概率统计辅导讲义

张立卓 / 编

学出版社

概率统计辅导讲义

张文卓 / 编

清华大学出版社
北 京

内 容 简 介

本书章节安排与“概率论与数理统计”普通教科书中的章节安排基本平行. 书中每章的各节有内容要点与评注、典型例题以及习题;各章都设有专题讨论,每个专题以典型例题解析的方式阐述了围绕该专题的解题方法与技巧,每章末附有补充题,是在前各专题的引领下,对知识点融会贯通、综合运用的体现,它包含客观题和主观题,客观题的设置意在考查对该章知识点全面而深入的理解,主观题的设置意在考查对该章知识点的综合运用能力与掌握. 对于典型例题的讲解处理得非常细致,试图营造一对一辅导的氛围,以帮助读者理解和掌握. 对于专题的处理,力图理清知识点之间的脉络与联系,实现对知识的系统理解.

本书可作为学生学习“概率论与数理统计”课程时的同步学习辅导材料,也可作为考研复习的辅导教材.

图书在版编目(CIP)数据

概率统计辅导讲义/张立卓编. —北京:清华大学出版社,2018
ISBN 978-7-302-49669-4

Ⅰ. ①概… Ⅱ. ①张… Ⅲ. ①概率统计—高等学校—教学参考资料 Ⅳ. ①O211

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 033858 号

责任编辑:刘 颖
封面设计:傅瑞学
责任校对:王淑云
责任印制:丛怀宇

出版发行:清华大学出版社
网 址:http://www.tup.com.cn, http://www.wqbook.com
地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084
社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544
投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者:三河市铭诚印务有限公司
经 销:全国新华书店
开 本:185mm×260mm 印 张:29.5 字 数:715 千字
版 次:2018 年 9 月第 1 版 印 次:2018 年 9 月第 1 次印刷
定 价:69.00 元

产品编号:074587-01

前言

学生们要学好概率论与数理统计，首先必须要弄清概念、理解定理，其次要掌握分析问题和解决问题的方法，而要实现这两点，最好的途径之一就是研读例题和演练习题，因此要学好概率论与数理统计，就必须要演练一定数量的习题.

在课堂教学中，课程的讲授是按知识的逻辑顺序展开的，习题则是按章或节编排的，学生们所受到的解题训练是单一的、不完善的.课堂教学的局限之一是缺乏对融会贯通的综合解题能力的训练与培养，再加上受教学时数的限制，许多解题方法与技巧未能在课堂上讲解与演练，当然更谈不上使学生系统掌握.

一些数学基础课程有开设习题课的做法，这对于学生学习课程无疑是有帮助的.但由于学时和助课人员的短缺等问题，许多学校已取消或削减习题课的学时.

本辅导讲义试图为改善上述各点做出努力.具体的做法是将知识的细致性和系统性通过讲解的方式得以落实.所谓知识的细致性是指对概念和定理的多角度分析和讲解，使之细化，并在例题和习题中将这些细化的内容展现出来，实现对各个知识点的突破.所谓知识的系统性是指将涉及多个知识点的综合题目归纳为一些专题，对各个专题的解题方法和涉及的技巧进行剥丝抽茧式的分析和讲解，实现各个知识点间的线的突破.讲解是一个交互的过程，通过交互过程来达成讲解和理解的共识，这在书中是不好实现的.为此，笔者根据以往辅导学生时的经验，将问题细化，将解题的梯度细化，减少读者在阅读和理解本书过程中的阻力，努力营造出一对一辅导时的良好氛围.这也是书名“辅导讲义”的寓意所在.

本书内容的展开与普通教科书基本平行，每章各节有内容要点与评注、典型例题以及习题，各章还设有专题讨论，每个专题以典型例题解析的方式阐述了围绕该专题的解题方法与技巧.每章末附有补充题，是在前面各专题的引领下，对知识点融会贯通、综合运用的体现.它包含客观题和主观题.客观题的设置意在考查对该章知识点全面而深入的理解，主观题的设置意在考查对该章知识点的综合分析能力的领会与掌握.

全书包含了236道例题和595道习题.这些题目内容全面，类型多样，涵盖了概率论与数理统计教学大纲的全部内容，其中不少例题题型新颖、解法精巧.有些例题选自全国硕士研究生入学统一考试数学试题，这些题目都有中等或中等以上的难度.对于例题，大多先给出“分析”，引出解题的思路，然后在分析的基础上给出详细的解答过程，其间注重各个步骤的理论依据，努力做到使读者知其然还要知其所以然，细化概念和定理在解决问题过程中的具体体现.之后通过“注”“评”和“议”的方式将解题的要点提炼出来.一些题目还配以多种解题方法，以帮助读者从多个角度比较与归纳解题方法和技巧.对于习题，给出了答案与提示.

本书的一个特色是大多数例题都配以“分析”“注”“评”和“议”，其中：

“分析”意在分析解题思路.

“注”意在强调求解过程中的关键点和重要环节.

“评”意在评述本例的技巧、方法和结论.

“议”意在对本例结论和方法的延伸与拓展.

本书的又一个特色是将知识点分 44 个专题展开，以强调对知识点及解题方法与技巧作系统而深入的阐述.

初学者可以把本书作为教辅书与课堂教学同步学习，以帮助其弄清概念、理解定理，掌握解题方法与技巧. 进一步，本书提供的丰富材料将帮助学习者在期末总复习或备考硕士研究生时，作全面而深入的总结性复习或专题性研究.

本书是笔者多年来从事概率论与数理统计教学经验的积累与总结.

感谢对外经济贸易大学，是这片沃土滋养了这枚果实；感谢清华大学出版社刘颖老师；感谢书末参考文献所有的专家们，他们的著作为我的编著工作带来了启发与指导.

历时三年，数度修改，完成此稿，自知错误和不当之处在所难免，恳请专家与读者不吝赐教，万分感激.

作　者

2018 年 5 月

于对外经济贸易大学

目 录

第1章 随机事件与概率

随机现象　在个别试验(观察)中其结果呈现不确定性,但在大量重复试验(观察)中其结果具有统计规律性的现象称为随机现象.

概率论与数理统计就是研究和揭示随机现象统计规律性的一门数学分支.

1.1　样本空间与随机事件

一、内容要点与评注

随机试验　如果观察随机现象的试验具有如下特点:

(1) 可以在相同的条件下重复进行;

(2) 每次试验的可能结果不止一个,并且能事先明确试验的所有可能结果;

(3) 试验之前不能确定哪一个结果会出现.

称具有上述特点的试验为随机试验,简称试验,通常记作 E.

样本点　在随机试验 E 中,每个可能出现的结果称为样本点,常用 $\omega_1,\omega_2,\cdots$ 表示.

样本空间　在随机试验 E 中,全体样本点的集合称为样本空间,记作 Ω.

样本空间有如下三种类型:

(1) 有限集合:样本空间所含样本点的个数是有限的.例如,掷一枚匀质的骰子,观察朝上的点数,则样本空间 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$.

(2) 无限可列集合:样本空间所含样本点的个数是无限的,但可一一列出.例如,如果某人射击一目标,直至击中目标为止,观察射击的次数,则样本空间 $\Omega=\{1,2,3,\cdots\}$.

(3) 无限不可列集合:样本空间所含样本点的个数是无限的,且不可一一列出.例如,任取一灯泡,连续使用直至损坏为止,考查它的寿命,则样本空间 $\Omega=\{t\mid t\geqslant 0\}$.

样本点和样本空间的选取不是唯一的.在同一随机试验中,可以用不同的样本空间来描述试验结果.比如:在某种产品中任取 n 件作检验,讨论其中合格品的数量.记 $v_k(k=0,1,2,\cdots,n)$代表 n 件产品中有 k 件合格品,于是样本空间为

$$\Omega=\{v_0,v_1,v_2,\cdots,v_n\}.$$

又如抽取的第 j 件产品是正品用"1"表示,次品用"0"表示,$j=1,2,\cdots,n$,于是样本空间也可表示为

$$\Omega=\{(0,0,\cdots,0),(1,0,\cdots,0),(0,1,\cdots,0),\cdots,(0,1,\cdots,1),(1,1,\cdots,1)\},$$

其中样本点$(0,1,0,\cdots,0)$表示抽检的第 2 件产品是正品,其余 $n-1$ 件产品都是次品,以此类推.

同一样本空间可以表示不同的随机试验. 比如样本空间 $\Omega=\{0,1\}$，既可以描述产品检验中出现“正品”或“次品”的试验，也可以描述掷一枚硬币出现“正面”或“反面”的随机试验，等等.

随机事件　一般地，称样本空间的子集为随机事件，简称事件. 随机事件有以下几种：

基本事件　由样本点构成的单点集称为基本事件，用 $\omega_1,\omega_2,\omega_3,\cdots$ 表示.

复合事件　由至少两个基本事件构成的事件称为复合事件. 用 $A,B,C,\cdots$ 表示.

必然事件　在随机试验中，必然出现的事件称为必然事件. 用 Ω 表示.

不可能事件　在随机试验中，不可能出现的事件称为不可能事件. 用 $\varnothing$ 表示.

必然事件和不可能事件虽然都不是随机事件，但可视为随机事件的两个特殊情形.

事件 A 发生　当且仅当 A 所包含的一个样本点出现.

随机事件之间的关系　设随机试验 E 和样本空间 Ω，事件 $A,B,C,A_k(k=1,2,\cdots)$.

(1) **包含关系**　如果 A 发生必导致 B 发生，则称 B 包含 A，记作 $A\subset B$.

(2) **相等关系**　如果 $A\subset B$ 且 $B\subset A$，即当且仅当 A 发生时 B 发生，则称 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

(3) **事件的和**　当且仅当 A 与 B 至少有一个发生时 C 发生，则称 C 是 A 与 B 的和(或并)，记作 $C=A\cup B$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的和记作 $\bigcup\limits_{k=1}^{n}A_k$，可列个事件 $A_1,A_2,A_3,\cdots$ 的和记作 $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty}A_k$.

(4) **事件的积**　当且仅当 A 与 B 同时发生时 C 发生，则称 C 是 A 与 B 的积(或交)，记作 $C=A\cap B$，简记作 $C=AB$.

n 个事件 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的积记作 $\bigcap\limits_{k=1}^{n}A_k$，可列个事件 $A_1,A_2,A_3,\cdots$ 的积记作 $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty}A_k$.

(5) **互斥事件**　当且仅当 A 与 B 不能同时发生，即 $AB=\varnothing$，则称 A 与 B 为互斥事件(或互不相容事件).

注　任意两个基本事件都是互斥事件.

(6) **对立事件**　当且仅当 $AB=\varnothing$ 且 $A\cup B=\Omega$，则称 A 与 B 互为对立事件(或互逆事件)，记作 $A=\bar{B}$ 或 $B=\bar{A}$.

(7) **差事件**　当且仅当 A 发生而 B 不发生时 C 发生，则称 C 是 A 与 B 的差，记作 $C=A-B$.

注　在随机试验中，互逆的两个事件必有且仅有一个发生，互斥的两个事件不能同时发生，但有可能同时都不发生. 因此互逆事件一定是互斥的，但是互斥事件未必是互逆的.

以上内容可用表 1.1 来汇总.

表　1.1

符号	事件与事件间的关系	事件的发生	集合与集合间的关系
Ω	必然事件	每次试验中必然发生	全集
$\varnothing$	不可能事件	每次试验中总不发生	空集
ω	基本事件	试验中有可能发生	元素
A	事件	试验中有可能发生	子集

续表

符号	事件与事件间的关系	事件的发生	集合与集合间的关系
$\overline{A}$	A 的对立事件	A 与 $\overline{A}$ 有且仅有一个发生	A 的余集
$A\subset B$	A 包含于 B 中	A 发生必导致 B 发生	A 是 B 的子集
$A=B$	A 与 B 相等	A 与 B 同时发生或同时都不发生	A 与 B 相等
$A\cup B$	A 与 B 的和事件	A 与 B 至少有一个发生	A 与 B 的并集
$A\cap B$	A 与 B 的积事件	A 与 B 同时发生	A 与 B 的交集
$A-B$	A 与 B 的差事件	A 发生而 B 不发生	A 与 B 的差集
$AB=\varnothing$	A 与 B 互斥	A 与 B 不能同时发生	A 与 B 没有公共元素

事件的运算规律如下：

交换律 $A\cup B=B\cup A$；$AB=BA$；

结合律 $A\cup B\cup C=(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)$；$ABC=(AB)C=A(BC)$；

分配律 $(A\cup B)C=(AC)\cup(BC)$；$(AB)\cup C=(A\cup C)(B\cup C)$；

$$\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right)B=\bigcup_{k=1}^{n}(A_kB);\ \left(\bigcap_{k=1}^{n} A_k\right)\cup B=\bigcap_{k=1}^{n}(A_k\cup B);$$

德摩根律 $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$；$\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$；$\overline{\left(\bigcup_{k=1}^{n} A_k\right)}=\bigcap_{k=1}^{n}\overline{A_k}$，$\overline{\left(\bigcap_{k=1}^{n} A_k\right)}=\bigcup_{k=1}^{n}\overline{A_k}$；

$$\overline{\left(\bigcup_{k=1}^{\infty} A_k\right)}=\bigcap_{k=1}^{\infty}\overline{A_k},\ \overline{\left(\bigcap_{k=1}^{\infty} A_k\right)}=\bigcup_{k=1}^{\infty}\overline{A_k}.$$

事件间的运算顺序约定为：如果有括号，先进行括号内的运算. 在括号内先进行逆运算，再进行积运算，最后进行和或差运算.

事件间常用的关系式 设 A,B 为任意事件，则有

(1) $\varnothing\subset A\subset\Omega$，$\varnothing\subset B\subset\Omega$；

(2) $A\cup\varnothing=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$，$A-\varnothing=A$，$\varnothing-A=\varnothing$；

(3) $A\cup\Omega=\Omega$，$A\cap\Omega=A$，$A-\Omega=\varnothing$，$\Omega-A=\overline{A}$；

(4) $A\cup\overline{A}=\Omega$，$A\cap\overline{A}=\varnothing$，$A-\overline{A}=A$，$\overline{A}-A=\overline{A}$；

(5) $A-B\subset A\subset A\cup B$，$AB\subset A\subset A\cup B$，$AB\subset B\subset A\cup B$；

(6) $(A-B)\cup A=A$，$(A-B)\cup B=A\cup B$，$(A-B)\cap A=A-B$，$(A-B)\cap B=\varnothing$；

(7) $(A\cup B)\cup A=A\cup B$，$(A\cup B)\cap A=A$；

(8) $(AB)\cup B=B$，$(AB)\cap B=AB$；

(9) $(A-B)\cup(AB)=A$，$(A-B)\cap(AB)=\varnothing$；

(10) $A-B=A-AB=A\overline{B}$；

(11) $(A-B)\cup(A\cup B)=A\cup B$，$(A-B)\cap(A\cup B)=A-B$.

二、典型例题

例 1.1.1 写出下述随机试验的样本空间：

(1) 在 1,2,3 三个数中有放回地取两个数；

(2) 将 a,b 两个球随机地放入两个编号为 1,2 的盒子中，每盒可容两球；

(3) 在一批产品中抽取一件，直到抽到次品为止.

分析　用更简洁的方法表示样本点，比如有序数组.

解　(1) 设样本点为 $\omega=(i,j)$，$i,j=1,2,3$，表示第一次取到数 i，第二次取到数 j，则样本空间为 $\Omega=\{(1,1),(1,2),(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(3,1),(3,2),(3,3)\}$.

(2) 设样本点 $(0,ab)$ 表示 a,b 两球都在 2 号盒中，(a,b) 表示 a 在 1 号盒中，b 在 2 号盒中，以此类推，则样本空间为

$$\Omega=\{(0,ab),(ab,0),(a,b),(b,a)\}.$$

(3) 设样本点 $(1,1,0)$ 表示第一次、第二次是正品，第三次是次品，以此类推，则样本空间为 $\Omega=\{(0),(1,0),(1,1,0),(1,1,1,0),\cdots\}$.

注　样本点的表示方法有多种，但上述表述简洁明了.

评　(3)中样本空间的形式说明只要没有抽到次品，试验则继续进行.

例 1.1.2　抛掷一枚匀质的骰子，记事件 $A=\{$出现偶数点$\}$，$B=\{$点数小于 4$\}$，$C=\{$点数是大于 2 的奇数$\}$，试用集合表示下述事件：

(1)AB；(2)$A\bar{B}C$；(3)$A\cup B$；(4)$A\cup B\cup\bar{C}$；(5)$A-B$；(6)$C-\bar{B}$.

分析　$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{2,4,6\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{3,5\}$，依事件间的关系表述上述事件.

解　依题设，$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{2,4,6\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{3,5\}$.

(1)$AB=\{2\}$. (2)$A\bar{B}C=\varnothing$. (3)$A\cup B=\{1,2,3,4,6\}$. (4)$A\cup B\cup\bar{C}=\{1,2,3,4,6\}$.

(5)$A-B=\{4,6\}$. (6)$C-\bar{B}=\{3\}$.

注　因为 $\bar{C}\subset A\cup B$，所以 $A\cup B\cup\bar{C}=A\cup B$.

例 1.1.3　向某一目标射击 4 次，记 $A_k=\{$第 k 次命中目标$\}$，$k=1,2,3,4$，叙述下述事件的意义：

(1)$\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}$；(2)$A_2-A_1$；(3)$\overline{A_3A_4}$；(4)$A_4-(A_1\cup A_2\cup A_3)$；(5)$A_2\cup A_3A_4$.

分析　和事件或差事件转化为积事件，更易明确事件的意义.

解　依事件间的关系以及运算规律，有

(1) $\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}=\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}$，意指"前三次均未命中目标".

(2) $A_2-A_1=\overline{A_1}A_2$，意指"第一次未命中目标且第二次命中目标".

(3) $\overline{A_3A_4}=\overline{A_3}\cup\overline{A_4}$，意指"第三次与第四次至少有一次未命中目标".

(4) $A_4-(A_1\cup A_2\cup A_3)=A_4\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}=\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}A_4$，意指"前三次均未命中目标而第四次命中目标".

(5) $A_2\cup A_3A_4$，意指"第二次命中目标或第三次和第四次均命中目标".

注　$A-B=A\bar{B}$，$\overline{A_1\cup A_2\cup A_3}=\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}$.

评　将具有某种关系的对立事件转化为对立事件的某种关系，更易阐述事件的意义.

议　对于事件，不仅要能用 A,B,C 等表述，还要明确表述的意义.

例 1.1.4　从一批产品中依次取 4 次，每次 1 件，记事件 $A_k=\{$第 k 次取得正品$\}$，用它们表示下述事件：

(1) 4 件中没有 1 件是次品；　　(2) 4 件中恰有 1 件是次品；

(3) 4 件中至少有 1 件是次品；　　(4) 4 件中至多有 3 件是次品；

(5) 4 件中都是次品.

分析 依实际意义表示事件,比如,{4 件中没有 1 件是次品} = $A_1A_2A_3A_4$.

解 依题设,有:

(1) $A_1A_2A_3A_4$;

(2) $\overline{A_1}A_2A_3A_4 \cup A_1\overline{A_2}A_3A_4 \cup A_1A_2\overline{A_3}A_4 \cup A_1A_2A_3\overline{A_4}$;

(3) $\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \overline{A_4}$ 或者 $\overline{A_1A_2A_3A_4}$;

(4) $\overline{\overline{A_1}\,\overline{A_2}\,\overline{A_3}\,\overline{A_4}}$ 或者 $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$;

(5) $\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ \overline{A_4}$ 或者 $\overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4}$.

注 {4 件中至多有 3 件是次品} = {4 件中至少有 1 件是正品}.

评 依德摩根律,$\overline{A_1} \cup \overline{A_2} \cup \overline{A_3} \cup \overline{A_4} = \overline{A_1A_2A_3A_4}$,$\overline{A_1}\ \overline{A_2}\ \overline{A_3}\ \overline{A_4} = \overline{A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4}$.

例 1.1.5 设 A,B,C 是随机事件,说明下列关系式的意义:

(1)$ABC=A$;(2)$A\cup B\cup C=B$;(3)$BC\subset A$;(4)$B\subset A\cup C$;(5)$C\subset\overline{AB}$;(6)$\overline{C}\subset B$.

分析 利用集合间的关系判断事件间的关系.

解 (1)因为 $ABC\subset A$,所以 $ABC=A\Rightarrow A\subset ABC\subset BC$,说明 A 发生必导致 B,C 同时发生.

(2) 因为 $B\subset A\cup B\cup C$,$A\cup B\cup C=B\Rightarrow A\cup C\subset A\cup B\cup C\subset B$,说明 A 或 C 发生必导致 B 发生.

(3) B,C 同时发生必导致 A 发生.

(4) B 发生必导致 A 发生或 C 发生.

(5) $C\subset\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$,$C$ 发生必导致 A 或 B 至少有一不发生.

(6) C 不发生必导致 B 发生.

注 由 $C\subset\overline{AB}=\overline{A}\cup\overline{B}$ 更易明确事件的关系.

评 对于事件,不仅要会表示,还要明确表示的意义,而且还要清楚事件间的关系.

例 1.1.6 证明 $(A-B)\cup(AB)=A$.

分析 依事件间的关系和运算规律证明.

证法一 依事件间的关系与运算规律,有

$$(A-B)\cup(AB)=(A\overline{B})\cup(AB)=A(\overline{B}\cup B)=A\Omega=A.$$

证法二 $(A-B)\subset A$, $AB\subset A$,则$(A-B)\cup(AB)\subset A$. 又设 A 发生,

(1)若 B 不发生,则 $A-B$ 发生;(2)若 B 发生,则 AB 发生,上两种情形表明,

$$A\subset(A-B)\cup(AB).$$

注 两个事件相等当且仅当同时发生.

评 两种证明方法值得借鉴.

习题 1-1

1. 写出下述随机试验的样本空间:

(1) 同时掷两枚骰子,观察所得的点数之和;

(2) 在一批产品中每次任取一件,直至取到 5 件次品为止,记录所需抽取的次数.

2. 在一学生回答的 6 道选择题中,记 A_k={第 k 道选择题正确}($k=1,2,3,4,5,6$),试

用 $A_k(k=1,2,3,4,5,6)$表示下述事件：

(1) 6 道题中没有 1 道题错；　(2) 6 道题中仅有 1 道题错；

(3) 6 道题中至少有 1 道题错；　(4) 6 道题中至少有 2 道题错；

(5) 6 道题中至多有 5 道题错；　(6) 6 道题都错.

3. 如图 1-1 所示，设随机事件 A,B,C，用 A,B,C 表示图中事件①～④：

4. 设随机事件 A,B,C 分别表示订购报纸 A,B,C，试用 A,B,C 表示下述事件：

(1) 只订购报纸 B；　(2) 只订购一种报纸；

(3) 至少订购一种报纸；　(4) 订购的报纸不多于一种；

(5) 只订购报纸 B 和 C；　(6) 只订购报纸 B 或 C；

(7) 正好订购两种报纸；　(8) 至少订购两种报纸；

(9) 订购的报纸不多于两种；　(10) 三种报纸都不订.

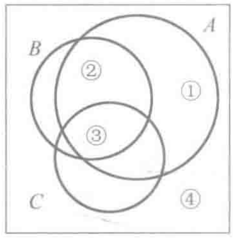

图 1-1

5. 在某班中任选一代表参会，记事件 $A=\{$代表是女生$\}$，$B=\{$代表喜欢唱歌$\}$，$C=\{$代表体育好$\}$，回答下述问题：

(1) 事件 $A\bar{B}C$ 的概率意义；　(2) 什么条件下成立 $ABC=C$；

(3) 何时成立 $\bar{B}\subset A$；　(4) 何时成立 $\bar{A}=B$ 且 $A=C$.

6. 证明$(A-B)\cap(AB)=\varnothing$.

7. 设 A 与 B 为两个随机事件，试求事件 C，使得$\overline{(C\cup A)\cap(C\cup\bar{A})}=B$.

1.2 古典概型

一、内容要点与评注

古典概型　在随机试验中，如果：

(1) 样本空间包含有限个样本点，即 $\Omega=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$，

(2) 每个样本点发生的可能性相等，即 $P(\omega_1)=P(\omega_2)=\cdots=P(\omega_n)$，

则称这类随机试验为古典概型.

在古典概型中，设事件 $A=\{\omega_{k_1},\omega_{k_2},\cdots,\omega_{k_m}\}$，即 A 包含 m 个样本点，则 $P(A)=\dfrac{m}{n}$，其中 n 为样本空间所含样本点的总数.

抽样的两种方式：

(1) 有放回抽样：每次抽样后记下结果再放回.

(2) 不放回抽样：每次抽样后不放回.

乘法原理　如果完成一件事需要经过两个过程，进行第一过程有 n_1 种方法，进行第二过程有 n_2 种方法，则完成这件事共有 $n_1\times n_2$ 种方法.

加法原理　如果完成一件事需要经过两个过程中的任一个过程，进行第一过程有 n_1 种方法，进行第二过程有 n_2 种方法，则完成这件事共有 n_1+n_2 种方法.

排列组合的定义及其运算公式：

排列　在不放回抽样中，从 n 个不同的元素中任取 r 个元素进行排列，其排法种数为