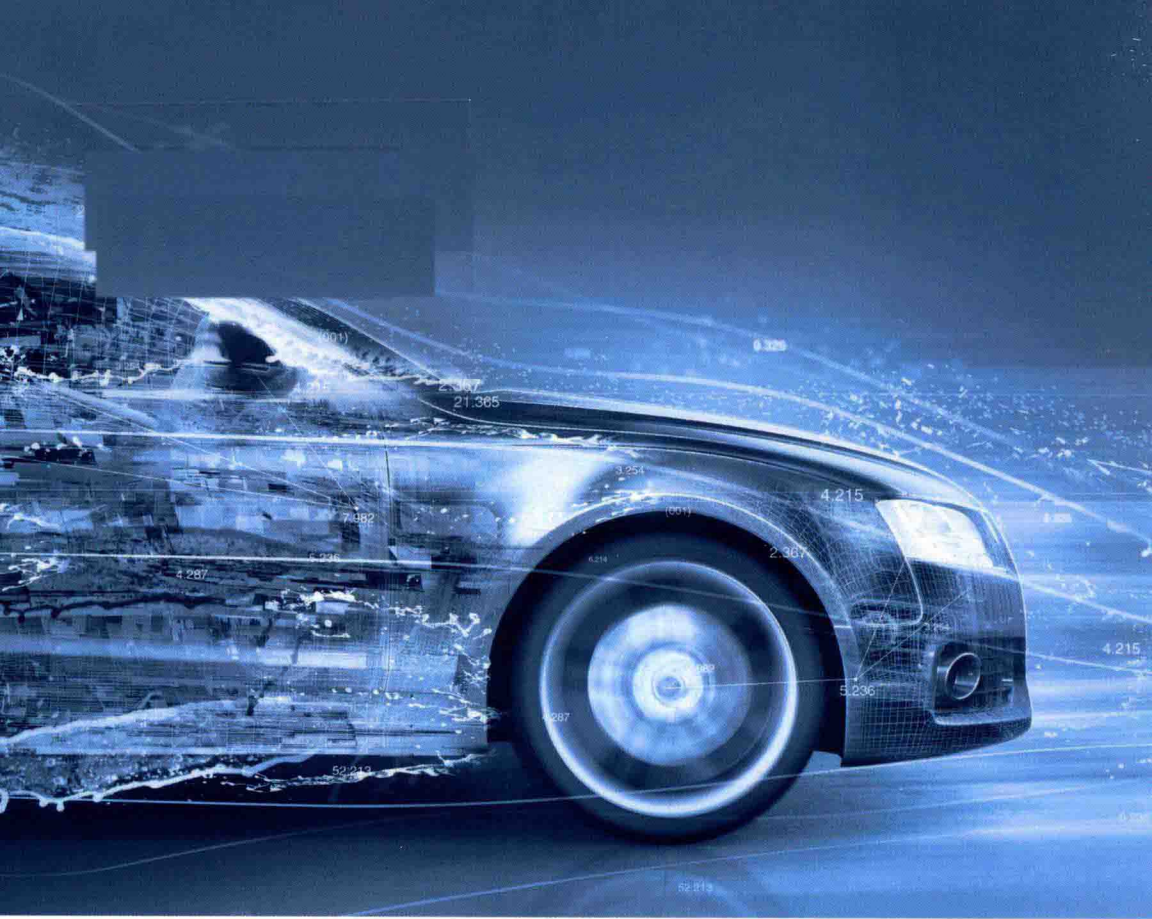




灰色系统理论及其 在汽车工程中的应用

赵振东/著



科学出版社

灰色系统理论及其 在汽车工程中的应用

赵振东 著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了灰色系统理论及其在汽车工程中的应用技术. 全书共5章, 内容包括灰色系统概述、灰色关联分析及其应用、灰色聚类及其应用、灰色模型及其应用和灰色决策及其应用. 第2~5章除了介绍灰色系统理论与方法外, 还给出了其在汽车工程中的应用实例, 介绍了应用灰色系统理论分析和解决汽车工程相关问题的思路、方法和具体过程.

本书可作为汽车工程领域从事研究和开发的科技工作者、管理人员及系统分析人员的专业技术参考书, 也可作为高等院校相关专业的教师及研究生的指导书.

图书在版编目(CIP)数据

灰色系统理论及其在汽车工程中的应用/赵振东著. —北京: 科学出版社, 2018.3

ISBN 978-7-03-056837-3

I. ①灰… II. ①赵… III. ①灰色系统理论-应用-汽车工程 IV. ①U461

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 048836 号

责任编辑: 李静科 / 责任校对: 郑金红
责任印制: 张 伟 / 封面设计: 无极书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018年3月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2018年3月第一次印刷 印张: 8

字数: 161 000

定价: 58.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

灰色系统理论是 1982 年由我国学者邓聚龙教授创立的, 是以信息不完全的系统为研究对象, 运用控制论观点和灰色系统数学方法, 揭示客观事物本质特征和发展规律的一门学科, 它为不确定系统的量化分析开辟了新的途径. 由于国内外学者的不懈探索, 近年来, 灰色系统理论不仅在理论上迅速发展, 日臻完善, 其应用遍及农业、能源、石油、地质、气象等众多领域, 成功地解决了生产、生活和科学研究中的大量实际问题. 灰色系统理论在工程技术领域也得到一定的应用和研究, 在设计方案评价、参数优选、试验数据的处理和优化设计等方面取得进展.

作为交叉技术和科技创新的载体, 汽车自诞生以来一直在集中应用人类的最新技术. 当前, 新一轮科技革命方兴未艾, 正在引发汽车产业全面重构. 数学、力学、计算机科学与技术、互联网技术、人工智能等学科的迅猛发展, 为分析研究、解决汽车工程领域问题提供了有力的工具. 实际上, 汽车不仅仅是一种简单的产品, 也不仅仅是一个孤立的产业, 而是一涉及广泛、最具有跨学科特点的“古老”交叉学科, 更是能够将众多学科有效整合的学科载体. 汽车学科不只需要基本的车辆工程、动力工程和工业设计知识, 还涉及机械、热能、电子、信息、力学、数学、材料、工艺等其它众多的学科的交叉研究与集成应用, 而且随着未来汽车新技术的不断发展, 学科内涵和涉及领域还将进一步丰富.

汽车整车是一个由许多元件组成的庞大而复杂的动力学系统. 从元件的结构参数来看, 有的信息数据较明确, 有的则不够明确. 即使对于那些明确的信息数据, 也不能保证其完全准确. 而对于汽车行驶过程中的运行参数, 由于测量误差和动力学误差的存在, 完全精确的运行数据是不可能获得的, 只能得到相对比较准确的系统参数. 由此可见, 汽车系统中参数的“灰”性是客观存在的. 此外, 人-车系统的复杂性还体现在以下几个方面:

- (1) 系统的因素众多、层次重叠、关系复杂, 涉及机械、热能、电子、信息等多种学科;
- (2) 人的行为、自然环境和不确定因素的影响不可忽略;
- (3) 有的系统或环节的输入输出关系并不明显;
- (4) 观测数据是离散的, 且样本量小;
- (5) 某些可试验部分需要的试验研究周期较长.

这就要求我们在研究时, 必须运用多种学科, 定性与定量分析相结合, 充分利用少量离乱观测数据提供的信息. 灰色系统理论提供了在贫信息情况下解决系统问

题的新途径. 与其它系统学科理论相比, 当寻求不到系统的概率特性或隶属特性时, 灰色系统模型显现出突出的优越性.

在从事灰色系统理论应用研究中, 作者领略到了灰色系统理论的价值所在, 也常常为没有一本将灰色系统理论与汽车工程结合的参考书而感到遗憾和不便. 于是, 作者结合自己的科研工作和汽车产品开发工程实践, 并参考和综合国内外有关著作和科技论文形成此书, 希望能给读者一些帮助和启示.

本书从灰色系统分析的观点出发, 着眼于汽车系统整体与部分(要素)、整体与外部环境相互联系、相互作用、相互制约的关系, 处理汽车系统存在的信息不完全及不确定系统的建模、预测、决策, 定量地描述汽车工程中的决策、优化等问题和规律, 从而综合地考察评估系统性能, 以达到最佳认识和处理各种现实问题的目的.

本书介绍了灰色系统理论的基本概念和主要内容, 包括灰色关联, 灰色聚类, 灰色模型, 灰色决策的基本原理、分析步骤、适用范围等, 并灵活运用灰色分析方法处理汽车工程领域的多目标优化、方案评价、预测、方案决策等工程问题. 全书淡化灰色系统的理论推导, 突出方法的原理、思路和特点, 强调方法的使用范围、使用背景和使用技巧. 案例选择均来源于实际工程应用领域, 介绍了应用灰色系统理论分析和解决汽车工程问题的思路、方法和具体过程, 可供从事该领域工作的人员参考.

本书主要研究内容如下:

第 1 章首先总结了灰色系统的一般理论和方法, 介绍了回归分析、人工神经网络、层次分析法等几种研究工具, 对灰色系统理论在汽车工程的应用可行性进行了分析, 简单综述灰色系统理论在汽车工程中的应用情况, 并指出, 汽车工程领域中普遍存在的贫信息不确定性系统, 为灰色系统理论的应用提供了丰富的研究资源和广阔的发展空间.

第 2 章首先介绍灰色关联分析的基本概念、基本特征、数据预处理以及灰色关联分析的主要步骤等, 阐述了几种灰色关联的类型, 包括邓氏关联度、绝对关联度、相对关联度、斜率关联度、T 型关联度、B 型关联度、C 型关联度等, 总结了这几种关联分析的适用范围和使用中的注意事项. 本章一则案例运用灰色关联法处理汽车操纵稳定性主观评价数据, 完成了汽车主观评价数据的综合定量分析, 获得了对标样车的载荷设计基准. 另一则案例运用灰色关联法分析汽车喇叭声品质客观评价变量对于主观评价的贡献测度, 确定影响主观感受的主要客观变量.

第 3 章首先介绍了灰色聚类的基本概念以及灰色关联聚类和灰色白化权函数聚类的具体分析方法. 然后展示了灰色聚类方法在汽车传动系统的多目标选型优化、汽车总体性能方案评价以及汽车风噪声主观评价数据处理等三则应用案例, 并指出, 运用灰色聚类方法对待选方案进行归类优化时, 分析结果不仅能排出各方案的优劣次序, 而且各方案的满意程度可由欲望水平确定, 它为决策提供了更趋于实

际的方法和依据,从而使分析结果更加具有工程实践意义,这是灰色聚类分析在工程优化设计中所具有的独特的优势。

第4章首先介绍了灰色序列生成,包括以累加生成、累减生成为代表的几种典型灰生成,指出,一切灰色序列都能通过某种生成弱化其随机性,显现其规律性。然后介绍灰色模型的类型,包括预测模型、状态模型、静态模型等三类,归纳了GM(1,1)模型等几种典型模型的建模机理与方法。本章还分析了灰色模型在汽车工程中应用的重要意义以及进一步拓展应用需要开展的基础研究工作。最后,介绍了几则灰模型在汽车使用、试验、标准管理等科学研究中的实际应用,包括车辆高里程NVH性能主观评价的非等间距灰色预测、汽车橡胶元件蠕变性能的灰色拓扑预测、车外噪声标准限值的灰色Verhulst模型预测以及运用灰色GM(0,h)模型建立汽车声品质主客观评价的相关性方程等几种不同类型灰色模型的运用。

第5章介绍了灰色决策的基本概念,并具体给出了几种典型灰色决策算法。灰色决策方法有灰靶决策、灰色聚类决策、灰色统计决策、灰色层次决策等。本章还展示了汽车悬架选型和汽车降噪方案评价的多指标加权混合型灰靶决策应用案例。

通过上述工作,可以初步认识到灰色系统理论的分析体系和应用特点,为进一步拓展灰色系统理论在汽车工程领域的运用打下较好基础。从应用案例来看,只要很好地理解灰色分析的机理和方法,并结合其他研究工具,就可以灵活运用该方法分析、解决汽车领域中不同的工程问题。所谓,运用之妙,存于一心。

本书所开展的研究工作始于2010年,后续研究依托江苏省自然科学基金资助项目(BK20151462)、江苏省“333工程”科研项目(BRA2017449)、江苏省“六大人才高峰”资助项目(2014-JXQC-006)、南京工程学院校级科研基金项目(YKJ201432)等全部或部分支持。成书过程中,研究生尹荣栋协助完成了部分文字录入及图形绘制工作。

本书出版得到了江苏省高校“青蓝工程”科技创新团队科研基金资助。

纵观本书,笔者在借鉴国内外现有成果的基础上进行了一些创新工作,但深感灰色系统理论在汽车工程领域尚未形成系统性、开创性的研究及应用,就目前所见,运用灰色系统对汽车工程领域进行应用研究的文献与资料依然甚少,目前该方法仅在汽车工程中局部运用与尝试。本书也只能在某几点问题做了一些工作,很多问题还有待于今后不断地研究和探索。由于撰写时间仓促,加之作者知识水平有限,书中不免有疏漏之处,望读者不吝指正。

赵振东

2017年8月

目 录

前言

第 1 章 灰色系统概述	1
1.1 什么是灰色系统	1
1.1.1 系统的概念及分类	1
1.1.2 灰色系统的概念	2
1.1.3 灰色认识的相对辩证	3
1.2 灰色系统理论基础	3
1.2.1 灰色系统的基本原理	3
1.2.2 灰色系统理论的主要内容	4
1.2.3 灰数及其白化	5
1.2.4 灰色系统理论与几种不确定性数学方法的比较	9
1.3 研究方法	10
1.3.1 回归分析	10
1.3.2 人工神经网络	11
1.3.3 层次分析法	12
1.3.4 灰色系统理论与其他方法的结合	13
1.4 灰色系统理论在汽车工程中应用的理论可行分析	14
1.5 灰色系统理论在汽车工程中的应用综述	17
参考文献	18
第 2 章 灰色关联分析及其应用	20
2.1 灰色关联分析概述	20
2.1.1 灰色关联分析的基本概念	20
2.1.2 灰色关联分析的基本特征	21
2.1.3 数据预处理	21
2.1.4 灰色关联分析模型	22
2.1.5 灰色关联分析的适用范围	24
2.2 汽车操纵性能主观评价数据的灰色关联分析	25
2.2.1 问题提出	25
2.2.2 计算示例	25
2.3 汽车声品质主观评价数据的相关性分析	27

2.3.1 研究现状	27
2.3.2 BP 神经网络介绍	28
2.3.3 运用灰色关联分析筛选客观测试数据	29
2.3.4 相关性分析的神经网络模型	30
2.4 本章小结	32
参考文献	33
第 3 章 灰色聚类及其应用	35
3.1 灰色聚类	35
3.1.1 灰色关联聚类	35
3.1.2 灰色白化权函数聚类	38
3.2 运用灰色聚类法对汽车传动系统进行多目标选型优化	41
3.2.1 问题描述	41
3.2.2 算例与分析	42
3.3 基于灰色聚类法的汽车总体性能方案评价	44
3.3.1 层次分析法计算步骤	45
3.3.2 算例与分析	46
3.4 汽车风噪声主观评价的灰色聚类分析	49
3.4.1 汽车风噪声主观评价	49
3.4.2 计算示例	50
3.5 本章小结	52
参考文献	52
第 4 章 灰色模型及其应用	54
4.1 灰色建模方法	54
4.1.1 灰色序列生成	54
4.1.2 灰色模型的类型	58
4.1.3 灰色建模机理与方法	60
4.1.4 灰色模型的适用性检验	70
4.2 灰色模型在汽车工程中的应用分析	73
4.3 车辆高里程 NVH 性能主观评价的灰色预测	74
4.3.1 试验数据及分析	74
4.3.2 非等间隔序列的灰色建模方法	74
4.3.3 模型建立	77
4.3.4 模拟值计算与残差检验	77
4.3.5 后验差检验	77
4.3.6 预测	78

4.4 汽车橡胶元件蠕变性能的灰色拓扑预测	78
4.4.1 试验数据及分析	78
4.4.2 建模及检验	79
4.4.3 预测	81
4.5 车外噪声标准限值的灰色模型预测	81
4.5.1 问题描述及分析	81
4.5.2 非等间隔灰色 Verhulst 模型建模方法	82
4.5.3 算例与分析	86
4.6 基于灰色 GM(0, h) 的汽车声品质主客观评价模型	89
4.6.1 问题提出	89
4.6.2 选择客观评价数据	90
4.6.3 建模及检验	92
4.7 本章小结	93
参考文献	94
第 5 章 灰色决策及其应用	96
5.1 灰色决策方法概论	96
5.1.1 灰色决策基本概念	96
5.1.2 灰靶决策	99
5.1.3 灰色聚类决策	105
5.1.4 灰色统计决策	106
5.1.5 灰色层次决策	107
5.2 汽车悬架选型的多指标混合型灰靶决策	108
5.2.1 实例数据与要求	108
5.2.2 计算与分析	108
5.2.3 小结	109
5.3 汽车降噪方案的多指标加权灰靶决策	110
5.3.1 问题描述及分析	110
5.3.2 计算	110
5.3.3 小结	113
5.4 本章小结	113
参考文献	113
附录 最小二乘估计	114

第1章 灰色系统概述

1.1 什么是灰色系统

1.1.1 系统的概念及分类

现实世界中的一切事物都可以被看成系统,即系统是一切事物的存在方式之一,因而可以用系统思想来考察、描述和分析事物.从科学和工程技术观点来看,系统是由若干个既相互区别又相互联系和相互作用的元素组成且处在一定环境中为实现同一目标而存在的有机整体.复杂巨系统是指子系统种类繁多、有层次性、关联关系很复杂,在结构、功能、行为和演化方面都很复杂的系统.如果这个系统又与外界有能量、物质和信息的交换,就是开放的复杂巨系统.

系统可以分为自然系统和人造系统,人造系统又可以分为实物系统、信息系统和混合系统等.一般研究的工程系统都是人造系统,本书研究的系统理论和方法侧重于工程系统.

系统是以不同的形态存在的,其分类就是从不同的角度判定系统所属类型.通常将系统分为线性与非线性系统、时变与非时变系统、确定性与不确定性系统、连续与离散系统等^[1].

1. 线性与非线性系统

输入与输出之间关系满足线性叠加原理(齐次性和叠加性)的系统就是线性系统;反之,为非线性系统.从数学观点看,线性系统就是具有线性方程模型的系统.

系统的齐次性是指:若系统的输入 $x(t)$ 对应输出 $y(t)$,则当输入为 $a \cdot x(t)$ 时就对应输出 $a \cdot y(t)$.系统的叠加性是指:若系统的输入 $x_1(t)$ 对应输出 $y_1(t)$,输入 $x_2(t)$ 对应输出 $y_2(t)$,则当输入为 $x_1(t) + x_2(t)$ 时就对应输出 $y_1(t) + y_2(t)$.

2. 时变与非时变系统

参数随时间而变化的系统或者系统响应函数随时间而变化的系统叫做时变系统,这种系统通常用时变系数的系统方程来描述.相反,参数不随时间而变化的系统或者系统响应函数不随时间而变化的系统叫做非时变系统,也称定常系统.

3. 确定性与不确定性系统

如果系统的结构和参数以及与输入、输出的关系是确定的,系统的状态仅取决于系统的初始条件和边界条件,那么这样的系统称为确定性系统.但在实际的系统中,系统的过程可能很复杂,存在一些取值不确定的变量,如随机分布参数等.一个

系统若有一个以上的不确定性变量或参数, 这个系统就叫做不确定性系统. 系统的广义不确定性除了指系统的随机性外, 还包括概念划分中的模糊性和系统信息不完全情况下的灰色特性等.

4. 连续与离散系统

随着时间的改变, 其状态的变化是连续的系统称为连续系统 (如一辆汽车在道路行驶, 其位置和速度相对于时间是连续改变的). 若系统状态随时间呈间断的改变或突然改变, 则该系统就属于离散系统.

1.1.2 灰色系统的概念

在控制论中, 信息完全明确的系统为白色系统, 信息完全不明确的系统为黑色系统. 灰色系统是指部分信息已知、部分信息未知的贫信息不确定性系统, 即信息不完全的系统. 从思维逻辑的发展来看, 灰色系统概念是由“黑箱”“灰箱”概念演化而来的.“黑箱”(black box) 概念是由英国科学家阿什比 (W. R. Ashby) 提出的. 阿什比用黑箱来描述那些内部结构、特性、参数全部未知而只能从对象外部和对象运动的因果关系及输入输出关系来研究的一类事物. 白箱、灰箱分别指内部结构、特性、参数完全清楚和部分清楚的系统.

邓聚龙教授认为, 灰箱概念受制于“箱”的束缚, 灰箱理论从系统外部特征去研究一个不确定的系统, “箱”内部分已知的信息是无法利用的, 必然会舍弃一些可利用的白色信息, 因此是不够妥当的. 应该从事物内部, 从系统内部结构及参数去研究系统, 由此他提出了灰色系统的概念. 灰色系统打破了“箱”的约束, 主张着重于事物内部 (结构、参数、总特征) 的研究. 尽量发挥现有白信息的作用, 达到对事物内部本质和变化发展的规律性认识.

系统信息不完全的情况可以归纳为以下四种^[2]:

- (1) 元素 (参数) 信息不完全;
- (2) 结构信息不完全;
- (3) 边界信息不完全;
- (4) 运行行为信息不完全.

一个受干扰的技术系统是具有物理原型的灰色系统, 是非本征性灰色系统. 而社会系统、经济系统等抽象系统, 是没有物理原型的灰色系统, 称为本征性灰色系统.

一般来讲, 一个受噪声干扰的技术系统, 具有如下特征:

- (1) 噪声因素不明确;
- (2) 噪声与噪声、噪声与主行为、噪声幅值与时间等的关系不易弄清楚;
- (3) 噪声与主行为的数量关系是不易确定的, 即结构不完全知道;
- (4) 噪声是怎样产生的和如何作用的不易弄清楚, 因此, 作用原理不清楚.

由上述特征可知, 受干扰的技术系统的信息是不完全的, 它是灰色系统.

灰色系统理论认为, 系统的庞大性、复杂性仅仅是“标”, 而不是“本”, 系统的“本”是灰性. 承认灰性, 研究灰性, 是灰色系统理论的宗旨.

“信息不完全”是“灰”的基本含义. 从不同角度、不同场合看, 还可以将“灰”的含义加以引申 (表 1.1.1).

表 1.1.1 “灰” 概念引申			
场合	概念		
	黑	灰	白
从信息上	未知	不完全	完全
从表象上	暗	若明若暗	明朗
从过程上	新	新旧交替	旧
从性质上	混沌	多种成分	纯
从方法上	否定	扬弃	肯定
从态度上	放纵	宽容	严厉
从结果上	无解	非唯一解	唯一解

1.1.3 灰色认识的相对辩证

人的认识有一个从不知到知、从知之不多到知之较多的过程, 不同的人对于同一事物也有不同的认识, 因此, 黑色、白色、灰色都是一种相对的概念. 世界上不存在绝对的白色系统, 因为任何系统都有未被确知的部分. 同样, 也不存在绝对的黑色系统, 因为如果对系统一无所知, 就谈不上该系统的存在了. 在人们的社会、科学活动中, 经常会遇到信息不完全的情况, 科学研究对象的各个环节也普遍存在白色参数和灰色参数共存的情况. 因此, “灰色” 是系统普遍存在的现象.

1.2 灰色系统理论基础

1.2.1 灰色系统的基本原理

在灰色系统理论创立和发展过程中, 邓聚龙教授发现并提炼出灰色系统的基本原理. 显然, 这些基本原理, 具有十分深刻的哲学内涵, 也为本书研究工作所遵循并得到实践验证^[2].

- 原理 1 (差异信息原理) “差异” 是信息, 凡信息必有差异.
- 说 “事物 A 不同于事物 B”, 即含有事物 A 相对于事物 B 的特殊性的有关信息. 客观世界中万事万物之间的 “差异” 为我们提供了认识世界的基本信息.
- 原理 2 (解的非唯一性原理) 信息不完全、不确定的解是非唯一的.
- “解的非唯一性原理” 在决策上的体现是灰靶思想. 灰靶是目标非唯一与目标

可约束的统一. 在分析上体现的是关联序, 关联度的大小并不重要, 重要的是关联序.

“解的非唯一性原理”也是目标可接近、信息可补充、方案可完善、关系可协调、思维可多向、认识可深化、途径可优化的具体体现. 在面对多种可能的解时, 能够通过定性分析、补充信息确定出一个或几个满意解. 因此, “非唯一解”的求解途径是定性分析与定量分析相结合的求解途径.

“解的非唯一性原理”的运用对于汽车工程实践具有重要的意义, 由于成本、时间等客观因素的制约, 理论上的最优方案一般难以实现, 次优方案往往成为工程实践中的现实选择.

原理 3 (最少信息原理) 灰色系统理论的特点是充分开发利用已占有的“最少信息”.

“最少信息原理”是“少”与“多”的辩证统一, 灰色系统理论的特色是研究“小样本”“贫信息”不确定性问题. 其立足点是“有限信息空间”, “最少信息”是灰色系统的基本准则. 所能获得的信息“量”是判别“灰”与“非灰”的分水岭, 充分开发利用已占有的“最少信息”是灰色系统理论解决问题的基本思路.

原理 4 (认知根据原理) 信息是认知的根据.

认知必须以信息为依据, 没有信息, 无以认知. 以完全、确定的信息为根据, 可以获得完全确定的认知, 以不完全、不确定的信息为根据, 只能得到不完全、不确定的灰认知.

原理 5 (新信息优先原理) 新信息对认知的作用大于老信息.

“新信息优先原理”是灰色系统理论的信息观, 赋予新信息较大的权重可以提高灰色建模、灰色预测、灰色分析、灰色评估、灰色决策等的功效. “新陈代谢”模型体现了“新信息优先原理”. 新信息的补充为灰元白化提供了科学依据. “新信息优先原理”是信息时效性的具体体现.

原理 6 (灰性不灭原理) “信息不完全”(灰)是绝对的.

信息不完全、不确定具有普遍性. 信息完全是相对的、暂时的. 原有的不确定性消失, 新的不确定性很快出现. 人类对客观世界的认识, 通过信息的不断补充而一次又一次升华. 信息无穷尽, 灰性永不灭.

1.2.2 灰色系统理论的主要内容

1982 年, 北荷兰公司出版的 *Systems & Control Letters* 上刊载了我国学者邓聚龙教授的论文 *Control problems of grey systems*, 标志着灰色系统理论这一横断学科的正式诞生. 经过三十多年的发展, 现已基本建立起一门具有相对完善的理论体系的新兴交叉学科. 灰色系统理论是以“部分信息已知、部分信息未知、贫信息”不确定性系统为研究对象的一门系统科学新学科, 主要通过对“部分”已知信息的生

成、开发,提取有价值的信息,实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控^[3]。灰色系统理论的结构体系内容包括以灰色关联空间为基础的分析体系,以灰色模型 GM 为主体的模型体系,以灰色过程及其生成空间为基础与内涵的方法体系,以系统分析、建模、预测、决策、控制、评估为纲的技术体系,其理论基础是灰朦胧集,方法基础是系统科学与应用数学,实践基础是系统工程应用,哲学基础是马克思主义认识论和实践论^[3]。灰色理论的主要内容有:因素相互影响的关联分析;建立微分方程模型的灰色建模及预测;灰色决策与灰色控制等^[4]。

灰色代数系统、灰色方程、灰色矩阵等是灰色系统理论的基础^[2]。

灰色序列生成通过累加生成、累减生成、均值生成、级比生成等方法,使离乱数据的隐藏规律显现出来。灰生成是灰建模的重要机理之一。

灰色关联分析包括灰色关联公理和灰色关联度、灰色关联序等内容,主要用于系统诊断、分析。

灰色聚类评估包括灰色关联聚类 and 灰色白化权函数聚类(中心点三角白化权函数、端点三角白化权函数)等方面的内容,用于解决系统要素和对象分类问题。

灰色模型通过灰色生成或序列算子的作用弱化随机性,挖掘潜在的规律,经过差分方程与微分方程之间的互换实现了利用离散的数据序列建立连续的动态微分方程,其中,GM(1, 1)模型是应用最普遍的核心模型。灰色预测是基于 GM 模型作出的定量预测,按照其功能和特征可分成数列预测、区间预测、灾变预测、季节灾变预测、波形预测和系统预测等几种类型。

灰色决策包括灰靶决策、灰色关联决策、灰色聚类决策、灰色局势决策和灰色层次决策等。

此外,灰色系统理论内容还包括灰色规划、灰色投入产出、灰色博弈模型、灰色控制等。

1.2.3 灰数及其白化

1.2.3.1 灰数及其分类^[2,5]

灰色系统用灰数、灰色方程、灰色矩阵等来描述,其中灰数是灰色系统的基本“单元”或“细胞”。把只知道取值范围而不知其确切值的数,称为灰数,通常用符号“ $\otimes$ ”表示。

根据灰数是否有上下界将灰数分为以下三类:

(1) 仅有下界的灰数。有下界而无上界的灰数记为 $\otimes \in [a, \infty)$ 或 $\otimes(a)$, 其中 a 为灰数 $\otimes$ 的下确界,是一个确定的数(白数)。称 $[a, \infty)$ 为灰数 $\otimes$ 的取值域,简称 $\otimes$ 的灰域。

一棵生长着的大树, 其重量便是有下界的灰数, 因为树的重量必然大于 0. 若用 $\otimes$ 表示大树的重量, 有 $\otimes \in [0, \infty)$.

(2) 仅有上界的灰数. 有上界而无下界的灰数记为 $\otimes \in (-\infty, \bar{a}]$ 或 $\otimes(\bar{a})$, 其中 $\bar{a}$ 为灰数 $\otimes$ 的上确界, 为白数.

(3) 区间灰数. 既有上界 $\bar{a}$ 又有下界 $\underline{a}$ 的灰数称为区间灰数, 记为 $\otimes \in [\underline{a}, \bar{a}]$.

某人的身高为 1.7~1.8m, 某时的气温为 20~25°C, 都是区间灰数, 可分别记为 $\otimes_1 \in [1.7, 1.8]$ 和 $\otimes_2 \in [20, 25]$.

一辆载重汽车必然有其最大载重量, 一个电灯泡必定有其能承受的最大电压. 汽车的载重量、灯泡的承受电压的下界为 0, 因此都是下界为 0 的区间灰数.

根据灰域是否连续, 可将灰数分为连续灰数和离散灰数两类:

(1) 连续灰数. 取值连续地充满整个灰域的灰数称为连续灰数.

(2) 离散灰数. 在灰域内取有限个值的灰数称为离散灰数. 例如, 某人的年龄为 18~21 岁, 若以年为单位, 有 18, 19, 20, 21 岁四种可能, 因此是离散灰数.

另外, 根据能否找到一个可以作为其“代表”的白数, 可将灰数分为本征灰数和非本征灰数两类:

(1) 本征灰数. 不能或暂时不能找到一个白数作为其“代表”的灰数称为本征灰数, 例如, 宇宙的总能量、准确到米的全国公路里程等.

(2) 非本征灰数. 如果凭先验信息或间接手段, 可以找到一个白数来“代表”某个灰数, 这样的灰数称为非本征灰数. 此白数称为相应灰数的白化值, 记为 $\tilde{\otimes}$, 并用 $\otimes(a)$ 表示以 a 为白化值的灰数. 例如, 某人的考试成绩在 80 分左右, 用灰数表示为 $\otimes(80)$, 这里的 80 表示考试成绩的白化值, 记为 $\tilde{\otimes}(80)=80$.

1.2.3.2 区间灰数的运算^[2,5]

区间灰数的运算包括区间灰数与区间灰数之间的运算和区间灰数与白数之间的运算.

设有 $\otimes_1 \in [a, b]$, $a < b$ 和 $\otimes_2 \in [c, d]$, $c < d$ 两个区间灰数, 用符号 $*$ 表示两者之间的运算. 二者的运算结果必然也为区间灰数, 设为 $\otimes_3$, 若其灰域为 $[e, f]$, 则 $\otimes_3 = \otimes_1 * \otimes_2 \in [e, f]$, 且有 $\tilde{\otimes}_1 * \tilde{\otimes}_2 \in [e, f]$.

区间灰数的运算应遵循以下法则:

法则 1: 设 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, k 为正实数, 则

$$k \cdot \otimes \in [ka, kb] \quad (1.2.1)$$

法则 2: 设 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, 则

$$-\otimes \in [-b, -a] \quad (1.2.2)$$

法则 3: 设 $\otimes_1 \in [a, b]$, $a < b$; $\otimes_2 \in [c, d]$; $c < d$, 则

$$\otimes_1 + \otimes_2 \in [a + c, b + d] \quad (1.2.3)$$

法则 4: 设 $\otimes_1 \in [a, b]$, $a < b$; $\otimes_2 \in [c, d]$, $c < d$, 则

$$\otimes_1 - \otimes_2 = \otimes_1 + (-\otimes_2) \in [a - d, b - c] \quad (1.2.4)$$

法则 5: 设 $\otimes_1 \in [a, b]$, $a < b$; $\otimes_2 \in [c, d]$, $c < d$, 则

$$\otimes_1 \cdot \otimes_2 \in [\min \{ac, ad, bc, bd\}, \max \{ac, ad, bc, bd\}] \quad (1.2.5)$$

法则 6: 设 $\otimes_1 \in [a, b]$, $a < b$; $\otimes_2 \in [c, d]$, $c < d$, 且有 $c, d \neq 0$ 和 $cd > 0$, 则

$$\frac{\otimes_1}{\otimes_2} \in \left[\min \left\{ \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d} \right\}, \max \left\{ \frac{a}{c}, \frac{a}{d}, \frac{b}{c}, \frac{b}{d} \right\} \right] \quad (1.2.6)$$

法则 7: 设 $\otimes \in [a, b]$, $a < b$, 且有 $a, b \neq 0$ 和 $ab > 0$, 则

$$\frac{1}{\otimes} \in \left[\frac{1}{b}, \frac{1}{a} \right] \quad (1.2.7)$$

需注意, 区间灰数不能相消、相约, 也就是说, 区间灰数的自差一般不为 0, 自除一般不为 1. 例如, 对于区间灰数 $\otimes \in [1, 2]$, 按照法则 4, 一般情况下 $\otimes - \otimes \in [-1, 1]$, 仅当减数和被减数取值相同 (称为取数一致) 时才为 0; 按照法则 6, 一般情况下 $\otimes / \otimes \in [0.5, 2]$, 仅当除数和被除数取数一致时才为 1.

1.2.3.3 灰数的白化^[2,5]

因为灰数是一个整体数 (区间数、集合数), 所以在处理含有灰数的问题时, 势必带来一定的困难. 为了量化处理的需要, 需要将取不确定值的灰数, 按照某种方法取一个确定的值即白数, 这就是灰数的白化.

有一类灰数是在某个基本值附近变动的, 这类灰数白化比较容易, 可以将其基本值作为白化值. 以 a 为基本值的灰数可记为 $\otimes(a) = a + \varepsilon_a$ 或者 $\otimes(a) = (-, a, +)$, 其中 ε_a 称为扰动灰元, 此灰数的白化值为 $\tilde{\otimes}(a) = a$. 如试验系统采样频率在 60Hz 左右, 可表示为 $\otimes(60) = 60 + \varepsilon$ 或 $\otimes(60) \in (-, 60, +)$, 其白化值为 60.

对于一般的区间灰数 $\otimes \in [a, b]$, 其白化值 $\tilde{\otimes}$ 取为

$$\tilde{\otimes} = \alpha a + (1 - \alpha)b, \quad \alpha \in [0, 1] \quad (1.2.8)$$

式 (1.2.8) 所示的白化称为等权白化. 若 $\alpha=0.5$, 则称为等权均值白化. 当缺乏区间灰数取值的分布信息时, 常采用等权均值白化.

在很多情况下,灰数取值的分布是不均匀的.例如,某学校某班学生的身高范围为 1.55~1.85m,这个身高是一个灰数.它不是一个数,而是一群数,这群数中的每个数是否都应该同等看待呢?当然不能.那么这个灰数的白化值究竟取多少可能性最大呢?根据了解,这个班有 40 人,其中 24 人身高为 1.65~1.75m,4 人身高为 1.75~1.85m,12 人身高为 1.55~1.65m.可以计算出 1.65~1.75m 的权值为 0.6,1.75~1.85m 的权值为 0.1,1.55~1.65m 的权值为 0.3.由此可见,灰数的取值存在不等权问题.这类情况下,如果再进行等权白化显然是不合理的.为此,灰色系统理论用白化权函数来描述一个灰数对其取值范围内不同数值的“偏爱”程度.以下给出白化权函数的定义.

设 $f(x) \in [0, 1]$, 对于任意 x , 如果满足:

(1) $f(x) = L(x)$ 且单调递增, $x \in [a_1, b_1]$;

(2) $f(x) = R(x)$ 且单调递减, $x \in [b_2, a_2]$;

(3) $f(x) = 1$ (峰值), $x \in [b_1, b_2]$,

则称 $f(x)$ 为典型白化权函数,简称白化权函数,如图 1.2.1(a) 所示. $L(x)$ 为左支增函数, $R(x)$ 为右支减函数, a_1 为始点, a_2 为终点, b_1, b_2 为转折点, $[b_1, b_2]$ 为峰区.

在实际应用时,为了便于编辑和计算, $L(x)$ 和 $R(x)$ 常简化为直线,如图 1.2.1(b) 所示.相应地,白化权函数为

$$f(x) = \begin{cases} L(x) = \frac{x - a_1}{b_1 - a_1}, & x \in [a_1, b_1] \\ 1, & x \in [b_1, b_2] \\ R(x) = \frac{a_2 - x}{a_2 - b_2}, & x \in (b_2, a_2] \end{cases} \quad (1.2.9)$$

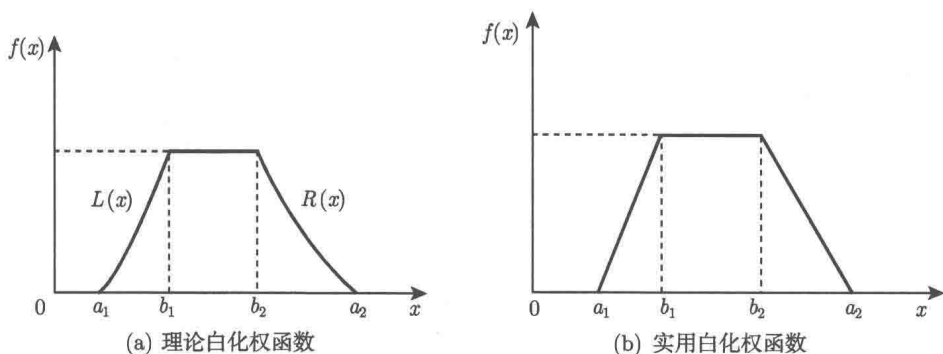


图 1.2.1 典型白化权函数

白化权函数描述对一个灰数取值范围内不同数值的“偏爱”程度.例如,某人希望自己收入越多越好,可以用图 1.2.2 的两种函数描述,图 1.2.2(a) 为斜坡