



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

复变函数 与积分变换

第3版

苏变萍 陈东立 编

高等教育出版社



“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材

复变函数 与积分变换

第3版

苏变萍 陈东立 编

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材,是为适应新的教学发展形势并结合课程特点,在教学实践的基础上编写而成的。在编写过程中,始终遵循为专业课打好基础,培养学生应用数学去解决实际问题的能力两大原则,在具体内容编写上力求做到:分析客观事物—建立概念—发展理论—应用理论解决实际问题。本书具有体系严谨,逻辑性强,内容组织灵活,易教易学,理论联系实际等特点。

本书内容分为复变函数、积分变换、数学实验三部分。复变函数共7章,主要内容是:复数与复变函数、导数、积分、级数、留数、保形映照及解析函数对平面向量场的应用。积分变换共2章,主要内容是:傅里叶变换、拉普拉斯变换。数学实验的主要内容为数学软件的应用和积分变换的部分程序实现。

本教材建议学时48~56个(不含“*”内容),可作为高等学校相关专业本科教材,也可供科技、工程技术人员阅读参考。

图书在版编目(CIP)数据

复变函数与积分变换/苏变萍,陈东立编.--3版

.--北京:高等教育出版社,2018.7

ISBN 978-7-04-047689-7

I. ①复… II. ①苏… ②陈… III. ①复变函数-高等学校-教材②积分变换-高等学校-教材 IV.

①O174.5②O177.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第103146号

策划编辑 于丽娜 责任编辑 杨帆 封面设计 姜磊 版式设计 徐艳妮
插图绘制 尹文军 责任校对 张薇 责任印制 田甜

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100120
印刷 北京信彩瑞禾印刷厂
开本 787mm×960mm 1/16
印张 20
字数 350千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2003年5月第1版
2018年7月第3版
印 次 2018年7月第1次印刷
定 价 40.30元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 47689-00

复变函数 与积分变换

第3版

苏变萍 陈东立

- 1 电脑访问 <http://abook.hep.com.cn/126569>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号(20位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 点击“进入学习”, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过电脑访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



扫描二维码
下载 Abook 应用

<http://abook.hep.com.cn/126569>

第3版前言

转眼间《复变函数与积分变换》这本教材在众多老师、学生、科技工作者和其他读者的关心厚爱下走过了十五个年头,2014年本书被列入“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。随着国家提高教育质量战略的实施,高等学校将培养创新型人才的目标落实到教育教学的具体环节,这项举措恰好契合了广大教育工作者的心声。在此我们将教材使用者多年来的反馈建议,尤其是在应用创新方面的建议经过慎重思考、精心设计,逐步纳入教材之中,以期回报诸位的帮助与支持,为高等教育的改革与发展做出贡献。

本次教材修订继承了第一、二版的框架体系,保持了与高等数学遥相呼应的内容组织与展开方式,秉承了其易教易学、注重应用、结合新成果的风格和特点,并对教材的整体内容和语言文字做了进一步的推敲锤炼,对教材的个别地方进行了以下调整:

对函数的连续性、解析性与可积性之间的相互关系有所体现,对个别例题做了更加简洁又不失应有作用的重新设计,使发散思维及条件结论不对称类型的习题更加突出;对不同轻重的授课内容进一步做出了调整标记,方便使用者选教和选读,如解析函数导数公式的证明等内容;对复函数积分及卷积运算的物理意义分别在第一篇的7.1节和第二篇的2.4节进行了初步的探讨;将课程内容的具体应用通过第一篇第7章及其他各章后面的兴趣阅读提供给教材使用者选读,并形成了隐于教材经典内容框架体系中的子系统。同时,本教材的课程团队还建设了丰富的数字资源以配合教材的使用和课程的开展,资源类型包括难点解析、典型例题、释疑解惑、本章自测、教学PPT、实验程序代码等,在教材中以不同图标加以标识,可供教材使用者网上学习使用。

参加此次修订工作的有苏变萍、陈东立、陈清江和王梦婷,苏变萍任主编。此次修订的目的是进一步提高这本教材的质量,使其更具有科学性、先进性、适用性,并通过不断的努力使之成为优秀精品教材,不辜负诸位的期望,同时殷切希望大家多提宝贵意见和建议。借此,感谢使用本教材的教师、学生和科技工作者,感谢教材编写过程中所参阅的大量国内外资料的作者,感谢我的同仁和默默付出的工作人员,感谢高等教育出版社的鼎力帮助与支持。

苏变萍

2017年6月于西安

第2版前言

《复变函数与积分变换》这本教材经过六年多实践的检验,得到了众多教师、同学、科技工作者及其他读者的关注和厚爱,并给予了肯定和支持,同时他们也提出了宝贵的意见和建议。2006年这本教材被列入普通高等教育“十一五”国家级规划教材。随着高等教育的进一步发展,我们将国内外数学教育教学改革新的精神和成果,教材使用者反馈的信息以及一线教学实践中的切身体会和感悟等经过深刻思考,撷取精华,融入教材中,以期回报读者和社会。

本次修订保持了第一版教材两篇的体系架构,秉承了其易教易学、注重应用和能力的培养的风格和特点,在内容上进行了适度调整和修改。增加细化了部分内容:如细化了幂级数收敛半径的证明,为学生传递数学的思想和思维方法;增加了分式线性映照的个别性质结论,为教师讲解例题和学生做习题提供了方便;用很小的篇幅、“*”和标注的形式给出了个别重要结论,让勤于思考的学生对内容了解得更透彻;细化了傅里叶积分的物理意义,以培养学生对知识应用的感知。删除了个别内容:如原判定解析函数 m 阶零点的必要与充分性定理。从内容和教学的角度对语句的逻辑结构进行了推敲,改写了部分语句,调整了部分语句的前后顺序,更加注重了各篇、各章节在内容和文字表述上的和谐统一,如在分式线性映照保形性的讨论部分做了较大的改动。调整了部分习题的顺序,使习题的编排较严格地遵守了与内容对应、由易到难的特点,通过“*”标明了形如“题目条件与结论不完全对应的扩展思考型习题”,从而对习题进行了明确的分层。补充了各章的内容要点、重点与难点、教学目标要求,使学生对学习内容和学习目标更加明确。这些对提高学生的学习质量、学习兴趣和应用意识是很有裨益的。

参加此次修订工作的有苏变萍、陈东立、陈清江、王梦婷,苏变萍任主编。此次修订期望本教材能够更加适应当前教学的需要,并进一步提高教材质量,最终臻于完善,以不辜负众多支持者的期望。借此,感谢广大的同行和读者,感谢教材编写过程中所参阅的国内外资料的作者,感谢我的同事们,感谢高等教育出版社的鼎力帮助。

苏变萍

2009年9月于西安

第1版总序

为了更好地适应当前我国高等教育跨越式发展需要,满足我国高校从精英教育向大众化教育的重大转移阶段中社会对高校应用型人才培养的各类要求,探索和建立我国高等学校应用型人才培养体系,全国高等学校教学研究中心(以下简称“教研中心”)在承担全国教育科学“十五”国家规划课题——“21世纪中国高等教育人才培养体系的创新与实践”研究工作的基础上,组织全国100余所培养应用型人才为主的高等院校,进行其子项目课题——“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”的研究与探索,在高等院校应用型人才培养的教学内容、课程体系研究等方面取得了标志性成果,并在高等教育出版社的支持和配合下,推出了一批适应应用型人才需要的立体化教材,冠以“教育科学‘十五’国家规划课题研究成果”。

2002年11月,教研中心在南京工程学院组织召开了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题立项研讨会。会议确定由教研中心组织国家级课题立项,为参加立项研究的高等院校搭建高起点的研究平台,整体设计立项研究计划,明确目标。课题立项采用整体规划、分步实施、滚动立项的方式,分期分批启动立项研究计划。为了确保课题立项目标的实现,组建了“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题领导小组(亦为高校应用型人才立体化教材建设领导小组)。会后,教研中心组织了首批课题立项申报,有63所高校申报了近450项课题。2003年1月,在黑龙江工程学院进行了项目评审,经过课题领导小组严格的把关,确定了首批9项子课题的牵头学校、主持学校和参加学校。2003年3月至4月,各子课题相继召开了工作会议,交流了各校教学改革的情况和面临的具体问题,确定了项目分工,并全面开始研究工作。计划先集中力量,用两年时间形成一批有关人才培养模式、培养目标、教学内容和课程体系等理论研究成果报告和研究报告基础上同步组织建设的反映应用型人才特色的立体化系列教材。

与过去立项研究不同的是,“21世纪中国高等学校应用型人才培养体系的创新与实践”课题研究在审视、选择、消化与吸收多年来已有应用型人才探索与实践成果基础上,紧密结合经济全球化时代高校应用型人才工作的实际需要,努力实践,大胆创新,采取边研究、边探索、边实践的方式,推进高校应用型人才工作,突出重点目标,并不断取得标志性的阶段成果。

教材建设作为保证和提高教学质量的重要支柱和基础,作为体现教学内容

和教学方法的知识载体,在当前培养应用型人才中的作用是显而易见的。探索、建设适应新世纪我国高校应用型人才体系需要的教材体系已成为当前我国高校教学改革和教材建设工作面临的十分重要的任务。因此,在课题研究过程中,各课题组充分吸收已有的优秀教学改革成果,并和教学实际结合起来,认真讨论和研究教学内容和课程体系的改革,组织一批学术水平较高、教学经验较丰富、实践能力较强的教师,编写出一批以公共基础课和专业、技术基础课为主的有特色、适用性强的教材及相应的教学辅导书、电子教案,以满足高等学校应用型人才的需要。

我们相信,随着我国高等教育的发展和高校教学改革的不断深入,特别是随着教育部“高等学校教学质量和教学改革工程”的启动和实施,具有示范性和适应应用型人才需要的精品课程教材必将进一步促进我国高校教学质量的提高。

全国高等学校教学研究中心

2003年4月

第 1 版前言

《复变函数与积分变换》一书是作者研究了大量的中外相关教材资料,在教学实践的基础上,依据工科数学教学基本要求的精神,结合大学数学课程体系和内容的改革要求,以培养学生数学素质为目的编写而成的。本书具有如下特点:

1. 复变函数的内容体系方面,复数、复函数、复导数、复积分、级数等概念与高等数学的实数、函数、微分、积分、级数等概念遥相呼应,使学生通过对比易于学习和掌握有关内容且能达到对所学内容由少到多,再由多到少。在内容的展开方面,不论是复变函数部分还是积分变换部分都特别注重内容(事件)发生、发展的自然过程,强调概念的产生过程所蕴含的思想方法,注重概念、定理叙述的准确性。从而在学生获得知识的同时培养学生推理、归纳、演绎和创新能力。

2. 为了适应社会发展需要,将数学理论与实际问题拉近距离,在复变函数部分增加了解析函数对平面向量场的应用一章,使来自实际的数学理论再回到实际中去解决问题。在积分变换部分,添加了离散傅里叶变换、离散沃尔什变换、梅林变换、 z 变换的简单介绍。

3. 随着计算机的发展,数学与计算机的关系越来越密切,本书数学实验部分通过数学软件和程序将抽象数学理论与计算机的结合展现在读者面前。

4. 本书的习题量较大,这给了教师选择和学生练习的余地,并且设置了一定数量的条件与结论信息不对称思考型题目。

5. 本书在内容的表述方式上,不像对数学系专业学生的要求那样严格,而是将数学语言在某些地方“通俗化”,做到了简单、明了、直白。

总之,本书具有体系严谨,逻辑性强,内容组织由浅入深,理论联系实际,适应新形势要求,讲授方式灵活等特点。

本书由西安建筑科技大学苏变萍主编,其中第一篇的第一、二、三、四章、第二篇及数学实验部分由苏变萍编写,第五、六、七章由西安建筑科技大学陈东立编写。全书最后由苏变萍统稿。

本书在编写过程中得到了学校、理学院、数学教研室和广大同仁的大力支持和帮助,潘鼎坤教授、徐裕生教授给予了许多重要的指导,西安建筑科技大学刘林教授仔细审阅了全部书稿,在此深表感谢,并恳切希望读者对此书提出宝贵意见和建议。

作 者

2003年3月于西安

目 录

第一篇 复变函数

第 1 章 复数与复变函数	3
1.1 复数	3
1.1.1 复数及其代数运算	3
1.1.2 复数的几何表示	5
1.1.3 复数四则运算的几何意义	7
1.1.4 扩充复平面	11
1.2 复数的乘幂与方根	12
1.2.1 复数的乘幂	12
1.2.2 复数的方根	13
1.3 平面点集	15
1.3.1 区域	15
1.3.2 曲线	16
1.3.3 单连通域和多连通域	16
1.4 复变函数	17
1.4.1 复变函数的概念	17
1.4.2 复变函数的几何解释——映照	18
1.4.3 反函数与复合函数	19
1.5 初等函数	20
1.5.1 指数函数	21
1.5.2 对数函数	21
1.5.3 幂函数	23
1.5.4 三角函数与反三角函数	24
1.5.5 双曲函数与反双曲函数	26
第 1 章习题	27
第 2 章 导数	34
2.1 复变函数的极限	34
2.1.1 复变函数极限的概念	34
2.1.2 复变函数极限的定理	35

2.2	复变函数的连续性	38
2.2.1	复变函数连续的概念	38
2.2.2	复变函数连续的定理	39
2.3	导数	40
2.3.1	导数的概念	40
2.3.2	导数的运算法则	42
2.3.3	函数可导的必要与充分条件	43
2.3.4	高阶导数	47
2.4	解析函数	47
2.4.1	解析函数的概念	47
2.4.2	初等函数的解析性	48
2.4.3	函数解析的必要与充分条件	49
2.5	调和函数	50
2.5.1	调和函数的概念	50
2.5.2	已知实部或虚部的解析函数的表达式	51
	第2章习题	54
第3章	积分	60
3.1	积分的概念、性质、计算	60
3.1.1	原函数与不定积分	60
3.1.2	积分及其性质	61
3.1.3	积分 $\int_C f(z) dz$ 值的计算	63
3.2	柯西定理及其推广	66
3.3	柯西积分公式	71
3.4	解析函数的导数	73
	第3章习题	76
第4章	级数	83
4.1	收敛序列与收敛级数	83
4.1.1	收敛序列	83
4.1.2	收敛数项级数	85
4.1.3	函数项级数	87
4.2	幂级数	87
4.2.1	幂级数的概念	87
4.2.2	幂级数的收敛半径	89

4.2.3	幂级数和函数的性质	91
4.3	泰勒级数	92
4.4	洛朗级数	98
4.4.1	洛朗级数的概念	99
4.4.2	解析函数的洛朗展式	99
第4章	习题	106
第5章	留数	111
5.1	解析函数的孤立奇点	111
5.1.1	孤立奇点 z_0 的定义及分类	111
5.1.2	零点与极点的关系	114
5.1.3	孤立奇点 ∞ 的定义及分类	116
5.2	留数的一般理论	118
5.2.1	留数的定义及计算	118
5.2.2	留数定理	121
5.2.3	无穷远点的留数	123
5.3	留数在计算定积分和反常积分中的应用	125
第5章	习题	130
第6章	保形映照	134
6.1	导数的几何意义及保形映照的概念	134
6.1.1	曲线的切向量	134
6.1.2	导数的几何意义	134
6.1.3	保形映照的概念	136
6.2	分式线性函数及其映照性质	136
6.2.1	分式线性函数	136
6.2.2	分式线性函数的映照性质	139
6.3	分式线性函数的应用	142
6.4	指数函数与幂函数所确定的映照	146
6.4.1	指数函数 $w = e^z$ 所确定的映照	146
6.4.2	幂函数 $w = z^n$ 所确定的映照	149
第6章	习题	153
第7章	解析函数对平面向量场的应用	157
7.1	平面向量场	157
7.2	平面场的复势	160
7.3	应用	163

7.3.1 对流体力学的应用	163
7.3.2 对电学的应用	165

第二篇 积分变换

第1章 傅里叶变换	171
1.1 傅里叶积分	171
1.1.1 傅里叶积分的概念	171
1.1.2 傅里叶积分的物理意义——频谱	173
1.1.3 傅里叶积分定理	176
1.2 傅里叶变换	177
1.2.1 傅里叶变换的定义	177
1.2.2 傅里叶变换的性质	181
1.3 δ 函数及其傅里叶变换	192
1.3.1 δ 函数的概念	192
1.3.2 δ 函数的性质	196
1.3.3 δ 函数的傅里叶变换	198
* 1.4 离散傅里叶变换和离散沃尔什变换	200
1.4.1 离散傅里叶变换	200
1.4.2 快速傅里叶变换	204
1.4.3 离散沃尔什变换	207
第1章习题	209
第2章 拉普拉斯变换	213
2.1 拉普拉斯变换的概念	213
2.1.1 拉普拉斯积分	213
2.1.2 拉普拉斯变换	217
2.2 拉普拉斯逆变换	220
2.3 拉普拉斯变换的性质	223
2.4 拉普拉斯变换的应用	239
2.4.1 线性微分方程及微分方程组	239
* 2.4.2 具有特殊扰动函数的微分方程	244
* 2.5 梅林变换和 z 变换	247
2.5.1 梅林变换	247
2.5.2 z 变换	249

第 2 章习题	251
---------	-----

* 数 学 实 验

实验一 MATLAB 软件的应用	259
实验二 基于 Python 语言的快速傅里叶变换	262
实验三 拉普拉斯逆变换的计算(求部分分式展开的系数)	264
附录 A 区域变换表	266
附录 B 傅里叶变换简表	271
附录 C 拉普拉斯变换简表	276
部分习题答案	282
主要参考资料	298

第 1 章 复数与复变函数

高等数学和复变函数都是以变量为研究对象的数学课程,所不同的是高等数学的变量来自实数集合,而复变函数中的变量来自复数集合.本章将介绍复数的概念、运算,复变函数、初等函数的概念及其性质.

1.1 复数

1.1.1 复数及其代数运算

1. 复数的概念

在中学我们已经学过复数.知道 i 是方程 $x^2+1=0$ 的一个根,即 $i^2=-1$,这里 i 称为虚数单位.

当 x, y 都是实数时,我们称 $z=x+iy$ 为复数. x, y 分别称为 z 的实部与虚部. 记作 $x=\operatorname{Re}(z), y=\operatorname{Im}(z)$.

当 $x=0, y \neq 0$ 时, $z=iy$ 称为纯虚数;当 $y=0$ 时, $z=x$ 被视作实数 x .

两个复数相等,当且仅当它们的实部与虚部分别相等.

一个复数等于零,当且仅当它的实部与虚部同时等于零.

称复数 $x+iy$ 和 $x-iy$ 互为共轭复数. 复数 z 的共轭复数常记为 \bar{z} .

2. 复数的代数运算

对以上定义的复数,我们来定义其四则运算.由于实数是复数的特例,因此复数的运算法则施行于实数时,应与实数的运算结果相符.同时复数运算应能够满足实数运算的一般规律.

两个复数 $z_1=x_1+iy_1, z_2=x_2+iy_2$ 的运算定义如下:

复数的加法、减法:

$$z_1 \pm z_2 = (x_1 \pm x_2) + i(y_1 \pm y_2).$$

复数的乘法:

$$z_1 z_2 = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + x_2 y_1).$$

复数的除法:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + i \frac{x_2y_1 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (z_2 \neq 0).$$

以上各式的右端分别称为复数 z_1 与 z_2 的和、差、积、商。

复数运算所满足的运算律：

(1) 交换律

$$z_1 + z_2 = z_2 + z_1; \quad z_1 z_2 = z_2 z_1.$$

(2) 结合律

$$z_1 + (z_2 + z_3) = (z_1 + z_2) + z_3; \quad z_1(z_2 z_3) = (z_1 z_2) z_3.$$

(3) 分配律

$$z_1(z_2 + z_3) = z_1 z_2 + z_1 z_3.$$

运算律(1), (2), (3)读者可自行证之。

我们注意到对复数的运算仍有以下事实：

$$(1) z + 0 = z, \quad 0 \cdot z = 0.$$

$$(2) z \cdot 1 = z, \quad z \cdot \frac{1}{z} = 1.$$

(3) 若 $z_1 z_2 = 0$, 则 z_1 与 z_2 至少有一个为零, 反之亦然。

这是因为如果 $z_1 z_2 = 0, z_2 \neq 0$,

$$z_1 = z_1 \left(z_2 \cdot \frac{1}{z_2} \right) = (z_1 z_2) \frac{1}{z_2} = 0.$$

$$(4) \frac{z_1 + z_2}{z_3} = \frac{z_1}{z_3} + \frac{z_2}{z_3}.$$

$$(5) \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{z_3}{z_4} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_2 \cdot z_4}.$$

例 计算

$$\left(\frac{1}{2-3i} \right) \left(\frac{1}{1+i} \right) = \frac{1}{5-i} = \frac{5}{26} + \frac{1}{26}i.$$

例 1.1 证明: $(1+z)^2 = 1+2z+z^2$.

$$\begin{aligned} \text{证} \quad (1+z)^2 &= (1+z)(1+z) \\ &= 1+z+z+z^2 \\ &= 1+2z+z^2. \end{aligned}$$

共轭复数的运算性质：

$$(1) \bar{\bar{z}} = z; \quad (2) \overline{z_1 \pm z_2} = \bar{z}_1 \pm \bar{z}_2;$$