观物理的一个重要分支.近几十年来,这一分支引起了人们的极大关注^[5-12].这主要缘于几个方面:其一,介观电路呈现出量子力学特征.从基础研究的角度来看,为物理学工作者提供了新的研究领域.其二,介观电路接近宏观尺度,可以在实验室里制作这种尺度的器件并进行常规的物理测量.从应用前景来看,为将来实现大规模产业化提供了可能性.其三,从当前电子产业的发展趋势来看,集

成电路高度集成化的发展趋势要求电路和微电子器件的尺寸不断缩小,当器件的尺寸缩小到逼近量子特征长度 $\zeta = h/\sqrt{2mE}$ (即器件中电子的德布罗意波长,式中 h 为普朗克常量, m 为电子质量, E 为电子动能) 时,量子效应将变得非常显著,以至于不能再像大尺度范围下那样可以忽视.正是在这种微加工技术迅猛发展而传统的电子器件已日益接近其工作原理的物理极限的情形下,基于量子力学原理的量子计算与量子信息科学应运而生.对介观电路开展理论和实验研究将对量子计算和量子信息这一新兴科学领域的理论研究和实际开发起到积极的推动作用.

下面简要介绍一下介观体系的几个重要特征以及与之相关的一些新奇的物理现象.

1.1.1 两种散射和弱局域电性

微观粒子具有波粒二象性,在量子力学中,其运动状态由波函数来描写,此类波函数同经典的波函数一样,满足态叠加原理.因而,微观粒子有类似于波的一些行为:如干涉、衍射等.但为什么针对通常的宏观系统的物理测量中,与相位相关的相位特征没有被观测到呢?这是因为通常的宏观系统由大量的微观粒子所组成,系统的空间尺度远大于粒子的德布罗意波长,这些粒子的波函数之间缺乏足够的相干性,所得测量结果是相位信息在所有关联性较差的粒子波函数之间的平均值,故无法有效观测.

当量子理论应用到固体中后,发展成了固体量子论.固体量子理论的一个历史性的成功就是正确地指出晶体的电阻是由晶体中无规则分布的杂质所引起的.这些杂质可以是晶体中的掺杂和缺陷、固体中的晶格振动(称为声子).虽然,对每一个电子的散射是对波的散射,但是由于杂质的分布是无规则的,散射波之间不具有相位相关性,从而可以把电子当成有一定动量和位置的经典粒子来处理,描写晶体的电阻一般是用相空间中的玻尔兹曼方程.

在电子的输运过程中,对于具有时间反演性的散射势而言,尽管各次散射是无规则的,但是在波矢空间中,散射途径与散射振幅却总是相干的.两个相干波函数叠加后的波函数的模方并不等于各自的模的平方和,如果二者相等,就意味着相干性的消失.这时,如果不考虑电子散射的相位相干性,就会导致与实验不相符的结果.研究导体中载流子波函数相位相干性,特别是涉及一对时间反演对称的无规行走的闭合路径的干涉对输运过程的影响,常称为弱局域化的研究^[4].

弱局域化的研究,特别是对弱局域化电性的研究,使人们认识到弹性散射与非弹性散射的本质区别.如果载流子被弹性散射,如杂质散射,尽管散射过程很复杂,但是入射波和散射波的相位仍旧具有确切的关联性,从而保存了原来的相位记忆,或者说弹性散射不破坏波函数的相干性.非弹性散射则不同,载流子在散射前后能量发生改变,由于能量是和相位相联系的,这必然造成载流子波函数相位的无规则

变化,从而破坏了波函数的相干性.也就是说,一旦发生非弹性散射,载流子波函数先前的相位相干性便会被破坏.于是,可以用载流子在连续两次散射之间所通过的自由路径的平均值定义一个有物理意义的尺度,称为相位相干长度.在文献上,把尺度相当于或小于相位相干长度的小尺寸体系称为介观体系.

1.1.2 普适电导涨落

实验发现,对于小的金属样品,在低温下,作为磁场函数的电导呈现非周期性的涨落.而在金属性介观样品中所观察到的电导涨落具有如下特征:

(1) 电导涨落与时间无关,呈现非周期性.

(2) 电导涨落是样品特有的,每一特定的样品有自身特有的涨落图样,对于给定的样品,在保持宏观条件不变的情况下,其涨落图样是可以重现的.因而,样品的涨落图样被称为样品的指纹.

(3) 电导涨落与样品的材料、尺寸、无序程度、电导平均值的大小无关.理论研究表明,电导涨落的大小与样品形状及空间维数只有微弱的依赖关系.

正是由于电导涨落的这种普适性,所以才称之为普适电导涨落.

1.1.3 量子点的物理特征

纳米结构是指在三维空间的一维或多维处在纳米尺度的系统.而就半导体范畴而言,如果电子(或空穴)在空间上被限制在很细的一维线状区域内运动,则该区域的横向尺度处在纳米尺度,电子(或空穴)的行为表现出一维特征,此类纳米结构称为量子线(quantum wire).其导电性质受到量子效应的影响,传导电子(或空穴)在切向上受到量子束缚,切向能量呈现量子化: E_0 (“基态”能量)、 E_1 (“激发态”能量),……,这会导致量子线的电阻不能用传统的公式获得,而必须通过对横向能量的精确计算来获得,而且必然是量子化的.如果在空间的三个维度方向上都限制电子(或空穴)的运动,使之产生更强的量子约束效应(quantum confinement effect),能量在三个方向上都是量子化的,此类结构被称为量子点(quantum dot).对量子点的研究成为当今量子计算和量子信息科学研究领域的热点问题之一.下面重点介绍一下量子点.它主要具有以下几个特征:

(1) 量子约束效应.量子点不是一个点,而是尺寸大小为纳米量级的一个三维点状物,其三个维度的尺寸都在100nm以下,传导电子(或空穴)就被限制在这个点状物内.量子点的物理行为像一个原子^[13],例如,电子在量子点中的能态具有类原子的分立能级特点,电子的填充规律也服从洪德定则^[14].因此,有时称量子点为“人造原子”、“超晶格”、“超原子”或“量子点原子”.

(2) 隧穿电容结构中的库仑阻塞现象^[1].量子点中,由于电子被束缚在相对较小的区域内,电子与电子之间的库仑相互作用比较强.若电子要隧穿量子点,首先

要克服量子点中已有的其他电子的排斥作用. 这里, 可对量子点的电容作大体估计. 根据量子点的尺寸, 可以认为量子点的粒径为 $R = 10^{-7}\text{m}$ 的量级, 由孤立导体球的电容公式 $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon_r R$ 可以估计量子点的隧穿电容大约为 10^{-18}F 的量级. 当量子点中填充的电荷改变一个电子电量 e 时, 电势能的变化量 e^2/C 可能会达到几十个 meV , 相对于它的量子化能量和热运动能量 $k_B T$ (k_B 为玻尔兹曼常量, T 为绝对温度) 来说已不可忽略. 在外电压下, 当一个电子由负极隧穿到量子点中, 就会引起电势改变 $e/(2C)$, 这个电势阻止了第二个电子从负极隧穿到量子点中去, 于是就出现了库仑阻塞现象.

(3) 宏观量子隧道效应. 前面已提到量子点在其三个维度的尺寸都在 100nm 以下, 100nm 被认为是微电子技术发展的极限, 电子在纳米尺度空间中运动, 物理线度与电子平均自由程相当. 在这种情况下, 载流子的运动不再遵循经典粒子所遵循的玻尔兹曼方程, 而是表现出明显的波动性, 完全遵从量子力学波动方程, 表现出量子隧道效应. 在隧穿问题的研究中, 人们最感兴趣的是双势垒共振隧穿效应. 比如, 在正常金属/超导结中插入量子点, 电子在通过系统的输运过程中就展现出共振隧穿现象. 共振隧穿可分为两类: 相干隧穿 (coherent tunneling) 和顺序隧穿 (sequential tunneling). 相干隧穿指的是载流子在整个隧穿过程中相位始终保持相干; 而顺序隧穿指的则是双势垒结构的隧穿是两个依次进行的隧穿过程, 二者之间无相位关联.

1.2 约瑟夫森结动力学和电路

1.2.1 约瑟夫森结

1962 年, 剑桥大学的学生约瑟夫森 (Brian D. Josephson) 在分析两个超导体间的接合处会发生什么现象时注意到^[15]: 以一薄层绝缘材料连接两个超导体, 如图 1.2.1 所示, 这种结构后来被称为约瑟夫森结. 若绝缘层较厚, 则电子无法穿过它, 但是, 若绝缘层足够薄, 则电子有相当大的概率穿过绝缘层. 约瑟夫森分析了这种情况, 从理论上预言了存在于此结构中的一些奇妙的现象.

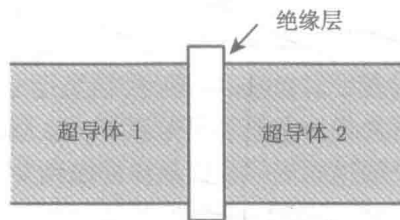


图 1.2.1 两超导体由一薄绝缘层连接结构

(1) 当约瑟夫森结两端电压 V 为零时, 其中仍旧存在微弱的超导电流 I_S , 该电流不是电压 V 的函数, 而是结两端超导态波函数相位差 φ 的函数, 即

$$I_S = I_c \sin \varphi, \quad (1.2.1)$$

式中, $I_c = \frac{2eE_J}{\hbar}$ 为约瑟夫森结临界电流; E_J 为约瑟夫森结耦合能. 式 (1.2.1) 通常被称为约瑟夫森第一方程, 也称电流方程.

(2) 而约瑟夫森结两极板超导波函数间相差 φ 却与 V 相联系, 二者之间满足下面关系:

$$\dot{\varphi} = \frac{2\pi}{\Phi_0} V, \quad (1.2.2)$$

式中, $\Phi_0 = \frac{h}{2e} \approx 2.0678 \times 10^{-15} \text{Wb}$ 为磁通量子. 由式 (1.2.2) 可见, 当 $V \neq 0$ 时, 超导电流为交变的, 其角频率 $\omega = \dot{\varphi}$ 与电压相关. 式 (1.2.2) 通常被称为约瑟夫森第二方程, 也称电压方程.

由超导知识可知, 低温下的超导电流的载体是两个动量方向相反、自旋指向相反的相互关联的电子对——库珀对 (Cooper-pair). 费恩曼给出了解释约瑟夫森结微观机制的一个简洁易懂、形式优美的陈述^[16]. 他认为其基础是:“电子的行为, 以这种或那种的方式, 是成对地表现的, 我们可以把这些‘对’想象为粒子, 于是就可以谈及‘对’的波函数.”他又说:“一个束缚对行为宛如一个玻色粒子”“既然电子对是玻色子, 当它们中有许多处在一个给定的态时, 其他对就会有很大的机会也趋于这个态. 于是几乎所有的对会精确地‘锁’在同一个最低能量的态上……”“我们可以预期所有的对在同一个态上运动”. 理解费恩曼以上叙述的意思, 可以体会到, 库珀对聚集成为一个“凝聚体”, 其行为宛如玻色凝聚, 所以可把库珀对看成玻色子, 并可以采用波函数来描述.

1.2.2 约瑟夫森结电流的成分

一般情况下, 流约瑟夫森结的电流包括^[17]: 超导电流 (superconducting current) I_S 、正常电流 (normal current) I_N 、位移电流 (displacement current) I_D 和涨落电流 (fluctuation current) I_F , 即, $I = I_S + I_N + I_D + I_F$. 只有在一些特定情形下, 电流 I 才近似地等于 I_S .

1. 正常电流 I_N

有限温度下, 约瑟夫森结中的载流子存在热运动, 其中的一些“凝聚体”——库珀对被打破, 形成一些正常电子, 在约瑟夫森结中就形成库珀对与正常电子共存的状态. 这种状态的存在使得超导体中正常电子 (normal electrons) 与一般常导金属中电子的属性有所差别, 这种电子通常被称为准粒子 (quasiparticle). 处于超导态

的约瑟夫森结两极板间电压 $V = 0$, 准粒子无法定向移动而形成正常电流 I_N . 但如果约瑟夫森相 φ 随时间发生变化, V 不再等于零, 正常电流便出现了. 这种状态被称为约瑟夫森结的电阻态 (resistive state, 简称 R 态). 处于 R 态下的正常电流 I_N 具有两个特点: 第一, 当温度 T 小于但接近超导临界温度 T_c 时, 库珀对的结合能 2Δ (能隙, energy gap) 变得比热运动能量 $k_B T$ 小得多, 正常电子的密度接近它在 $T > T_c$ 的正常态的数值. 这种情况下, I_N - V 关系近似满足通常的欧姆定律 (Ohm's law):

$$I_N = G_N V, \quad (1.2.3)$$

式中, $G_N = R_N^{-1}$ 为约瑟夫森结的电导. 第二, 若约瑟夫森结两极板间的电压远高于间隙电压值

$$V_g \equiv [\Delta_1(T) + \Delta_2(T)]/e, \quad (1.2.4)$$

约瑟夫森结一极板上的一个库珀对将被打破, 形成两个准粒子, 准粒子会通过弱连接区隧穿到另一极板上, 特别是当 $|V| > V_g$ 时, 这一过程变得尤为显著, 在几乎任何温度下, I_N - V 关系都近似满足式 (1.2.3). 于是, 可定义约瑟夫森结的特征电压为

$$V_c \equiv I_c R_N = I_c / G_N. \quad (1.2.5)$$

根据约瑟夫森效应的微观理论, V_c 的最大值具有 $3k_B T_c / e$ 的数量级. 由式 (1.2.5) 还可定义约瑟夫森结特征频率为

$$\omega_c \equiv (2e/\hbar)V_c = (2\pi/\Phi_0)V_c, \quad f_c = \Phi_0^{-1}V_c. \quad (1.2.6)$$

2. 位移电流 I_D

若加在约瑟夫森结上的电压是交变的, 即 $\dot{V} \neq 0$, 则在包含约瑟夫森结的电路中将会存在位移电流 I_D . 对于实际约瑟夫森结, I_D 通常由下式

$$I_D = C \dot{V} \quad (1.2.7)$$

给出, 式中 C 为约瑟夫森结电容, 由约瑟夫森结的类型和尺寸决定. 对于频率为 ω 的某个过程, 借助 (1.2.1)、(1.2.3) 和 (1.2.7) 三式可以分别对超导电流 I_S 、正常电流 I_N 和位移电流 I_D 作一个估算, 如下:

$$I_S \leq V/(\omega L_c), \quad I_N \leq V G_N, \quad I_D \approx \omega C V. \quad (1.2.8)$$

对于约瑟夫森结, 可定义如下的等离子体频率 (plasma frequency):

$$\omega_p \equiv (L_c C)^{-1/2} = [2e I_c / (\hbar C)]^{1/2}. \quad (1.2.9)$$

若

$$\omega \leq \omega_p, \quad (1.2.10)$$

位移电流 I_D 较超导电流 I_S 小, 而若

$$\omega \leq \tau_N^{-1}, \quad (1.2.11)$$

I_D 则较正常电流 I_N 小, τ_N 为结 RC 常数:

$$\tau_N \equiv R_N C = \omega_c / \omega_p^2, \quad R_N = \omega_c L_c. \quad (1.2.12)$$

基于 (1.2.10) 和 (1.2.11) 两式考虑, 为了表征在所有的频率增大到 ω_c 时电容的影响, McCumber^[18] 和 Stewart^[19] 引入了一无量纲电容常量

$$\beta \equiv (\omega_c / \omega_p)^2 = \omega_p \tau_N = \omega_c R_N C = (2e/\hbar) I_c R_N^2 C. \quad (1.2.13)$$

$\beta \ll 1$ 的约瑟夫森结通常被认为小电容或者强阻尼, 而 $\beta \gg 1$ 的约瑟夫森结则被认为大电容或者弱阻尼.

3. 涨落电流 I_F

在许多实际问题中, 把“噪声”(noise)的影响考虑在内是非常有必要的. 大多数情况下, 对这类问题的研究通常借助朗之万方法, 也就是说, 在系统的主方程中加入描述噪声源的外部随机“力”. 对约瑟夫森结而言, 描述噪声源的随机“力”恰好是某种涨落电流 I_F . 在约瑟夫森结的电流成分中, I_S 和 I_D 具有无功性, 二者对涨落无贡献. 而 I_N 具有耗散性, 它至少会产生两种类型的经典涨落: 热噪声 (thermal noise) 和散粒噪声 (shot noise). 热涨落的相对强度可以由下面的无量纲参量来表征:

$$\gamma \equiv \kappa_B T / E_c = I_T / I_c, \quad (1.2.14)$$

式中, $I_T \equiv (2e/\hbar)\kappa_B T$, $I_T [\mu A] \approx 0.042 T [K]$. 如果约瑟夫森结的临界电流 I_c 比 I_T 大得多, 也就是 γ 较小, 热涨落的影响在某种意义上可以被忽略. 如果加在约瑟夫森结两极板间的电压较大, 以致 $eV > \kappa_B T$, 散粒噪声将表现得较为明显.

除了以上两种噪声外, 低频下, $1/f$ 噪声 (“过量噪声”(excess noise), 或者“闪变效应”(flicker effect)) 也将起到重要作用. 在约瑟夫森结中, $1/f$ 噪声的上边界相当低, 同其他两种类型的噪声的影响相比可以忽略. 但是, 在一些实际的器件中, 有用的输出信号往往是由低频下的约瑟夫森结制备的, 这一信号却受到低频 $1/f$ 噪声的严重干扰, 这迫使人们必须采取相应的措施来降低这种干扰, 比如, 误差调制.

综上所述, 流过约瑟夫森结的净电流可由下式给出:

$$I = I_S(\varphi) + I_N(V) + I_D(\dot{V}) + I_F(t). \quad (1.2.15)$$