"十三五"普通高等教育规划教材

大学物理实验

第2版

DAXUEWULI SHIYAN

主 编 程 丹 丛广宇 杨兆海

北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

"十三五"普通高等教育规划教材

大学物理实验

(第2版)

主　编　程　丹　丛广宇　杨兆海

北京邮电大学出版社
·北京·

内 容 提 要

本书内容包括误差和数据处理的基本知识，以及力学、光学、电磁学等相关实验，共计 23 个实验项目。本教材是按照由简到繁、由易到难、循序渐进的原则编排的。本教材力求叙述规范，简明易懂，图文并茂，方便学生学习。

在实验内容和题目的选择上，精选了一些物理思想好、实验方法典型的实验编入教材，让学生掌握基本的实验基础知识、实验方法、实验技能和数据处理方法，养成良好的实验习惯和科学态度，并为后继的专业基础课程打下良好的基础。

本书可作为高等学校工科学生的大学物理实验教材或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/程丹，丛广宇，杨兆海主编. —2 版-- 北京：北京邮电大学出版社，2018.4

ISBN 978－7－5635－5414－0

Ⅰ.①大… Ⅱ.①程… ②丛… ③杨… Ⅲ.①物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ.①O4－33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 060529 号

书　　名	大学物理实验(第 2 版)
主　　编	程　丹　丛广宇　杨兆海
责任编辑	刘国辉
出版发行	北京邮电大学出版社
社　　址	北京市海淀区西土城路 10 号(100876)
电话传真	010－82333010　62282185(发行部)　010－82333009　62283578(传真)
网　　址	www.buptpress3.com
电子信箱	ctrd@buptpress.com
经　　销	各地新华书店
印　　刷	北京泽宇印刷有限公司
开　　本	787 mm×1 092 mm　1/16
印　　张	10
字　　数	245 千字
版　　次	2018 年 4 月第 2 版　2018 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978－7－5635－5414－0　　定价：29.00 元

如有质量问题请与发行部联系

前　　言

大学物理实验是高等院校理工科专业开设的一门独立的必修基础实验课程。本教材是根据教育部高等学校物理基础课程教学指导分委员会制订的《理工科类大学物理实验课程教学基本要求(2010)》,在结合我校物理实验教学改革和课程建设成果以及在第一版的基础上,优化和增减了实验项目,从目前大部分高校非物理专业现有仪器设备出发编写的。内容以素质教育为主题,以加强基础训练为主,使学生在实验方法及实验技能等方面得到系统的训练。

本教材是按照由简到繁、由易到难、循序渐进的原则编排的,力求叙述规范,简明易懂,图文并茂,方便学生学习。

在实验内容和题目的选择上,精选了一些物理思想好、实验方法典型的实验编入教材,让学生掌握基本的实验基础知识、实验方法、实验技能和数据处理方法,养成良好的实验习惯和科学态度,并为后续的专业基础课程打下良好的基础。

本教材在编写过程中得到了学院有关领导的大力支持和帮助,同时参考了众多兄弟院校的大学物理实验教材,在此表示由衷的感谢。

由于编者水平有限,经验不足,教材中难免有所疏漏,敬请使用和阅读本书的读者不吝批评指正。

编　者

目　　录

绪　论

一、物理实验课的任务

物理实验是大学理工科的一门独立的必修课程，是学生进入大学后受到系统实验方法和实验技能训练的开端。物理实验课是学生在教师指导下动手独立完成的实验任务。它在培养学生运用实验手段去观察、发现、分析、研究和解决问题的能力方面起着重要的作用。

它的主要任务是：

(1)通过实验，学习运用理论指导实验，以及分析和解决问题的科学方法。在学习物理实验的一些典型方法时，尤其要注重学习它的思想方法，以有助于思维与创新能力的培养。

(2)培养良好的实验习惯。正确安排仪器位置，正确操作仪器，耐心细致地观察记录。

(3)提高排除实验故障的能力。实验往往不是一帆风顺的，应学会分析和解决实验中出现的问题，促使自己"手脑配合"，逐步提高实验素质。

(4)培养实事求是的科学作风。实验"小忌"是测量马虎，实验"大忌"是编造数据。多做实验往往会自觉地杜绝上述弊病，因为马虎测量与拼凑数据，不但会受到教师的批评，也会使自己的实验报告漏洞百出。

(5)培养实验的设计技巧。经过一系列实验的实际训练，潜移默化，从中领悟到实验设计的技巧，为以后从事科研工作打下良好的基础。

总之，教学的重点放在培养学生科学实验能力与提高学生科学实验素养方面，使学生在获取知识的自学能力、运用知识的综合分析能力、动手实践能力、设计创新能力以及严肃认真的工作作风、实事求是的科学态度方面得到训练与提高。它在以培养应用型高技术人才为目标的学校中占有重要的地位。

二、物理实验课的基本教学环节

实验课与理论课不同，它的特点是同学们在教师的指导下自己动手，独立地完成实验任务。通常，每个实验的学习都要经历三个环节。

1. 实验的准备预习

实验前必须认真阅读实验相关内容，做好必要的预习，才能按质、按量、按时完成实验。同时，预习也是培养自学的一个重要环节。

预习时重点解决以下三个问题：①这个实验最终要得到什么样的结果？②这个实验的理论依据是什么？③采用哪些步骤去做这个实验？最后写出预习报告。

2. 实验的进行

学生进入实验室进行实验，必须遵守实验规则。首先签到，然后上交预习报告，最后再按照签到顺序使用指定仪器。实验过程中，对观察到的现象和数据要及时进行记录，实验过程中，仪器可能会出现故障，在教师的指导下，分析故障原因，学会排除故障。实验时，要做好实验数据的记录，实验结束时要将实验数据交给教师审阅，经教师验收签字认可，再做好仪器设备的整理工作后，才可离开实验室。

3. 实验总结

实验后，要及时对实验数据进行处理。数据处理后，应给出实验结果，最后写出一份实验报告。

实验报告通常分为三部分。

第一部分：预习报告。

它作为实验报告的前面部分，要求在正式做实验前写出。内容包括：

①实验名称；

②实验目的；

③实验仪器，包括所用仪器的名称和型号，主要规格（包括量程、分度值、精度等）；

④实验原理，要求简要叙述实验原理，写出测量公式，画出原理图、电路图、光路图等；

⑤内容与步骤，要求根据实验内容写出实验步骤；

⑥画出实验数据表格，要求根据实验内容要求设计出实验数据表格。

第二部分：实验记录，此项内容在实验操作时完成。内容包括：

①实验内容和步骤；

②数据记录。

第三部分：数据处理与总结，此项内容在实验后进行。内容包括：

①处理数据；

②得出结论；

③思考与体会，要求内容不限，既可是实验的研究、体会、收获、建议，也可是解答思考题。

实验报告一律用专用的物理实验报告本书写，要求字迹清晰，书写端正，数据记录整洁，图表合格，文理通顺，内容简明扼要。

三、实验守则

为了保证实验正常进行，以及培养严肃认真的工作作风和良好的实验工作习惯，特制定下列规则。

(1)学生应在约定时间内进行实验，不得无故缺席或迟到。实验时间若要改动，须经实验室管理员同意。

(2)学生在每次实验前对约定要做的实验应进行预习，并在预习的基础上，作预习报告。

(3)进入实验室后，应将预习报告放在桌上由教师检查，经过教师检查认为合格后，才可以进行实验。

(4)实验时，应携带必要的物品，如文具、计算器和草稿纸等。对于需要作图的实验应事先

准备好毫米方格纸和铅笔。

(5)进入实验室后,根据仪器清单核对自己使用的仪器是否有缺少或损坏。若发现有问题,应向教师或实验室管理员提出。未列入清单的仪器,另向管理员借用,实验完毕时归还。

(6)实验前应细心观察仪器构造,操作时应谨慎细心,严格遵守各种仪器仪表的操作规则及注意事项,尤其是电学实验,线路接好后,先经教师或实验室工作人员检查,经许可后才可接通电源,以免发生意外。

(7)实验完毕,应将实验数据交给教师检查,实验合格者,教师予以签字通过。原则上不允许缺课者补做实验,特殊情况由实验指导教师登记,通知学生在规定时间内补做。

(8)实验时,应注意保持实验室整洁、安静。实验完毕,应将仪器、桌椅恢复原状,放置整齐。

(9)如有损坏仪器,应及时报告教师或实验室工作人员,并填写损坏单,说明损坏原因;赔偿办法根据学校规定执行。

第 1 章　测量误差和数据处理

一、测量

1. 测量的定义

测量是将待测的物理量与一个选作标准的同类量进行比较，从而得出它们之间倍数关系的过程。作为标准的同类量称为单位，倍数称为测量值。由此可见，一个物理量的测量值等于测量数值与单位的乘积。在记录测量值时，一定要写明数值与单位。

根据《中华人民共和国计量法》有关规定，国家计量局规定把国际单位制（SI）作为国家的法定计量单位。国际单位制以米、千克、秒、安培、开尔文、摩尔、坎德拉作为基本单位，其他量由以上七个基本单位导出，称为国际单位制的导出单位。

2. 测量分类

按测量方式可将测量分为直接测量和间接测量。

1）直接测量

指用测量仪器能直接测出被测量的量值的测量过程。相应的被测量称为直接测量量。例如，用米尺测物体的长度，用天平称物体的质量，用秒表测时间等是直接测量。相应的长度、质量、时间等称为直接测量量。

2）间接测量

指先测出与待测量有一定函数关系的直接测量量，再将直接测量的结果代入函数式进行计算，最终得到待测物理量的测量值的过程。相应的被测量称为间接测量量。例如，测量圆柱体密度，其公式为 $\rho=4m/(\pi d^2 h)$，先用游标卡尺和千分尺测圆柱体的高度 h 和直径 d，用电子秤或天平测出其质量 m（这些都是直接测量），然后，将 h、d 和 m 的值代入测量公式，计算出圆柱体的密度 ρ，整个过程称为间接测量。其中，ρ 是间接测量量，h、d 和 m 是直接测量量。

按测量条件可将测量分为等精度测量和非等精度测量。

1）等精度测量

在同等条件下进行的多次重复性测量称为等精度测量，即环境、人员、仪器、方案等都不变，对一个待测量进行多次重复测量。由于各次的测量条件相同，测量结果的可靠性、测量的精度也是相同的。

2）非等精度测量

在特定的不同条件下，用不同的仪器、不同的测量方法、不同的测量次数、不同的人员进行测量叫作非等精度测量。

在实际测量中，常用的测量主要是单次测量、等精度测量和间接测量。当测量精度要求不高时用单次测量；测量精度要求比较高时用等精度测量；在无法使用直接测量时才用间接测量。

二、误差

1. 误差的定义

每一个待测物理量在一定的客观条件和状态下所具有的真实大小，称之为该物理量的真实值。进行测量时，由于理论的近似性、实验仪器灵敏度的局限性、环境条件的不稳定因素的影响，测量值总是不可能绝对准确。测量值与真实值之差称为误差，按表达式分为绝对误差和相对误差。

1）绝对误差和残差

$$\delta_x = x - x_0 \tag{1}$$

式中，δ_x 表示绝对误差；x 表示测量值；x_0 表示真实值。

绝对误差反映了测量的准确度。由于误差存在于一切测量过程中，真值虽然是客观存在的实际值，但无法得到。因此，在等精度测量中常用测量值与平均值之差来估算绝对误差，把测量值与平均值之差称为测量值的残差，其符号用 v_x，表达式为

$$v_x = x - \overline{x} \tag{2}$$

在估算绝对误差时，有时用被测量的公认值、理论值或更高精度的测量值代替真值，这些值称为约定真值。

2）相对误差

$$E_r = \frac{\delta_x}{x_0} \times 100\% \tag{3}$$

E_r 表示相对误差。通常相对误差用百分数表示，也称为百分误差。

2. 误差的分类及其特性

测量误差按其产生的原因与性质可分为系统误差、随机误差和粗大误差三类。

1）系统误差

在对一物理量进行多次等精度测量时，误差为常数或以一定规律变化的误差称为系统误差。系统误差可分为可定系统误差和未定系统误差。

可定系统误差：在测量中大小和正负可确定的误差。测量中应该消除该误差。例如，若千分尺有零点误差，则千分尺零点不为零，测量时应记下零点值 z_0，再测量被测量值的大小 z_1，则修正后值（$z_1 - z_0$）就消除了千分尺的零点误差。

未定系统误差：测量中只能确定大小，不能确定正负的误差。仪器的允差就属于未定系统误差。例如，一个名义质量 100 g 的三等砝码，它的质量的允差为±2 mg，这意味着在 99.998～100.002 g 之间。在没有校准之前，就不能知道这一系统误差的大小，我们便说它含有未定系统误差。未定系统误差随实验条件的变化往往具有一定程度的随机性，因而它也是随机误差，可以对它进行概率估计。

产生系统误差的原因有：

(1)由测量仪器不完善,仪器不够精密或安装调整不妥引起的误差。如刻度不准、零点不对、砝码未经校准、天平臂不等长、应该水平放置的仪器没有放水平等。

(2)由测量公式产生的系统误差。测量公式本身的近似性没有满足理论公式的规定条件。例如,单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{l/g}$,近似成立的条件是摆角小于 5°,用这个计算公式计算 T 时,计算本身就带来了误差。

(3)由实验人员生理或心理特性以及缺乏经验等引起的误差。例如,有的人习惯斜视读数,有的人眼睛变色能力较差等都会使测量值偏大或偏小。

系统误差的特点是恒定性,不能用增加测量次数的方法使它减小。在实验中,发现、消除和减小系统误差是很重要的,因为它常常是影响实验结果准确程度的重要因素。在实验中,学生要逐步学会对具体问题做具体分析与处理,指导教师要注意培养学生这方面的能力。

2)随机误差(偶然误差)

随机误差又称偶然误差,是指在多次等精度测量中,误差变化是随机的,忽大忽小,忽正忽负,没有规律。

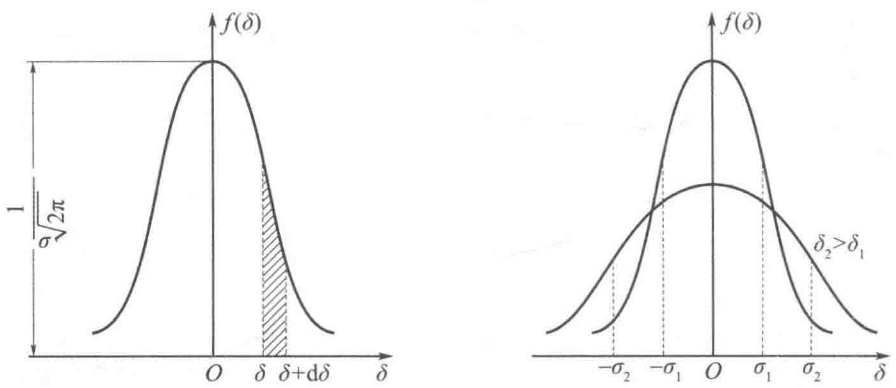
随机误差主要来源于人们的视觉、听觉和触觉等感觉能力的限制以及实验环境偶然因素的干扰。例如,温度、湿度、电压的起伏、气流的波动以及地面震动等因素的影响。从个别测量值来看,随机误差带有随机性,杂乱无章没有规律。当测量次数足够时,随机误差满足某种统计规律,最常见的就是正态分布,也称高斯分布。

(1)正态分布(高斯分布),如图 1 所示。大多数偶然误差,包括以后经常遇到的多次等精度测量的算术平均值的偶然误差以及间接测量结果的偶然误差都可以被认为近似服从正态分布。正态分布是一种很重要的概率分布,正态分布的概率密度函数为

$$f(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \tag{4}$$

且

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta)\,\mathrm{d}\delta = 1 \tag{5}$$



(a) 随机误差的正态分布曲线图　　(b) σ值与曲线形状的关系

图 1　正态分布曲线图

正态分布的特征可以用正态分布曲线表示出来,如图 1(a)所示。图中,横坐标为误差 δ,

纵坐标为概率密度分布函数 $f(\delta)$。式(4)中 σ 是与实验条件有关的常数，称之为标准误差，其值为

$$\sigma = \lim_{n\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}{n} \tag{6}$$

式中，n 为测量次数；δ_i 是各次测量的随机误差；$i=1,2,3,\cdots,n$。

正态分布主要有以下四个重要特征。

单峰性：绝对值小的误差出现的概率大，$\delta=0$ 形成峰值，即真值出现的概率最大。

对称性：大小相等的正误差和负误差出现的概率相同。

有界性：非常大的正误差和负误差出现的可能性几乎为零。

抵偿性：正负误差具有抵消性。当 $n\to\infty$ 时，误差的代数和趋近于零。

由式(4)可知，随机误差正态分布曲线的形状取决于 σ 值的大小，如图1(b)所示，σ 的值越小，分布曲线越陡，峰值越高，说明绝对小的误差占多数，且测量的重复性好，分散性小；反之，σ 的值越大，分布曲线越平坦，峰值越低，说明测量值的重复性差，分散性大。标准误差反映了测量值的离散程度。

测量值的随机误差出现在区间$(\delta,\delta+\mathrm{d}\delta)$内的概率为 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$，即图1(a)中阴影部分的面积元。由正态分布函数可计算出测量值误差出现在区间$(-\sigma,\sigma)$、$(-2\sigma,2\sigma)$、$(-3\sigma,3\sigma)$内的概率为

$$P(-\sigma<\delta<\sigma)=\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta=\int_{-\sigma}^{\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta=68.3\%$$

$$P(-2\sigma<\delta<2\sigma)=\int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta=\int_{-2\sigma}^{2\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta=95.4\%$$

$$P(-3\sigma<\delta<3\sigma)=\int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\delta)\mathrm{d}\delta=\int_{-3\sigma}^{3\sigma}\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta=99.7\%$$

在通常有限次测量中，测量误差超过 $\pm3\sigma$ 范围的情况几乎不会出现，所以把 3σ 称为极限误差。

(2)算术平均值和算术平均值的标准偏差。由于测量误差的存在，真值实际上是无法测得的。根据随机误差的正态分布规律，测得值偏大或偏小的机会相等。因此，在排除掉系统误差后，多次测量的算术平均值为

$$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n} \tag{7}$$

且

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)=0 \tag{8}$$

这个算术平均值必然最接近被测量的真值，而且当测量次数趋于无穷多$(n\to\infty)$时，算术平均值将无限接近真值，所以算术平均值是真值的最佳估算值。

算术平均值的标准偏差用来评定算术平均值本身的离散性。

我们通过多次重复测量获得一组数据，并把求得的算术平均值$\overline{x}$作为测量结果。如果在相同的条件下再重复测量该被测量量时，而随机误差的影响又不能得到完全相同的$\overline{x}$，这表明

算术平均值本身具有离散性。为了评定平均值的离散性，我们引入算术平均值的标准偏差 $\sigma_{\bar{x}}$。可以证明

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{9}$$

式中，n 为重复测量次数。算数平均值的标准偏差表示算术平均值的误差($\bar{x}-x_0$)落在($-\sigma_{\bar{x}}$，$\sigma_{\bar{x}}$)之内的概率为 68.3%。

由式(9)看出，增加测量次数 n 可使算术平均值的标准误差减小，并能提高测量的精度。但由于 n 的增大对系统误差无影响，而测量误差是随机误差与系统误差的综合，所以增加测量次数对减少误差的作用是有限的。

(3)标准偏差(贝塞尔公式)。由于真值无法测得，所以前面对误差的讨论只是理论上的价值。下面讨论在实际测量中误差的估算方法。

由于算术平均值最接近真值，所以用算术平均值代替真值，去估算标准误差

$$S_x=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}} \tag{10}$$

这个式子称为贝塞尔公式。贝塞尔公式使用残差($x_i-\bar{x}$)求标准误差的估算值 S_x，称此估算值 S_x 为测量值的标准偏差。

算术平均值的标准误差 $\sigma_{\bar{x}}$ 的估算值称为算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$。

若测量值的标准偏差为 S_x，则

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}} \tag{11}$$

式(11)也称为贝塞尔公式。

3)粗大误差

粗大误差简称粗差，是由于实验者粗心大意或环境突发性干扰而造成的，该测量值为异常数据或坏值。在处理数据时不能把坏值计算在内，应予以剔除。具体做法是：求出 $\bar{x}$ 和 σ(σ 可用标准偏差 S 替代)，将 $|x_i-\bar{x}|$ 与 3σ 进行比较，大于 3σ 的测量值都是坏值，应剔除掉。这种判断方法称为 3σ 法则。

在测量中，若一组等精度测量之中的某值与其他值相差很大，应找一下原因，判断是否是粗差引起的。若是，则将其剔除；若找不出原因或无法肯定，就先求出所有测量值(包括可疑坏值)的标准差，然后用 3σ 法则判断。当怀疑有坏值时要多测几个数据。

三、不确定度及测量结果表达式

用标准误差来评估测量结果可靠程度的做法不是很完善，有可能遗漏一些影响测量结果准确性的因素，例如仪器误差等。为了更准确地表述测量结果的可靠程度和与国际上规定的统一，1993 年国际计量组织(BIPM)、国际电工委员会(IEC)、国际临床化学联合会(IFCC)、国际标准化组织(ISO)、国际理论与应用化学联合会(IUPAC)、国际理论与应用物理联合会(IUPAP)和国际法制计量组织(OIML)七个国际组织正式发布了《测量不确定度表示指南》，为计

量标准的国际对比和测量不确定度的统一奠定了基础。为了加速与国际惯例接轨，我国建立了一系列技术标准，计量标准部门也已明确指出采用不确定度作为误差数字指标的名称。因此，物理实验课也引入了不确定度来评定测量结果的质量。

1. 不确定度

不确定度表示由于测量误差的存在而造成的对被测量值不能确定的程度。它是测量结果表达式中的一个参数，是对测量结果的真值所处范围的评定，表征被测量值的分散性、准确性和可靠程度。

不确定度与误差是两个不同的概念，两者不应混淆。误差是测量值和真值之差，一般情况下，它是未知的、确定的、可正可负的量；不确定度是表示误差可能存在的范围，它的大小可以按一定的方法估算出来。

测量结果可以写成以下标准形式

$$\begin{cases} x=\overline{x}\pm U \\ U_r=\dfrac{U}{\overline{x}}\times 100\% \end{cases} \tag{12}$$

式中，x 为测量值；$\overline{x}$为等精度多次测量的算术平均值；U 为不确定度；U_r 为相对不确定度。

2. 不确定度的表达式

通常，测量不确定度由几个分量构成，根据估算方法的不同，分为 A 类不确定度和 B 类不确定度。

A 类不确定度是指用统计方法计算的不确定度分量，用 Δ_A 表示。

B 类不确定度是指用其他方法(非统计方法)计算的不确定度分量，用 Δ_B 表示。

3. 不确定度的评定

1)A 类不确定度分量的估算

把算数平均值 $\overline{x}$ 作为测量结果，根据误差理论，当重复测量次数足够多($n\to\infty$)时，可求得置信概率为 $P=0.95$ 时 A 类不确定度分量为

$$\Delta_A=1.96\ S_{\overline{x}} \tag{13}$$

式中，$S_{\overline{x}}$为算术平均值的标准偏差。

当重复测量次数减少时，对式(13)进行修正，得

$$\Delta_A=tS_{\overline{x}} \tag{14}$$

式中，t 为修正因子($t=\Delta_A/S_{\overline{x}}$)，数值见表 1。

表 1　测量次数 n 与 A 类不确定度分量 Δ_A 之间的关系

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	∞
t	12.7	4.30	3.18	2.87	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.14	2.09	1.96

根据重复测量次数 n，从表 1 查出相应的 t 值代入式(14)便可以得到置信概率 P 为 0.95 的 A 类不确定度分量。

2)B 类不确定度的估算

B 类不确定度是用其他方法(非统计方法)计算的分量，如用统计分析无法发现的固有系统误差，就要用 B 类不确定度分量来描述。求 B 类不确定度分量应考虑到影响测量准确度的

各种可能因素，要通过对测量过程的仔细分析，根据经验和有关信息来估计。为了简化起见，通常主要考虑的因素是仪器误差 Δ_{inst}，它是指测量器具的示值误差，或者按仪表准确度算出的最大基本误差。

仪器误差 Δ_{inst} 可在仪器出厂说明书或仪器标牌上查到。例如，国家标准规定，量程为 0～300 mm 以下的游标卡尺，其示值误差等于该尺的最小分度值；量程为 0～25 mm 的一级千分尺，示值误差为 ±0.004 mm。

电表的仪器误差用准确度等级 K 表示。其示值误差限为电表量程与准确度等级的百分数的乘积，即 Δ_{inst} = 量程 × K%。电阻箱分为 5 个级别，若级别为 K，一般 Δ_{inst} = 示值 × K%。

对于精度较低的仪器，Δ_{inst} 可取其最小分度值的一半。

在大多数情况下，大学物理实验把 Δ_{inst} 当作 B 类不确定度分量 Δ_B，即在仅考虑仪器误差的情况下，且置信概率大于 0.95 时，B 类不确定分量表征值为

$$\Delta_B = \Delta_{inst} \tag{15}$$

3)合成不确定度

A 类和 B 类分量采用方和根合成，得到合成不确定度为

$$U = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{(tS_{\bar{x}})^2 + \Delta_{inst}^2} \tag{16}$$

4)间接测量不确定度的估算

在很多实验中我们进行的测量都是间接测量。因为间接测量量都是直接测量量的函数，所以，直接测量量的误差必定会造成间接测量量的误差，这被称为误差的传递。不确定度也是这样，间接测量结果的不确定度取决于直接测量结果的不确定度和函数关系的具体形式。分析如下：

设间接测量量 y 是各相互独立的直接测量量 $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 的函数，其函数形式为

$$y = f(x_1, x_2, \cdots, x_m) \tag{17}$$

各直接测量量 $x_1, x_2, \cdots, x_m$ 的测量结果分别为 $\bar{x}_1 \pm U_{x_1}, \bar{x}_2 \pm U_{x_2}, \cdots, \bar{x}_m \pm U_{x_m}$，则间接测量量 y 的最佳估计值为

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_m) \tag{18}$$

由于不确定度都是微小的量，相当于数学中的“增量”，因此，间接测量量的不确定度的计算公式与数学中的全微分公式基本相同。不同之处是要用不确定度 U_x 来替换微分 dx，还要考虑到不确定度合成的统计性质。具体分为如下两种形式。

(1)函数关系为和差形式时。对式(17)求全微分

$$dy = \frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2 + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m}dx_m$$

用不确定度的 $U_y, U_{x_1}, U_{x_2}, \cdots, U_{x_m}$ 替换 $dy, dx_1, dx_2, \cdots, dx_m$ 并将等式右端进行方根合成，得到间接测量量的不确定度方和根合成公式

$$U_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}U_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}U_{x_2}\right)^2 + \cdots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_m}U_{x_m}\right)^2} \tag{19}$$

(2)函数关系为积商形式时。先对式(17)取对数，得

$$\ln y = \ln f(x_1, x_2, \cdots, x_m)$$

再对上式进行全微分

$$\frac{dy}{y} = \frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{dx_1}{f} + \frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{dx_2}{f} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{dx_m}{f}$$

用不确定度 $U_y, U_{x_1}, U_{x_2}, \cdots, U_{x_m}$ 替换 $\mathrm{d}y, \mathrm{d}x_1, \mathrm{d}x_2, \cdots, \mathrm{d}x_m$ 后，再进行方和根合成，得到间接测量量的不确定度方和根合成公式

$$\frac{U_y}{y}=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{U_{x_1}}{f}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{U_{x_2}}{f}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{U_{x_m}}{f}\right)^2} \tag{20}$$

用式(19)和式(20)估算间接测量量的不确定度时，应使各直接测量量的不确定度具有相同的置信概率，$P\geqslant 0.95$。

4. 测量结果的表示

测量结果无论是直接测量得到的，还是间接测量得到的，其正确表示应包括测量量的最佳估计值、不确定度和单位。

1)单次直接测量

在某些精度要求不高或条件不许可的情况下，只需要进行单次测量。在单次测量中，单次测量值 $x_{测}$ 作为被测量的最佳估计值。测量的不确定度与所用的测量仪器的精度、测量者的估读能力及测量条件等许多因素有关，因此，它的合理估计实际上是比较复杂的。在一般情况下，对随机误差很小的测量，可以只估计不确定度的 B 类分量，用仪器误差 Δ_{inst} 作为测量值 x 的总不确定度，测量结果表示为

$$x=x_{测}\pm\Delta_{\mathrm{inst}} \tag{21}$$

2)多次直接测量

对多次直接测量的数据 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 进行处理的一般步骤如下。

(1)计算被测量的算术平均值

$$\bar{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{n}$$

把 $\bar{x}$ 作为被测量的最佳估计值。

(2)用贝塞尔公式求出算术平均值的标准偏差

$$S_{\bar{x}}=\frac{S_x}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

(3)剔除异常数据，审查测量数据，如发现有异常数据，应予以剔除。剔除异常数据后，再重复步骤(1)～(3)，直至完全剔除异常数据。

(4)确定仪器误差 Δ_{inst} 则查表1，直至完全剔除异常数据。

(5)求出总不确定度值

$$U=\sqrt{\Delta_{\mathrm{A}}^2+\Delta_{\mathrm{B}}^2}=\sqrt{(tS_{\bar{x}})^2+\Delta_{\mathrm{inst}}^2}$$

(6)测量结果为

$$\begin{cases}x=\bar{x}\pm U\\ U_r=\dfrac{U}{\bar{x}}\times 100\%\end{cases}$$

3)间接测量

间接测量的数据处理步骤：

(1)按着直接测量处理步骤求出各直接测量值的结果

$$x_1=\bar{x}_1\pm U_{x_1},x_2=\bar{x}_2\pm U_{x_2},\cdots,x_1=\bar{x}_m\pm U_{x_m}$$

(2)将直接测量量的最佳估计值代入函数关系式中，求出间接测量值的最佳估计值

$$\bar{y}=f(\bar{x}_1,\bar{x}_2,\cdots,\bar{x}_m)$$

(3)根据间接测量量不确定度的方和根公式，求出间接测量量的不确定度

$$U_y=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}U_{x_1}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}U_{x_2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_m}U_{x_m}\right)^2}$$

或

$$\frac{U_y}{y}=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\frac{U_{x_1}}{f}\right)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\frac{U_{x_2}}{f}\right)^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_m}\frac{U_{x_m}}{f}\right)^2}$$

(4)最后结果表示

$$\begin{cases}y=\bar{y}\pm U_y\\ U_r=\dfrac{U_y}{\bar{y}}\times 100\%\end{cases}$$

不确定度 U_y 一般取一位有效数字，$\bar{y}$ 最后一位与 U_y 对齐。

四、有效数字

测量任何一个物理量，其测量结果都包含误差，那么该物理量的数值就不应该无限制地写下去。测量结果只写到开始有误差的那一位数，以后的数按四舍五入法则进行取舍。

1. 有效数字的概念

1)有效数字的定义

把测量结果中可靠的几位数加上有误差的一位数，称为测量结果的有效数字，或者说，有效数字中最后一位数字是不确定的。这里可以看到，有效数字是表示不确定度的粗略方法，而不确定度则是有效数字中最后一位数字的不确定度程度的定量描述，二者都表示含有误差的测量结果。

2)关于有效数字应注意以下几点

(1)在直接测量中，数据记录到误差发生为止，即估读位。

(2)有效数字的位数与小数点的位置无关，如 3.21 与 321 都是三位有效数字。

(3)关于 0 是不是有效数字的问题，可以这样来判断：从左向右数。例如，0.032 1 是三位有效数字，而 0.032 10 是四位有效数字。也就是说，当 0 只是用来表示小数点的位置时，它不是有效数字，否则，它是有效数字。作为有效数字的 0，不可以忽略，例如，不能将 1.250 00 cm 省略成 1.25 cm，因为它们的准确程度是不同的。

2. 数值书写规则

1)测量结果表达式中的有效数字

由于不确定度本身只是一个估计值，一般情况下，不确定度的有效数字只取一位。

测量值的最后一位一般要求不确定度对齐。例如，$L=(1.00\pm0.02)$cm。一次测量结果的有效数字由仪器误差或估计的不确定度来确定；多次直接测量算数平均值的有效数字由计算得到的平均值的不确定度来确定；间接测量结果的有效数字也是先算出结果的不确定度，再