



非圆齿轮的 设计方法及应用技术研究

◎ 叶素娣 著

FEIYUANCHILUN DE
SHEJI FANGFA JI YINGYONG JISHU YANJIU

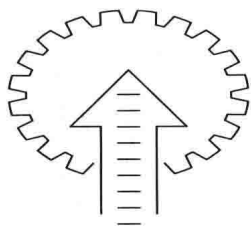


NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY Press
WWW.NNUP.COM

东北师范大学出版社

非圆齿轮的设计方法 及应用技术研究

■ 叶素娣 著



NORTHEAST NORMAL UNIVERSITY PRESS
WWW.NNUP.COM

东北师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

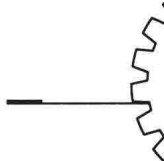
非圆齿轮的设计方法及应用技术研究 / 叶素娣著. -- 长春: 东北师范大学出版社, 2017.6
ISBN 978-7-5681-3379-1

I. ①非… II. ①叶… III. ①非圆齿轮—设计 IV. ①TH132.424

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第147419号

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 责任编辑: 卢永康 | <input type="checkbox"/> 封面设计: 优盛文化 |
| <input type="checkbox"/> 责任校对: 李倩 | <input type="checkbox"/> 责任印制: 张允豪 |

东北师范大学出版社出版发行
长春市净月经济开发区金宝街118号(邮政编码: 130117)
销售热线: 0431-84568036
传真: 0431-84568036
网址: <http://www.nenup.com>
电子邮件: sdcbs@mail.jl.cn
河北优盛文化传播有限公司装帧排版
北京一鑫印务有限责任公司
2018年4月第1版 2018年4月第1次印刷
幅画尺寸: 185mm×260mm 印张: 13.25 字数: 247千
定价: 46.00元



各种圆柱、圆锥齿轮和谐波齿轮可以实现线性的定传动比传动，非圆齿轮可以实现非线性的变传动比传动。按照认识的一般规律，先研究较简单的线性问题，再研究复杂的非线性问题。齿轮传动也是如此。

与圆柱、圆锥齿轮传动相比，非圆齿轮传动是特殊齿轮传动。特殊齿轮传动的应用面是较小的，所以非圆齿轮传动被关注较少。另一方面，在没有计算机辅助设计和数控机床加工之前，非圆齿轮的设计和制造不易实现。

非圆齿轮传动在 20 世纪 20 年代就已经出现。关于非圆齿轮的发展历史，高雪强做过简要的叙述。国内，吴序堂、王贵海在 1997 年编著的《非圆齿轮及非匀速比传动》一书，系统地论述过非圆齿轮传动的的基本理论。虽然非圆齿轮出现的历史不短，但总的来看，直到目前，非圆齿轮的设计、制造水平还较低，有一些加工机床也没有研制。从测试技术来看，非圆齿轮还没有行业标准，也没有统一的测试仪器。因此，本人编写此书，以期推动非圆齿轮行业更快发展。

一个产品的研发，最先从设计入手，将设计理论搞清楚。本书的重点是非圆齿轮设计理论及其在齿轮泵中的应用。为了检验本书推导的设计公式的正确性，通过设计示例进行了计算机仿真。这样，读者可通过计算机输出的图形对设计对象有一个直观的了解。本书针对节曲线的设计进行研究，完成了主参数的设计，将相关理论应用于非圆齿轮泵的设计中，提出了非圆齿轮泵具体设计方法，并根据已有理论，进行了非圆齿轮泵的流量特性分析，推导了相关计算过程。同时，根据非圆齿轮具体设计方法，建立了非圆齿轮副的三维实体模型，完成了整个非圆齿轮泵的虚拟装配。

本书的研究成果由安徽高校自然科学基金项目资助，编号：KJ2017A553，敬请读者批评指正。

编者

2017 年 5 月

2.4	本章小结	057
第3章	非圆齿轮齿廓设计	058
3.1	非圆齿轮的齿廓生成	058
3.1.1	渐开线圆柱直齿轮的齿廓设计	058
3.1.2	非圆渐开线直齿轮的齿廓设计——标准直齿条为产形齿条	061
3.1.3	非圆渐开线直齿轮的齿廓设计——产形齿轮是渐开线圆柱直齿轮	068
3.2	非圆齿轮传动啮合特性分析	085
3.2.1	节曲线	086
3.2.2	传动比	087
3.2.3	压力角	088
3.2.4	重合度	089
3.2.5	节点齿廓综合曲率半径	090
3.2.6	从动轮角速度	091
3.2.7	从动轮角加速度	092
3.3	非圆齿轮齿廓加工	093
3.3.1	加工工艺及方法	094
3.3.2	线切割编程简述	096
3.3.3	齿廓数据拟合设计方案	096
3.4	本章小结	100
第4章	自由节曲线非圆齿轮 CAD/CAM 技术与系统开发	101
4.1	自由节曲线非圆齿轮计算机辅助设计 (CAD)	101
4.1.1	非圆齿轮节曲线的校正与检验	101
4.1.2	非圆齿轮实体建模技术	104
4.1.3	自由节曲线非圆齿轮 CAD 解决方案	109
4.2	自由节曲线非圆齿轮计算机辅助制造 (CAM)	110
4.2.1	非圆齿轮滚齿加工原理与仿真	110
4.2.2	非圆齿轮插齿加工原理与仿真	116
4.2.3	自由节曲线非圆齿轮 CAM 解决方案	120
4.3	非圆齿轮 CAD/CAM 系统开发与节曲线模块设计	120
4.3.1	系统的开发过程	120
4.3.2	系统的总体设计	122
4.3.3	开发主要功能模块	123

4.3.4	应用实例	125
4.3.5	基于 VBA 专用非圆齿轮 CAD/CAM 系统的节曲线模块设计	130
4.4	本章小结	133
第 5 章	椭圆及二阶椭圆齿轮动力学特性分析	134
5.1	椭圆及二阶椭圆齿轮的运动学与静力学特性	134
5.1.1	椭圆齿轮的运动学与静力学特性	134
5.1.2	二阶椭圆齿轮的运动学与静力学特性	143
5.2	对象参数对椭圆齿轮动态特性的影响	151
5.2.1	对象参数对椭圆齿轮动态特性的影响	151
5.2.2	对象参数对二阶椭圆齿轮动特性的影响	162
5.3	本章小结	169
第 6 章	高阶非圆齿轮啮合副动力学特性研究	170
6.1	VB 6.0 环境下高阶椭圆齿轮副动力优化设计	170
6.1.1	VB 编程语言	170
6.1.2	非圆齿轮传动优化程序的编写	170
6.2	基于 MATLAB 及 Pro_E 的三维建模及仿真	182
6.2.1	非圆齿轮齿廓的数学模型	182
6.2.2	齿轮齿廓 MATLAB 程序编制及三维建模	184
6.2.3	模 型	186
6.2.4	非圆齿轮的啮合仿真	187
6.2.5	非圆齿轮啮合仿真的实现	187
6.3	高阶非圆齿轮泵的流量脉动率	188
6.3.1	椭圆齿轮副转角间的位置关系	188
6.3.2	瞬时流量	189
6.3.3	椭圆齿轮泵的平均理论流量	191
6.3.4	泵中液压力的计算	191
6.3.5	椭圆齿轮泵的流量脉动	192
6.4	高阶非圆齿轮泵优化设计	193
6.5	基于 ADAMS 的非圆齿轮啮合副的动力学仿真	196
6.5.1	非圆齿轮运动学分析	196
6.5.2	非圆齿轮的运动仿真	198
6.6	本章小结	201
	参考文献	202

第 1 章 绪 论

1.1 非圆齿轮的分类、特点及啮合原理

1.1.1 非圆齿轮的分类

非圆齿轮的分类依据不同的分类方法有许多不同的形式，例如：

- (1) 按其维数可以划分为：齿轮平面传动、齿轮空间传动；
 - (2) 按其啮合形式可划分为：齿轮内啮合、齿轮外啮合；
 - (3) 按其节曲线是否封闭可划分为：扇形的齿轮节曲线、完整的齿轮节曲线；
 - (4) 按其中心距可划分为：变中心距齿轮轮系、定中心距齿轮轮系；
 - (5) 按齿轮组合形式可划分为：非圆齿轮与标准圆柱齿轮组合、非圆齿轮与非圆齿轮组合。
- 因为应用场合不同，齿轮的组合方式也会因此而变化。

例如，下图 1.1-1 的 1、2 齿轮在中心距恒定的情况下能够持续旋转，恒定中心距的非圆齿轮轮系与恒定中心距的标准圆柱齿轮轮系两者的性质截然不同，尽管非圆齿轮的中心距恒定，但是其节曲线的极径变化与否取决于旋转角度的变化，所以这两个椭圆齿轮的转动中心和接触点的距离变化与否也取决于旋转角度是否变化。若旋转角度一直变化，则两者的传动比是一直变化的，但是标准圆柱齿轮的接触点所处位置是恒定的，因此标准圆柱齿轮仅仅可以传递定传动比。上述即为非圆齿轮与标准圆柱齿轮两者的最大区别。关于此两者，也可以这样认识：标准圆柱齿轮属于非圆齿轮范畴中一种特殊形式。

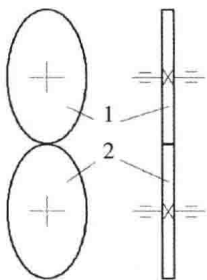


图 1.1-1 非圆齿轮定轴传动示意图

非圆行星轮系有以下两种类型：

- (1) 定中心距 N-G-W 型；
- (2) 变中心距 N-G-W 型。

定中心距 N-G-W 型非圆行星轮系见下图 1.1-2。

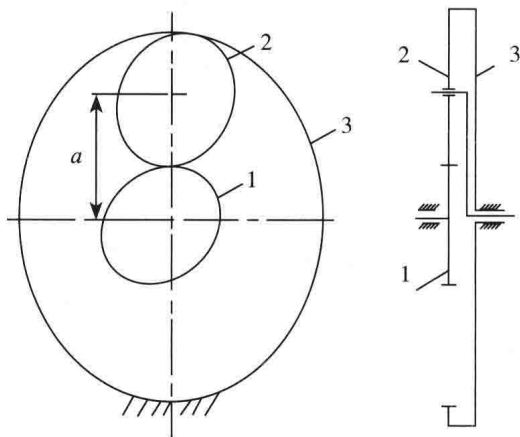


图 1.1-2 定中心距 N-G-W 型非圆行星轮系图

根据上图可以看出，在这个定中心距的非圆行星轮系中，齿轮 3 是内齿圈齿轮，并且固定不动，齿轮 2 是行星轮，齿轮 1 是太阳轮，齿轮 1 和齿轮 2 轮齿外啮合，两者的中心距 a 恒定，与整个轮系的运动无关。如果是变中心距 N-G-W 型非圆行星轮系，那么 1 和 2 两个齿轮的中心距 a 必定是变化的，由于中心距 a 一直变化，导致对变中心距 N-G-W 型非圆行星轮系的设计和运动特性分析变得特别复杂。

1.1.2 非圆齿轮的特点

非圆齿轮系属于一种传递变传动比的机构，可以用来执行主、从动机构部件转角之间非线性关系的传动。通过与圆柱齿轮等机构的比较，总结其特点有三。

第一，因为圆柱齿轮的节圆形状同样为圆形，所以其轮齿啮合时，就类似节圆之间在做纯滚动，它们的中心距是恒定的，传动比也是恒定的，只是根据定传动比在进行动力传递。但非圆齿轮因其节曲线形状为非圆形，所以与圆柱齿轮不同。非圆齿轮的特点是：进行传动的非圆齿轮，好比两个在滚动的非圆曲线，节曲线变化，则传动比变化。非圆齿轮适用于换向、摆动、周期运动和间歇运动等情境，可以发挥重要作用。

第二，连杆传动机构只做触点连接，其摆动幅度大，相对而言，难以实现动态平衡。齿轮则不同，可持续稳定地执行动力传递，摆动幅度很小，平衡性能高，具有更强的适用性和实用性。因此，即使齿轮相对连杆机构没有经济优势，仍然成了工业应用中的首要选择。而随着新型材料不断出现，加工技术日益提高，非圆齿轮将会起到越来越大的作用。

第三，非圆齿轮相比凸轮机构具有啮合性，其使用寿命长，能够持续地进行周期传动。凸轮机构则只能做单调的往复运动，而无法实现一直连续的单向循环运动。若采用凸轮机构来实现一些非线性运动，还要考虑如何避免凸轮机构运行中出现卡死的现象，这必然会增加整个机构的负载，影响整个机构的运动特性，减少其使用寿命。使用非圆齿轮可以很好地解决这些问题。

从上述这些特点可以看出，非圆齿轮非常适合用来完成一些特定的运动。

1.1.3 非圆齿轮的啮合原理

1.1.3.1 齿轮啮合的基本原理

齿轮齿形如图 1.1-3 所示，图中两个齿轮的中心点分别是 O_1 、 O_2 ，齿轮 1、2 根据给定规律的角速度比啮合传动，接触点为 P 点，1 沿顺时针方向转动，2 沿逆时针方向转动。1 的角速度为 ω_1 ，2 的角速度为 ω_2 ，那么可以得出瞬时传动比 i_{12} 为：

$$i_{12} = \frac{O_1P}{O_2P} \quad (1.1-1)$$

齿轮 1、2 的公法线记作直线 nn ，相对速度记作 v_{12} ，其方向与齿形 A_1 、 A_2 的公切线的方向一致，因为若不能满足此条件，两齿轮的齿形将会互相楔入或者脱离，由此能够得出：瞬时转动半径 PA 的方向与公法线的方向一致。

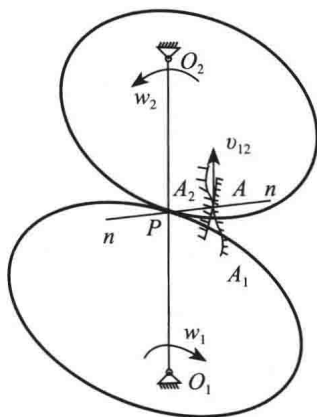


图 1.1-3 齿轮啮合原理图

1.1.3.2 非圆齿轮共轭齿廓形成的基本概念

通过圆柱齿轮齿廓的形成过程，可以更加深入地理解非圆齿轮的齿廓形成过程，共轭齿廓的形成见图 1.1-4 (a)， P 点为齿轮 1、2 的触点。首先在齿轮 1、2 的节圆之间虚拟一条原本不存在的工具齿条，啮合点 P 也是共同切点，然后通过齿轮与齿条的运动曲线可得两齿轮的共轭齿廓。由齿轮啮合原理可知：齿轮齿廓与齿条齿廓的接触点为同一点，无论任何时刻，齿轮与齿条节点的公法线都将通过 P 点。因此，如果去掉工具齿条，照样可以保证两齿轮相啮合。

如下图 1.1-4 (b) 所示，为非圆齿轮齿廓形成原理图，非圆齿轮副共轭齿廓形成与图 1.1-4 (a) 所示圆齿轮副同理， A 、 B 代表非圆齿轮节曲线， P 为啮合触点。同样在两齿轮中间虚拟一个齿条，同时与非圆齿轮 A 、 B 啮合，它们的节曲线接触点都在 P 点上，非圆齿轮传动过程中，工具齿条节线和非圆齿轮 A 、 B 的节曲线共同做纯滚动运动，齿条的运动既有转动也有平动。同上，通过齿条齿廓得到非圆齿轮齿廓。工具齿条只适用于节曲线外凸型齿廓的设计，若设计内凹型齿廓，则要通过借助产形齿轮来实现。产形齿轮也是虚拟出来的齿轮，其共轭齿廓的形成

与外凸形齿廓同理，只是做啮合传动的齿轮不同，产形齿轮是在内齿圈和太阳轮之间做复合运动，通过其齿廓得到齿轮副的齿廓。除上述方法，还可以通过用齿轮插刀加工出非圆齿轮，加工出的齿廓同样可以确保节曲线的纯滚动，其齿廓形成的原理和齿条刀类似。

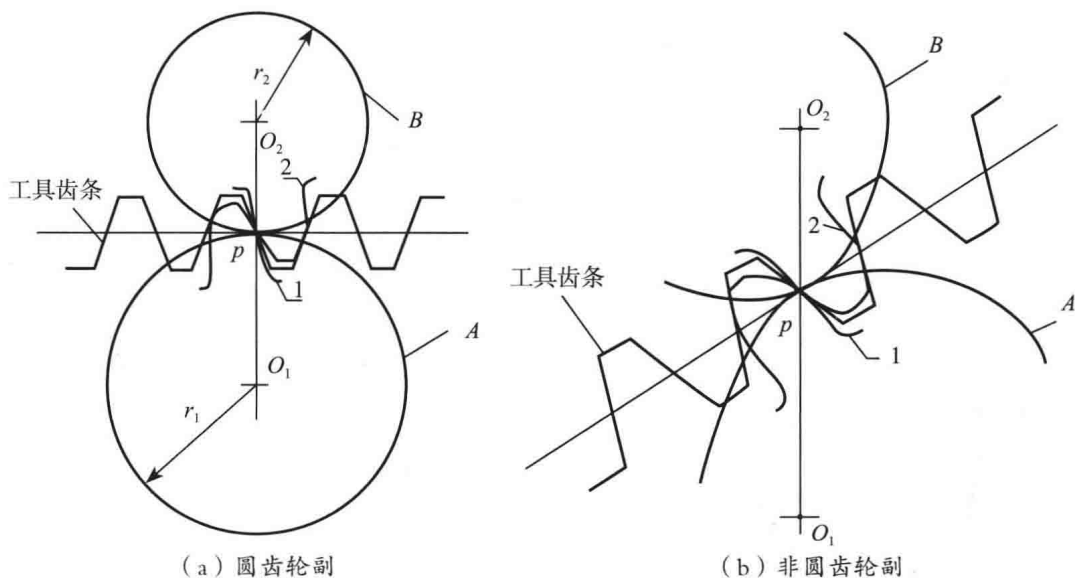


图 1.1-4 共轭齿廓的形成

1.2 非圆齿轮的发展、应用及研究现状

1.2.1 非圆齿轮的发展及研究现状

人类在三千年之前就已经用齿轮来进行动力传动了，齿轮传动与其他动力传动方式相比具有持续、稳定、平衡能力强等优点，因而备受青睐。但非圆形齿轮的应用直到第一次工业革命后才出现，而且在之后长达一个多世纪的时间里，由于科技水平不足，它的发展一直停滞不前。这种情况直到进入 20 世纪后因为机械工业的迅猛发展才被改变，因为之前的齿轮传动机构已经不足以满足实际生产需要，必须有多样化和复杂化的传动机构来填补空白。基于此，人们打破传统惯例，对非圆齿轮进行了更深入的研究和探讨，以求实现变传动比传动。在 20 世纪的第一个十年，Dunkerly 创作了《Mechanism》一书。作者通过此书向工程专业的学者展示了实现变传动比传动的方式方法。自此，非圆齿轮的发展迈入新的时代。具体来说，非圆齿轮的发展经历了三个阶段。

第一阶段：理论研究阶段（20 世纪初至 20 世纪 60 年代）。

在 20 世纪 40 年代以前，人们对非圆齿轮的研究重点主要放在理论上，这为之后的二十年非圆齿轮的快速发展奠定了理论基础。在此阶段，苏联的李特文教授做出了非常巨大的贡献，撰写并出版了著作《Non-circular Gears》。此书系统地阐述了非圆齿轮传动理论，介绍了如何以圆柱齿轮基本啮合理论（Willis 定理）为基础来构建非圆齿轮啮合理论，并且在构建过

程中明确了非圆齿轮齿廓啮合需要满足的几何条件，这代表了当时对非圆齿轮研究的最高水平，是非圆齿轮传动技术发展中的一座丰碑。

但由于当时科技水平不高，所有设计中的计算推导只能靠人工完成，费时费力，并且齿轮加工水平低，精度与质量都难以保证，加之没有标准化机械生产，成本很高，通用性差，因此非圆齿轮在当时没有得到普及应用。

第二阶段：低潮阶段（20世纪60年代至20世纪80年代）。

在20世纪60年代至80年代，非圆齿轮的发展比较缓慢，究其原因有二：

- (1) 计算机在工业生产中的应用没有普及，受其限制，深层次的研究和应用难以开展；
- (2) 工业自动化水平低，当时的生产效率和加工精度不足以满足市场要求。

第三阶段：快速发展和普及应用阶段（20世纪80年代至今）。

从20世纪80年代开始，受益于计算机和数控加工技术的普及，对非圆齿轮在设计、加工、应用等各个方面的研究重返人们的视野焦点。

在此阶段，日本的研究成果最引人瞩目，香取英男、山崎隆和太田浩等学者研发出非圆齿轮CAD/CAM系统，该系统能够自动设计、检测并生成数控磁带，这大大简化了设计过程，提高了工作效率，成功解决了非圆齿轮设计难、计算量大、不易加工的一系列历史难题，实现了非圆齿轮从设计到加工的自动化。尽管该系统生成的数控磁带，只适用于数控铣床加工节曲线外凸的非圆外齿轮，应用范围小，但仍然意义非凡。之后，为攻克适用性低的问题，三位学者又开发出了新型的可用数控插齿机加工非圆齿轮的CAD/CAM系统，该系统能够加工任意形状的非圆内齿轮和外齿轮。除日本之外，欧美发达国家在此领域的研究也取得了长足进步。

而在此时期，我国才刚刚开始对非圆齿轮有所认知。1973—1981年，在李福生等人主导下，《非圆齿轮》与《非圆齿轮与特种齿轮传动设计》先后出版，这两本书是国内最早也是最全面介绍非圆齿轮的专著，为我国非圆齿轮传动技术的发展奠定了坚实的基础。自此，国内对非圆齿轮的研究如雨后春笋般破土而出，茁壮成长。其中的优秀专家学者有刘生林、田立俭、徐晓俊、徐辅仁、黄文浩、李建生、孙文磊等，他们分别从不同的角度，采用不同的方式方法对各种非圆齿轮的设计、模拟仿真、加工制造、精度测量等进行了深入研究。因为这些专家学者的不懈努力，我国在非圆齿轮领域取得了飞速发展。在这一时期，我国已将计算机辅助设计系统广泛应用于研究非圆齿轮了。与此同时，机加工技术的进步极大地推动了非圆齿轮的应用发展，因为数控滚齿机、数控插齿机、线切割等数控加工设备的大量投入使用，非圆齿轮难以加工的历史由此彻底改变。

1.2.2 非圆齿轮的应用

因为非圆齿轮独一无二的特点，在某些应用中，非圆齿轮相比其他传动机构具有更强的适用性，能够极大地提高整个机构的传动特性，因此应该大力推广非圆齿轮机构在动力传动领域中的应用。

1.2.2.1 非圆齿轮机构在轻工业自动机械中的应用

非圆齿轮在轻工业中使用广泛，在纺织机、烟草机和印刷机中都有所应用。例如，非圆齿轮在纺织行业的应用。纺织机要想把不同的花纹都勾勒到布料中，只靠圆柱齿轮机构是无法完成此项工作的，这需要用到非圆齿轮机构。烟草机因为包含动能间歇式传动也要采用变传动比的非圆齿轮机构才能实现。如图 1.2-1 所示，纸张进给时，为确保纸张不受损并能精确到达预定位置，此时，速度宜慢不宜快，而纸张入筒后，为提高印刷速度，此时，速度宜快不宜慢。要实现传动速度规律性的变化，则需采用非圆齿轮机构来完成。

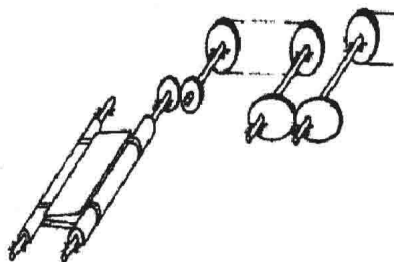


图 1.2-1 非圆齿轮在印刷机中的应用

1.2.2.2 非圆齿轮在机床行业中的应用

非圆齿轮机构在机床行业中同样具有应用价值。在机床上应用非圆齿轮机构，实现变速度比传动，不仅能简化整个机床构造，还能提高机床的工作效率。图 1.2-2 所示为把非圆齿轮应用在压力机和自动化机床上的简图。将椭圆齿轮和曲柄滑块机构的组合应用在压力机上，既可以增加工作时间，又能降低空回行程时间，大大提高工作效率，改善压力机的受力情况；把非圆齿轮和槽轮机构的组合应用在自动化机床上，能够增大停歇的速度，节省加工时间，降低机床振动。

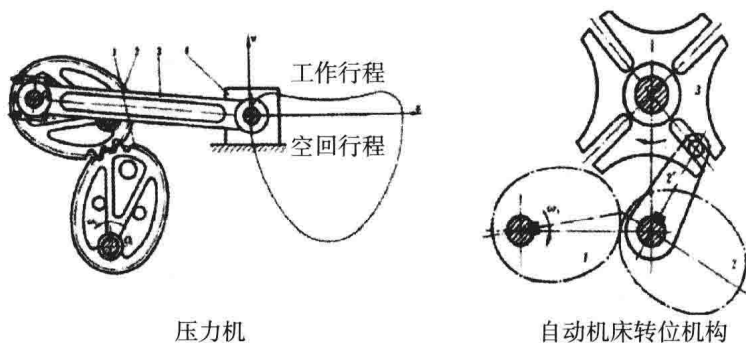


图 1.2-2 非圆齿轮在机床行业中的应用

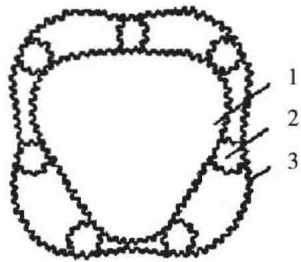
1.2.2.3 SOK 型马达

液压马达是液压系统不可或缺的执行元件。20 世纪 70 年代，一种以非圆齿轮轮系为核心

机构的马达出现在世人眼前,这种马达被称为 SOK 型马达, SOK 型马达的工作原理如图 1.1-7 所示,其设计理念独辟蹊径,颠覆了只使用圆柱齿轮传动的研发思路,对液压马达的发展具有重要意义。

从图 1.2-3 可知,太阳轮 1、行星轮 2 和内齿圈 3 是此 SOK 型液压马达的核心组成部件。这是一个由圆柱齿轮和非圆齿轮组合而成的复合机构,太阳轮 1 和内齿圈 3 属于非圆齿轮,行星轮 2 属于圆柱齿轮。其中,内齿圈 3 固定不动,与太阳轮 1 和行星轮 2 形成若干个容积不断变化的封闭空间。行星轮 2 分别与太阳轮 1、内齿圈 3 进行啮合传动。当液压油被泵入到密闭的容腔后,导致容腔的容积时刻在发生变化,压力随之变化,则行星轮 2 周而复始地自转和公转,进而带动太阳轮 1 围绕输出轴转动来输出动力。SOK 型液压马达具有以下优点:

- (1) 动力性能强;
- (2) 外形尺寸小;
- (3) 动力传动平稳;
- (4) 整体构造简单。



1- 太阳轮; 2- 行星齿轮; 3- 内齿圈
图 1.2-3 SOK 型液压马达传动原理

1.3 非圆齿轮研究的意义、内容及方法

1.3.1 非圆齿轮研究的意义

齿轮传动是机械传动过程中最普遍的形式之一,它主要用来传递两轴间的回转运动,其传动比可以是常数,也可以是变数。现实生活中,圆齿轮的生产应用比较广泛,其传动比为定值,节曲线为圆形。这些特性已经远远不能满足在特定场合下的传动需求,因此人们在圆齿轮的基础上提出了非圆齿轮的概念。

从运动学角度考虑,非圆齿轮传动是可以替代平时常用的连杆机构和凸轮机构的。因为非圆齿轮可以实现那些非线性的、变化着的主从动机构的传动关系。与此同时,它还可以传递动力和变传动比运动。在传动过程中,比起连杆机构和凸轮机构更容易实现传递运动的准确性和高速重载下传动的平稳性。由于非圆齿轮存在上述的运动特性,因此它被广泛应用于多种行业:轻工业、重工业、仪器仪表、工程机械等行业。显而易见,当下对非圆齿轮的动力学分析的研究将变得日益重要、迫切。

1.3.2 非圆齿轮研究的内容及方法

虽然任何科学技术都具有继承性,但为了节省篇幅,在非圆齿轮设计方面,其他文献已研究过的,本人没有创新的内容,本书一般不再复述。

本书共分 6 章。第 1 章绪论,对非圆齿轮进行了基础性概述。第 2 章、第 3 章是研究非圆柱直齿轮的节曲线设计和齿廓设计,重点是对齿廓的研究。在第 4 章中,针对自由节曲线非圆齿轮 CAD/CAM 统一模块研发关键技术进行了深入探讨。在第 5 章中,探讨了椭圆齿轮

的运动学与几何学特性、动力学特性、静力学特性。第 6 章中深入探讨了：VB6.0 环境下高阶椭圆齿轮副动力优化设计；基于 MATLAB 及 Pro_E 的三维建模及仿真分析；高阶非圆齿轮泵的流量脉动率分析；基于 MATLAB 的高阶非圆齿轮泵优化设计；基于 ADMAS 的非圆齿轮泵齿轮啮合副的动力学仿真与分析。

1.4 本章小结

本章主要介绍了非圆齿轮的分类形式、特点及其国内外的一些研究现状，并讲述了非圆齿轮在生活生产中的应用，对非圆齿轮研究的意义、内容和方法做了重点说明。

第 2 章 非圆齿轮设计基础

2.1 非圆齿轮的节曲线设计

渐开线圆柱直齿轮的节曲面是圆柱面，其端截形是圆形（扇形齿轮的端截形是圆弧形）。如果齿轮的节曲面是一般的柱面，端截形是封闭的或不封闭的平面曲线，应当称之为非圆柱面直齿轮，简称非圆柱直齿轮。目前所说的非圆齿轮就是指这种齿轮。端截形的平面曲线称为节曲线。

非圆柱直齿轮传动是变传动比传动，运动规律可以用传动比函数来描述。非圆柱直齿轮传动相当于两条平面曲线做无摩擦的滚动，节曲线的设计是非圆柱直齿轮设计的首要任务。

2.1.1 定轴传动非圆柱直齿轮节曲线的基本方程

图 2.1-1 所示为两个非圆柱直齿轮外啮合传动的简图。 $O_1x_1y_1$ 是随着齿轮 1 回转的动坐标系， $O_2x_2y_2$ 是随着齿轮 2 回转的动坐标系，它们的转向相反（规定逆时针转向为正，顺时针转向为负）。

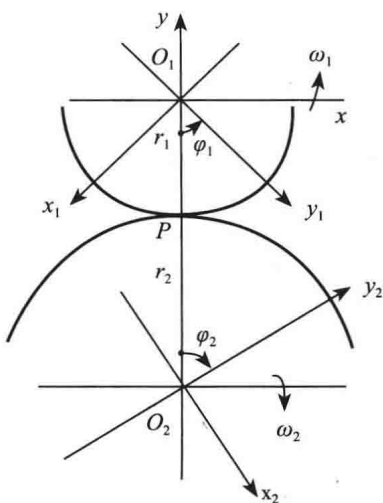


图 2.1-1 非圆柱直齿轮外啮合传动

φ_1 是齿轮 1 的转角， φ_2 是齿轮 2 的转角。在初始时刻，两个坐标系的 y 轴都在连心线 O_1O_2

上, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。角速度 $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt}$ 。在变传动比外啮合齿轮传动中, $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d\varphi_1}{d\varphi_2}$ 称作传动比

函数, $\varphi_2 = F(\varphi_1) = \int_0^{\varphi_1} \frac{-1}{i_{12}(\varphi_1)} d\varphi_1$ 称作齿轮 2 的转角函数。

按照惯例, 顶标加点表示变量对时间 t 求导数。在工程中一般不用时间 t 而用位移量作为自变量。为了不失一般性, 规定 $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = 1$ 。这样, 变量对时间 t 的各阶段导数与变量 φ_1 的各阶段导数是一致的, 如 $\varphi_2 = k_2(y - y_1) = k_2[f(x) - f(x_1)]$, $\omega_2 = \frac{d\varphi_2}{dt} = \dot{\varphi}_2 = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ 。在上述规定下, 今后对 φ_1 求各阶导数, 也采取顶标加点的形式。

可用非圆柱直齿轮传动来实现某一个传动比函数 $i_{12}(x) = \frac{dx}{dy}$ 。设 $y = f(x)$, $x \in [x_1, x_2]$, $y \in [y_1, y_2]$ 。令 $\varphi_1 = k_1(x - x_1)$, k_1, k_2 为量纲转换比例常数。为不失一般性, 设定 $\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{d\varphi_1}{dx} = k_1$, $\frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dx} = k_2 f'(x)$ 。 $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{d\varphi_1/dt}{d\varphi_2/dt} = \frac{-k_1}{k_2 f'(x)} = \frac{-k_1}{k_2} i_{12}(x)$ 。 k_1, k_2 视两个齿轮的初始转角和角范围而定。

非圆柱直齿轮 1 与齿条 2 的啮合传动简图见图 2.1-2。齿条的平移方向垂直于 Oy 轴, 位移 $s = f(\varphi_1)$ 。在节点 P , $r_1(\varphi_1)\omega_1 = \frac{ds}{dt}$ 。仍规定 $\omega_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = 1$, 则传动比函数 $i_{12}(\varphi_1) = \frac{\omega_1}{\dot{s}} = \frac{1}{r_1(\varphi_1)}$ 。

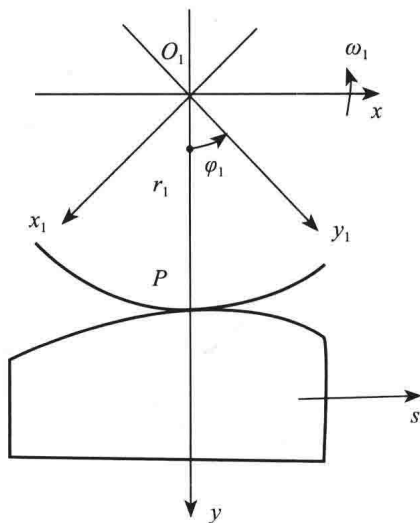


图 2.1-2 非圆柱直齿轮齿条传动

2.1.1.1 非圆柱直齿轮节曲线的极坐标方程

图 2.1-1 中, 齿轮副的中心距为 a 。齿轮传动的节点为 P 点, P 点也是齿轮传动的速度瞬心。 $\overline{O_1P} = r_1$, $\overline{O_2P} = r_2$ 。在 P 点, 两个齿轮的相对运动速度为零, $\omega_1 r_1 - \omega_2 r_2 = 0$, $i_{12}(\varphi_1) = -\frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{r_2}{r_1} = -\frac{a - r_1}{r_1} = -\frac{1}{\dot{\varphi}_2}$, 据此得出: