当代经济学系列丛书
Contemporary Economics Series
主编 陈昕

国家“十三五”重点图书

CAMBRIDGE

博弈论

Game Theory

当代经济学
教学参考书系

[以] Michael Maschler 迈克尔·马希勒
[以] Eilon Solan 埃隆·索兰
[以] Shmuel Zamir 什穆埃尔·扎米尔 著
赵世勇 译

格致出版社
上海三联书店
上海人民出版社

当代经济学系列丛书
Contemporary Economics Series
主编 陈昕

博弈论

[以] 迈克尔·马希勒
[以] 埃隆·索兰
[以] 什穆埃尔·扎米尔 著
赵世勇 译

当代经济学
教学参考书系

格致出版
格致出版社
上海三联书店
上海人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

博弈论/(以)迈克尔·马希勒,(以)埃隆·索兰,
(以)什穆埃尔·扎米尔著;赵世勇译.—上海:格致
出版社:上海人民出版社,2018.4
(当代经济学系列丛书/陈昕主编.当代经济学教学参考书系)
ISBN 978-7-5432-2795-8

Ⅰ.①博… Ⅱ.①迈… ②埃… ③什… ④赵… Ⅲ.
①博弈论 Ⅳ.①O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 245503 号

责任编辑 钱 敏
封面设计 敬人设计工作室 吕敬人

博弈论
[以]迈克尔·马希勒
埃隆·索兰
什穆埃尔·扎米尔 著
赵世勇 译

出 版 格致出版社
上海人民出版社
(200001 上海福建中路 193 号)
发 行 上海人民出版社发行中心
印 刷 浙江临安曙光印务有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 53
插 页 3
字 数 1214,000
版 次 2018 年 4 月第 1 版
印 次 2018 年 4 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5432-2795-8/F·1064
定 价 158.00 元

前　　言

何谓博弈论？

运用数学工具、通过建模来分析互动决策的方法论，就是博弈论。互动决策的情形涉及几个决策者(称为“博弈参与人”)，他们有不同的目标，每个人的决策都会影响到全部参与人的收益。互动性是博弈论区别于标准的决策理论的鲜明特征，决策论关注的是单个决策者的行为。博弈论试图推测参与人的行为，有时还会给参与人提供建议，告诉他们以何种方式才能实现自己的目标。

博弈论的奠基之作是数学家约翰·冯·诺依曼(John von Neumann)和经济学家奥斯卡·摩根斯坦(Oskar Morgenstern)1944年出版的《博弈论和经济行为》。此后，博弈论获得了长足的发展，如今在各个领域有着广泛的应用。博弈论的适用性之所以如此广泛，是因为它作为一个数学工具箱，可用于任何互动决策的情形，并不限于特定的领域。下面是一些可以用博弈论进行分析的领域，以及各个领域中可以用博弈论进行研究的具体问题。当然，博弈论的应用范围绝不限于此。

理论经济学

商贩向买者兜售商品的市场就是一个博弈的例子。每个商贩要为其所兜售的商品定价，每个买者要决定从哪个商贩那里买以及买多少。在市场的模型中，博弈论试图推测每种商品的需求和价格，并研究价格和需求之间的关系。拍卖是另一个博弈的例子。每个竞拍者都要决定自己的竞价，而拍卖品就落入出价最高的竞拍人手中。在拍卖的模型中，博弈论可用于推测竞拍者的竞价，卖者的预期收益，以及在不同拍卖方法下，卖者的预期收益将如何变化。

网络

当今的世界，网络无处不在；互联网和移动网络是两个突出的例子。每个网络用户都希望以尽可能低的成本，得到尽可能好的服务。比如，在最短的时间内收发最多的信息，或者用手机打高质量的电话。用户必须选择互联网服务或移动电话运营商，这些运营商也是博弈的参与人，因为他们要为自己的服务定价。博弈论试图推测这些市场中所有参与者的行为。相对于从买者的角度，从服务运营商的角度来看，这个博弈更加复杂，因为服务运营商可以相互合作（比如，为了降低成本，手机运营商可以使用对方的网络基础设施来实现互联互通），博弈论可以推测他们之间将会形成何种合作联盟，以及如何“公平”瓜分合作联盟的利润。

政治学

议会选举之后，组建治理联盟的各政党也在博弈，博弈的结果是几个政党组成的联盟的形成。然后，在联盟成员之间划分政府部门及其他选举办公室的职位，比如议会议长和委员会主席。博弈论已经发展出度量各政党权力的指数。给定选举的结果，这些指数可以推测或解释政府部门和选举办公室在各政党之间的划分。博弈论的另一个分支研究不同的投票方法及其特征。

军事应用

博弈论在军事上的一个经典应用，是用模型研究导弹追逐战斗机。最优的导弹追逐策略是什么？为了避免被导弹击中，战斗机飞行员采用的最优策略是什么？博弈论对国防领域贡献的洞见是，研究这类情形需要策略思考：当你决定应该做什么的时候，将自己放在对手的位置上，思考一下，他（她）将怎么做以及为什么；同时考虑到，对手同样也会换位思考，对手也知道你在策略性思考，而且也知道你也在换位思考。

监督

不同领域中的大量问题都可以描述为一个两人博弈，其中一个参与人可以通过违法而获利，而另一个参与人是“监督者”的角色，监督第一个参与人的行为。这类博弈的一个例子是“国际原子能组织”的活动，它通过监督签约国的核设施来执行《不扩散核武器条约》。其他的例子包括实施禁止毒品走私的法律，税收部门审计报税，以及在火车和公共汽车上查票。

生物

植物和动物也会博弈。进化“决定”了花朵用来吸引昆虫授粉的策略，进化也“决定”

了昆虫使用哪个策略来选择花朵。达尔文提出的“适者生存”原则，说的是，生物体具备的遗传特征，只有最能适应所处的环境条件，生物体才能生存。这个原则可以用“演化稳定策略”的概念来解释，这实际上是纳什均衡概念的一个变种（纳什均衡是博弈论中最著名的一个概念）。博弈论用在一般生物学中，特别是在演化生物学中，解释了各种生物现象，有时候解释得相当成功。

博弈论在其他领域也有应用。例如，博弈论对哲学的贡献在于，它为道德和社会正义相关的概念提供了新的洞见。关于人们在不同情境下的行为，博弈论提出了自己的问题，这些问题还与心理学有关。从方法论上讲，博弈论跟数学密切相关：博弈论的模型用到各种数学工具，从概率论和组合数学到微分方程和代数拓扑。分析博弈模型有时需要发展新的数学工具。

传统上，博弈论分为两大领域：策略型博弈和联盟型博弈，前者又称非合作博弈，后者又称合作博弈。一般地说，在策略型博弈中，参与人彼此独立行动，每个参与人都在给定自己偏好的前提下尽力获得最佳结果，而在联盟型博弈中，参与人可以达成共识并签署有约束力的合约来实施协调一致的行动，其他方面则与策略型博弈无异。此类合约的实施机制包括法庭和行为规范。博弈论并不关心这些实施机制的质量或者原因；合作博弈模型不过是假设这类机制是存在的，然后研究它们对博弈结果的影响。

策略性博弈和联盟型博弈的分类并不十分恰当。在许多情况下，互动决策问题既有联盟型博弈的特点，也有策略型博弈的特点。因此，一个完整的博弈理论应该涵盖两类博弈模型的要素。当然，如果只是为了简明介绍博弈论的主要理念，采用这种传统的分类方法还是非常方便的。因此，我们将分别单独介绍策略型博弈和联盟型博弈这两类模型。第 1—14 章探讨策略型博弈，第 15—20 章探讨联盟型博弈。第 21 章和第 22 章探讨社会选择和稳定匹配，二者兼有非合作博弈和合作博弈的特点。

如何使用本书？

本书的主要目的是为本科生和研究生学习博弈论提供一本入门级的教科书。第二个目的是为有兴趣了解博弈论的一些基本或高深专题的学生和学者提供一本参考书。入门级专题的数量是巨大的，在导论层次的课程中，不同的老师可以选择讲授不同的专题。因此，我们在撰写这本书的时候，各章在很大程度上是相互独立的，这样可以让老师根据自己的个人偏好，选取不同的章节组合作为课程的基础。为了帮助老师安排课程，我们在每章的开始都给出了一个摘要，摘要简明扼要地概括了每章的内容。

每章都从介绍基本概念开始，然而每章涵盖的范围都超出了最基本的内容要求。除了基本的概念介绍，大多数章节都包含了高级课程所需的资料。这样老师可以选择只讲授必需的、基本的内容，或者讲授较深的材料，或者让学生用独立阅读以及研讨会的方式来和课堂听课形成互补。当然，我们不可能在一本教科书中涵盖博弈论的全部已知结果，因此每章的最后都有参考文献，对某个专题感兴趣的读者可以去参考这些书籍和期刊论文，以便获得更深刻的理解。每章都附有练习题，许多练习题都是相对容易的，但也有一些较为高深，具有挑战性。

这本书是数学家写的；因而写作风格是数学导向的，本书的每个定理都附有证明。尽管如此，我们努力做到清晰明了，每个概念都用例子给予说明，尽可能揭示更多的直觉和动机。对于学习数学、计算机科学和精密科学、经济学和社会科学以及生命科学的本科生和研究生来说，本书是一本合适的教科书。本书可作为不同课程的博弈论的教科书，具体取决于学生的层次、老师的时间以及课程的特定专题。例如，本书可用于联盟型博弈、策略型博弈、博弈论导论、博弈论应用的学期课程，既可以当作入门课程，也可以当作高级课程。本书还可以用于高级的迷你课程，比如不完全信息（第9—11章）、拍卖（第12章）或者重复博弈（第13章、第14章）。如前所述，本书的章节内容供一个老师从中选取，绰绰有余。这就要求老师要慎重选取讲授哪些章以及每章中的哪些部分。例如，在讲授策略型博弈（第4章、第5章）的时候，可以忽略扩展型博弈（第3章）或者效用理论（第2章）。同样地，在讲授不完全信息博弈（第9章）的时候，可以忽略不完全信息博弈模型的另外两章（第10章、第11章）。

为了保持完整，我们在附录中给出了全书所使用的一些定理的证明，这些定理包括布劳尔不动点定理（Brouwer's Fixed Point Theorem）、角谷不动点定理（Kakutani's Fixed Point Theorem）、KKM定理和分离超平面定理。附录还包括了线性规划的一个简要综述。老师可以选择在课堂上证明每个定理，或者把定理的证明布置为独立阅读材料，或者直接应用定理而不加证明，前提是学生们在其他课程中已经学过了这些证明。

致　谢

在本书的写作过程中，许多人提供了帮助，我们深表感谢。我们感谢 Ziv Hellman，他是本书尽职尽责的英文译者。当他接手这个项目时，他没有意识到，这将占用他如此多的时间。尽管如此，他耐心地完成了我们所有的要求。我们还感谢 Mike Borns，他是本书的英文编辑，他高效地通读了本书，然后使本书达到了现在的状态。我们感谢 Ehud Lehrer，他准备了本书的练习题，回答了我们在本书写作过程中的问题；感谢 Uzi Motro，他对演化稳定策略这一节给出了评论；Dov Samet 对若干章节内容作了评论并提供了练习题。感谢 Tzachi Gilboa、Sergiu Hart、Aviad Heifetz、Bo'az Klartag、Vijay Krishna、Rida Laraki、Nimrod Megiddo、Abraham Neyman、Guni Orshan、Bezalel Peleg、David Schmeidler、Rann Smorodinsky、Peter Sudholter、Yair Tauman、Rakesh Vohra 以及 Peter Wakker 解答了我们的问题。许多朋友和学生阅读了本书部分章节，提供了建议和练习题，指出了零星的错误，他们是 Alon Amit、Itai Arieli、Galit Ashkenazi-Golan、Yaron Azrieli、Shani Bar-Gera、Asaf Cohen、Ronen Eldan、Gadi Fibich、Tal Galili、Yuval Heller、John Levy、Maya Liran、C Maor、Ayala Mashiach-Yaakovi、Noa Nitzan、Gilad Pagi、Dori Reuveni、Eran Shmaya、Erez Sheiner、Omri Solan、Ron Solan、Roee Teper、Zorit Varmaz 和 Saar Zilberman。最后，我们感谢耶路撒冷的希伯来大学理性研究中心和 Hana Shemesh 自本项目开始以来提供的帮助。

符号注释

本书使用了大量的符号；我们尽力使用了广为接受的符号，并且在全书中保持一致。向量的元素一般用下标表示，$x=(x_i)_{i=1}^n$，而序列的元素一般用上标表示 x^1，x^2，…。在参与人的集合中某个参与人永远用下标表示，而（重复博弈中）时间指数永远用上标表示。用□表示定理的证明结束，用◀表示例子的结束，用◆表示说明的结束。

为了方便起见，我们提供一个全书使用的数学符号的列表并给出一个简短的解释。下面出现的符号都是在本书中使用了不止一次的。

0	扩展式博弈中的随机行动
$\vec{0}$	欧氏空间的原点
$\varnothing$	扩展式博弈中无决策节点的参与人所用的策略
$\mathbf{1}_A$	一个函数，在事件 A 时等于 1，否则等于 0
2^Y	Y 的所有子集
$\lvert X\rvert$	有限集合 X 中元素的数量
$\lVert x\rVert_\infty$	L_∞ 模，$\lVert x\rVert_\infty := \max_{i=1,2,\cdots,n}\lvert X_i\rvert$
$\lVert x\rVert$	向量的模，$\lVert x\rVert := \sqrt{\sum_{l=1}^d (x_l)^2}$
$A\vee B$	匹配问题中的极大匹配（对男性）
$A\wedge B$	匹配问题中的极大匹配（对女性）
$A\subseteq B$	集合 A 包含集合 B 或者相等
$A\subset B$	集合 A 严格包含集合 B
$\langle x, y\rangle$	内积
$\langle\langle x^0, \cdots, x^k\rangle\rangle$	k 维单形体
$\succsim_i$	参与人 i 的偏好关系
$\succ_i$	参与人 i 的严格偏好关系
$\approx_i$	参与人 i 的无差异关系
$\succsim_P$	个人的偏好关系

$\succ_Q$	社会的严格偏好关系
$\approx_Q$	社会的无差异关系
$x \geqslant y$	对每个元素 k，$x_k \geqslant y_k$，这里 x，y 是欧氏空间中的向量
$x > y$	$x \geqslant y$ 且 $x \neq y$
$x \gg y$	对每个元素 k，$x_k > y_k$，这里 x，y 是欧氏空间中的向量
$x+y$	欧氏空间中向量相加，$(x+y)_k := x_k + y_k$
xy	欧氏空间中向量的对应坐标乘积，$(xy)_k := x_k y_k$
$x+S$	$x+S := \{x+s : s \in S\}$，这里 $x \in \mathbb{R}^d$ 和 $S \subseteq \mathbb{R}^d$
xS	$xS := \{xs : s \in S\}$，这里 $x \in \mathbb{R}^d$ 和 $S \subseteq \mathbb{R}^d$
cx	实数 c 和向量 x 的乘积
cS	$cS := \{cs : s \in S\}$，这里 c 是一个实数，$S \subseteq \mathbb{R}^d$
$S+T$	集合相加；$S+T := \{x+y : x \in S,\ y \in T\}$
$\lceil c \rceil$	大于或等于 c 的最小整数
$\lfloor c \rfloor$	小于或等于 c 的最大整数
x^{T}	向量的转置，对应于行向量 x 的列向量
$\mathrm{argmax}_{x \in X} f(x)$	函数 f 在集合 X 内取得最大值的所有 x 的集合
$a(i)$	生产者 i 在市场中的初始禀赋
A	具有专家的决策问题中的行动集
A	备选方案的集合
A_i	扩展式博弈中参与人 i 的行动集，$A_i := \bigcup_{j=1}^{k_i} A(U_i^j)$
A_k	博弈的可能结果
$A(x)$	在扩展式博弈的节点 x 的可能行动集
$A(U_i)$	扩展式博弈中参与人 i 在信息集 U_i 的可能行动集
b_i	买者 i 在拍卖中的出价
$b(S)$	$b(S) = \sum_{i \in S} b_i$，这里 $b \in \mathbb{R}^n$
$br_{\mathrm{I}}(y)$	参与人 I 对策略 y 的最佳应对集
$br_{\mathrm{II}}(x)$	参与人 II 对策略 x 的最佳应对集
B_i	参与人 i 的信念运算子
B_i^p	状态集，其中参与人 i 赋予事件 E 的概率至少是 p，$B_i^p(E) := \{\omega \in Y : \pi_1(E \mid \omega) \geqslant p\}$
$BZ_i(N; v)$	联盟博弈的班扎夫(Banzhaf)值
$\mathcal{B}$	联盟结构
$\mathcal{B}_i^T$	在 T 阶段重复博弈中，参与人 i 的行为策略集
$\mathcal{B}_i^\infty$	在无限重复博弈中，参与人 i 的行为策略集
c	成本博弈的联盟函数
c_+	c 和 0 的最大值
c_i	$c_i(v_i) := v_i - \dfrac{1-F_i(v_i)}{f_i(v_i)}$

C	给定一个拍卖中报价的向量，授予每个买者应该支付的数量的函数
$C(x)$	扩展式博弈中节点 x 的子节点集
$\mathcal{C}(N, v)$	联盟博弈的核
$\mathcal{C}(N, v; \mathcal{B})$	联盟结构的核
$\mathrm{conv}\{x_1, \cdots, x_K\}$	包含向量 $\{x_1, \cdots, x_K\}$ 的最小凸集，也叫做 $\{x_1, \cdots, x_K\}$ 的凸包
d	讨价还价博弈的分歧点
d_i	破产问题中欠债权人 i 的债务
d^t	平均收益和目标集之间的距离
$d(x, y)$	欧氏空间中两个向量之间的欧氏距离
$d(x, S)$	点和集合之间的欧氏距离
$\mathcal{D}(\alpha, x)$	超额至少是 α 的联盟的组合，$\mathcal{D}\{\alpha, x\}:=\{S \subseteq N, S \neq \varnothing: e(S, x) \geqslant \alpha\}$
$e(S, x)$	联盟 S 的超额，$e(S, x):=v(S)-x(S)$
E	图形的节点集
E	破产问题中破产主体的房地产
E	具有专家的决策问题中的专家集
F	重复博弈中的可行收益集
F	社会福利函数
F_i	在拍卖中买者 i 的私人价值的累积分布函数
$F_i(\omega)$	包含 ω 的分区 $\mathcal{F}_i$ 的原子
F^N	在拍卖中私人价值向量的联合分布的累积分布函数
$\mathcal{F}$	国际象棋博弈中所有子博弈的组合
$\mathcal{F}$	讨价还价博弈的族
$\mathcal{F}^N$	参与人集是 N 的讨价还价博弈集
$\mathcal{F}_d$	$\mathcal{F}$ 中的讨价还价博弈族，备选方案的集合是完备的，所有的备选方案至少和分歧点(0, 0)一样好
$\mathcal{F}_i$	不完全信息奥曼(Aumann)模型中参与人 i 的信息
g^T	重复博弈中截至阶段 T(包括)的平均收益
G	图形
G	社会选择函数
h	重复博弈的历史
h_t	重复博弈在阶段 t 的历史
$H(t)$	重复博弈中 t 阶段历史的集合
$H(\infty)$	无限重复博弈中博弈展开的集合
$H(\alpha, \beta)$	超平面，$H(\alpha, \beta):=\{x \in \mathbb{R}^d: \langle \alpha, x\rangle=\beta\}$
$H^+(\alpha, \beta)$	半空间，$H^+(\alpha, \beta):=\{x \in \mathbb{R}^d: \langle \alpha, x\rangle \geqslant \beta\}$
$H^-(\alpha, \beta)$	半空间，$H^+(\alpha, \beta):=\{x \in \mathbb{R}^d: \langle \alpha, x\rangle \leqslant \beta\}$
i	参与人

$-i$	除参与人 i 之外的其他参与人的集合
I	给定出价的向量，指示拍卖赢家的函数
J	构成一个复合抽签的抽签的数量
$J(x)$	参与人在扩展式博弈的节点 x 选择一个行动
$-k$	在二人博弈中不是 k 的那个参与人
k_i	在扩展式博弈中，参与人 i 的信息集的数目
K	博弈的结果的数目
K_i	参与人 i 的知识运算子
$\mathcal{KS}$, $\mathcal{KS}(S)$	讨价还价博弈的 Kalai-Smorodinsky 解
L	抽签：$L=[p_1(A_1), p_2(A_2), \cdots, p_K(A_K)]$
L	一个市场上商品的数目
$\hat{L}$	复合抽签：$\hat{L}=[q_1(L_1), \cdots, p_J(L_J)]$
$\mathcal{L}$	抽签的集合
$\hat{\mathcal{L}}$	复合抽签的集合
$m(\varepsilon)$	向量 ε 的最小元素
m_i	参与人 i 的纯策略的数目
$m_i(S)$	讨价还价博弈中参与人 i 的最高可能收益
M	博弈中收益的最大绝对值
$M_{m,l}$	维度为 $m\times l$ 的矩阵空间
$M(\varepsilon)$	向量 ε 中的最大元素
$\mathcal{M}(N; v; \mathcal{B})$	联盟结果$\mathcal{B}$的讨价还价集
n	参与人的数目
n	拍卖中买者的数目
n_x	子博弈 $\Gamma(x)$ 中的节点数目
N	参与人集合
N	拍卖中买者的集合
N	个人的集合
N	市场中生产者的集合
$\mathbb{N}$	自然数集合，$\mathbb{N}:=\{1, 2, 3, \cdots\}$
$\mathcal{N}$	$\mathcal{N}(S, d)$，讨价还价博弈的纳什解
$\mathcal{N}(N; v)$	联盟博弈的核
$\mathcal{N}(N; v; \mathcal{B})$	联盟博弈的核（对联盟结构$\mathcal{B}$）
$\mathcal{N}(N; v; K)$	相对于集合 K 的核
O	结果的集合
p	不完全信息海萨尼(Harsanyi)模型中的共同先验知识
p_k	抽签 L 的结果是 A_k 的概率
p_x	在随机行动 x 的行动上的概率分布
P	双向关系

P	所有联盟的组合$\mathcal{D}^*$的所有弱平衡权重集
$\mathbf{P}$	不完全信息奥曼模型中的共同先验知识
$\mathbf{P}_\sigma(x)$	扩展式博弈中参与人执行策略向量σ而使博弈的展开到达节点x的概率
$\mathbf{P}_\sigma(U)$	扩展式博弈中参与人执行策略向量σ而使博弈的展开到达信息集U中的一个节点的概率
P^N	偏好关系向量
$PO(S)$	S内有效率(帕累托最优)点的集合
$PO^W(S)$	S内弱有效率点的集合
$\mathcal{P}(A)$	备选方案集A上的所有严格偏好关系的集合
$\mathcal{P}(N)$	N的非空子集的组合,$\mathcal{P}(N):=\{S\subseteq N, S\neq\emptyset\}$
$\mathcal{P}^*(A)$	备选方案集A上的所有偏好关系的集合
$\mathcal{PN}(N;v)$	联盟博弈的前核
$\mathcal{PN}(N;v;\mathcal{B})$	联盟博弈的前核(对联盟结果$\mathcal{B}$)
q	加权多数博弈中的配额
$q(w)$	加权多数博弈中获胜联盟的最小权重,$q(w):=\min_{S\in\mathcal{W}^m} w(S)$
$\mathbb{Q}_{++}$	正有理数的集合
r_k	复合抽签的结果是A_k的总概率
$R_1(p)$	当参与人1选择混合行动p时可能收益的集合,$R_1(p):=\{puq^T:q\in\Delta(\mathcal{J})\}$
$R_2(p)$	当参与人2选择混合行动q时可能收益的集合,$R_2(p):=\{puq^T:q\in\Delta(\mathcal{I})\}$
$\mathbb{R}$	实线
$\mathbb{R}_+$	非负数集合
$\mathbb{R}_{++}$	正数的集合
$\mathbb{R}^n$	n维欧氏空间
$\mathbb{R}^n_+$	n维欧氏空间中的非负象限,$\mathbb{R}^n_+:=\{x\in\mathbb{R}^n:x_i\geq 0, \forall i=1,2,\cdots,n\}$
$\mathbb{R}^S$	$\|S\|$维欧氏空间,每个元素对应于S中的一个参与人
range(G)	社会选择函数的值域
s	策略向量
$\mathfrak{s}$	赋予每个状态一个自然状态的函数
s^t	重复博弈中在阶段t选择的行动向量
s_i	参与人i的策略
s_t	不完全信息海萨尼博弈中,对应于类型向量t的自然状态
$\mathfrak{s}^{-1}(C)$	对应于C中的一个自然状态的状态集,$s^{-1}(C):=\{\omega\in Y:s(\omega)\in C\}$
S	所有纯策略向量的集合

S	不完全信息模型中的自然状态集
S	具有专家的决策问题中的自然状态集
S	讨价还价博弈中备选方案的集合
S_i	参与人 i 的纯策略集
Sh	Shapley 值
supp	概率分布的支持
supp	$\mathbb{R}^n$ 中的向量的支持
t_i	不完全信息模型中参与人 i 的类型
T	不完全信息海萨尼模型的类型向量集
T	有限重复博弈中的阶段数目
T_i	不完全信息海萨尼模型中参与人 i 的类型集
u	策略式博弈中的收益函数
u_i	参与人 i 的效用函数
u_i	参与人 i 的收益函数
u_i	市场上生产者 i 的生产函数
u_t^i	重复博弈中参与人 i 在阶段 t 的收益
u^t	重复博弈中阶段 t 的收益向量
$u(s)$	策略向量 s 下博弈的结果
U_i^j	扩展式博弈中参与人 i 的信息集
U_i	参与人 i 的收益函数的混合扩展
$U(C)$	集合 C 上的统一分布
$U[\alpha]$	具有收益向量的博弈中，将收益在方向 α 上映射而成的标量收益函数
v	二人零和博弈的值
v	联盟博弈的联盟函数
$\underline{v}$	二人零和博弈的最大最小值
$\bar{v}$	二人零和博弈的最小最大值
$\bar{v}$	拍卖中买者的最大私人价值
v_0	博弈树的根
v_i	拍卖中买者 i 的私人价值
v^*	联盟博弈的超加性的关闭
$\underline{v}_i$	策略式博弈中参与人 i 的最大最小值
$\bar{v}_i$	策略式博弈中参与人 i 的最小最大值
$\mathrm{val}(A)$	二人零和博弈的值，其收益函数由矩阵 A 给出
V	图形中边的集合
V	重复博弈中个体理性收益的集合
V_0	扩展式博弈中，当随机行动发生时，节点的集合
V_i	扩展式博弈中参与人 i 的决策点的集合

V_i	拍卖中表示买者 i 的私人价值的随机变量
$\mathbb{V}$	对称拍卖中买者的可能私人价值的集合
$\mathbb{V}_i$	买者 i 的可能私人价值
$\mathbb{V}^N$	可能私人价值的向量集合：$\mathbb{V}^N:=\mathbb{V}_1\times\mathbb{V}_2\times\cdots\times\mathbb{V}_n$
w_i	加权多数博弈中参与人 i 的权重
$\mathcal{W}^m$	简单单调博弈中最小获胜联盟的集合
x_{-i}	$x_{-i}:=(x_j)_{j\neq i}$
$x(S)$	$x(S):=\sum_{i\in S}x_i,\ x\in\mathbb{R}^N$
X	$X:=\times_{i\in N}X_i$
X_k	k 阶信念层级的空间
X_{-i}	$X_{-i}:=\times_{j\neq i}X_i$
$X(n)$	标准的 $(n-1)$ 维单形体，$X(n):=\{x\in\mathbb{R}^n:\sum_{i=1}^n x_i=1,\ x_i\geqslant 0,\ \forall i\}$
$X(N;v)$	联盟博弈中配置集，$X(N;v):=\{x\in\mathbb{R}^n:x(N)=v(N),\ x_i\geqslant v(i),\ \forall i\in N\}$
$X^0(N;v)$	事前配置集，$X^0(N;v):=\{x\in\mathbb{R}^N:x(N)=v(N)\}$
$X(\mathcal{B};v)$	联盟结构$\mathcal{B}$的配置集，$X(B;v):=\{x\in\mathbb{R}^N:x(S)=v(S)\quad\forall S\in\mathcal{B},\ x_i\geqslant v_i\quad\forall i\}$
$X^0(\mathcal{B};v)$	联盟结构$\mathcal{B}$的事前配置集，$X^0(\mathcal{B};v):=\{x\in\mathbb{R}^N:x(S)=v(S)\quad\forall S\in\mathcal{B}\}$
Y	状态集
$\widetilde{Y}(\omega)$	状态 ω 中最小信念子空间
$\widetilde{Y}_i(\omega)$	状态 ω 中参与人 i 的最小信念子空间
Z_k	k 阶一致信念层级空间
$Z(P,Q;R)$	偏好关系，其中 R 中的备选方案优于不在 R 中的备选方案，R 中备选方案上的偏好是由 P 来决定的，不在 R 中的备选方案上的偏好是由 Q 来决定的
$Z(P^N,Q^N;R)$	偏好组合，其中个体 i 的偏好是 $Z(P_i,Q_i;R)$
β_i	拍卖中买者 i 的策略
β_i	出售机制中买者 i 的策略
β_i^*	直接出售机制中买者 i 的策略，在这个机制下他汇报自己的私人价值
Γ	扩展式博弈
Γ	策略式博弈向混合策略的扩展
Γ_T	T 阶段重复博弈
Γ_λ	贴现因子为 λ 的贴现博弈
Γ_∞	无限重复博弈
$\Gamma(x)$	在节点 x 开始的扩展式博弈的子博弈

$\Gamma^*(p)$	包含随机行动的扩展博弈，在相关均衡的定义中，根据概率分布 p 选择推荐向量
$\Delta(S)$	S 上的概率分布集
ε	完美均衡的定义中，约束条件的向量
ε_i	完美均衡的定义中，参与人 i 的约束条件的向量
$\varepsilon_i(s_i)$	完美均衡的定义中，参与人 i 选择纯策略 s_i 的最小概率
$\theta(x)$	递减顺序的过剩向量
θ_i^k	$A_k \approx [\theta_i^k(A_k), (1-\theta_i^k)(A_0)]$
λ	重复博弈中的贴现因子
λ_α	讨价还价博弈的角为 α 的平均解
μ^k	k 阶信念空间
χ^S	联盟的关联矢量
Π	信念空间：$\Pi=(Y, \mathcal{F}, s, (\pi_i)_{i\in N})$
π_i	信念空间中参与人 i 的信念
σ	具有专家的决策问题中的策略
σ_i	参与人 i 的混合策略
σ_{-k}	二人博弈中不是参与人 k 的那个参与人的策略
$\sum_i$	参与人 i 的混合策略集
τ_i	具有外部观察者的博弈 $\Gamma^*(p)$ 中的策略
τ_i	重复博弈中参与人 i 的策略
τ_i^*	具有外部观察者的博弈中的策略，参与人 i 遵循观察者的建议
$\varphi, \varphi(S, d)$	讨价还价博弈的解的概念
φ	联盟博弈的解的概念
φ	破产问题的解的概念
Ω	通用信念空间

本书经授权译自英文版 *Game Theory*

ISBN: 978 1107005488

迈克尔·马希勒 埃隆·索兰 什穆埃尔·扎米尔

Cambridge University Press 2013 年出版

本书中文简体字版由剑桥大学出版社授权格致出版社合作出版

上海市版权局著作权合同登记号:图字 09-2014-530