



Некоторые основные
задачи математической
теории упругости

数学弹性理论的
几个基本问题

(原书第5版)

〔格鲁〕恩·伊·穆斯海里什维里/著

赵惠元 范天佑 王成/译



科学出版社

数学弹性理论的几个基本问题

Некоторые основные задачи
математической теории упругости

(原书第5版)

[格鲁] 恩·伊·穆斯海里什维里 著

赵惠元 范天佑 王成 译

科学出版社

北京

内 容 简 介

这本书是格鲁吉亚卓越数学家恩·伊·穆斯海里什维里(Н.И. Мусхелишвили)首创的复分析方法求解数学弹性理论的权威专著。本书内容包括：弹性理论基本方程、平面弹性理论、用幂级数解平面弹性边值问题、Cauchy型积分、Cauchy型积分在平面弹性边值问题中的应用、平面弹性边值问题化成 Riemann-Hilbert 问题求解、Saint-Venant 结构的复分析，另外还包括 5 个附录、苏联-俄罗斯作者人名的俄-中文对照，以及按俄文和拉丁文顺序排列的参考文献目录。

本书可以作为高等院校应用数学专业、力学专业和材料物理专业的本科生、研究生的参考书，也可供科研工作者、教育工作者参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学弹性理论的几个基本问题：原书第 5 版/(格鲁)恩·伊·穆斯海里什维里著；赵惠元，范天佑，王成译。—北京：科学出版社，2018.11

ISBN 978-7-03-059535-5

I. ①数… II. ①恩… ②赵… ③范… ④王… III. ①弹性力学-复分析
IV. ①O343②O174.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018) 第 258037 号

责任编辑：陈玉琢 / 责任校对：邹慧卿
责任印制：张伟 / 封面设计：无极书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京建宏印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经售

2018 年 11 月第 一 版 开本：720 × 1000

2018 年 11 月第一次印刷 印张：41

字数：826 000

定价：249.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)



译者前言

复分析(复变函数)是数学的重要分支,它强有力和优美,有许多重要应用。物理学诺贝尔奖获得者李政道教授在他的著作《物理学中的数学方法》中指出复分析(复变函数)在理论物理学的许多领域具有决定性的重要性。数学大师陈省身教授对复分析的评价更高(见张洪光,《一生事业在铸人——当代世界几何学家陈省身》,自然辩证法通讯,1997年第5期)。德国伟大的理论物理学家、应用数学家、教育家A. Sommerfeld在他的享誉全球的名著《理论物理学》(共六卷,其中文翻译正在陆续出版)中一再强调复分析对流体力学和数学物理的重要性。李政道、陈省身、A. Sommerfeld等不同时代、不同领域的卓越的科学家,虽然他们的专业都不是复分析,却那么强调它的重要性,可见这门学科的价值非同寻常。格鲁吉亚卓越的数学家Н. И. Мусхелишвили(恩·伊·穆斯海里什维里,N.I.Muskhelishvili)的名著《数学弹性理论的几个基本问题》(Некоторые основные задачи математической теории упругости),通过弹性理论,对复分析方法及其应用作了极其深刻和淋漓尽致的介绍,使原本弹性理论求解由“半倒解法”带猜测成分的方法发展成一种系统、直接的构造性方法,是一本享誉全球的经典名著。其英文译本自1953年出版以来(此译本非常优秀,对现在的重新翻译工作帮助很大),最新统计,被英文SCI论文引用9040次,超过2014年检索时2000多次(这部书的姐妹篇,同这本书的第六章——即Riemann-Hilbert问题——尤其密切的另一个应用数学分支——奇异积分方程,在他的另一本名著《奇异积分方程》(Сингулярные интегральные уравнения)英文译本1954年出版后,被英文SCI论文引用超过7000次,超过2014年检索时1600次),该两书被俄文文献和中文文献引用的次数尚未在上面统计之列,可见穆斯海里什维里著作的影响之大,从一个侧面证明了李政道、陈省身、A. Sommerfeld等关于复分析的重要性和生命力。说穆斯海里什维里著作是全人类科学和文化的宝贵遗产,绝不过分。同时,穆氏的大作帮助我们通过弹性这门既是基础学科,又同工程技术和生产实践关系密切的理论去学习掌握复分析这门重要的数学工具,应该是一举两得。

《数学弹性理论的几个基本问题》俄文的第四版(1953年由苏联科学院出版社出版),由我国东北大学赵惠元教授译成中文,由王柔怀(吉林大学)、陈诗华、褚鹏霞(东北大学)等三位教授校对,于1958年由科学出版社出版,译文非常准确和优美,深受国内同行的欢迎和好评。很遗憾,以后未能再版,因而已经绝版。穆斯海里什维里在1966年出了该书的第五版,也是俄文版的最终版,其内容增加了57a节、第八章和附录四。第八章的内容是该著作自1954年第四版至1966年第五版10多

年间该学科相关领域发展的一个评述，名为“近期若干工作的简单介绍”。至今已经过去了半个多世纪，显然内容比较陈旧，为尊重原著，同时它具有史料价值，这次仍然加以翻译，把它的摘要列为新中文译本的附录 V. 俄文版新增的 57a 节和附录 IV，经翻译进入新译本。所以新译本的基础绝大部分仍然属于赵惠元老师的工作，他和校对者王柔怀、陈诗华、褚鹏霞老师的贡献最大。理所当然地，赵惠元老师是现在这新译本第一译者。

这本专著系统地介绍了由俄罗斯-苏联-格鲁吉亚科学家独创的经典弹性的复分析方法，其核心是用 Cauchy 型积分和保角映射求解平面弹性双调和方程边值问题。20 世纪 50 年代固体断裂理论的兴起，其发展高潮一直持续到 80 年代，复分析方法成了该理论最精确和最强有力的分析工具，在科学界和工程界得到很大传播、推广和普及。20 世纪 80 年代固体准晶的发现，是凝聚态物理和凝聚态化学的重大发现（该发现 2011 年被授予化学诺贝尔奖），其中二维准晶的平面弹性和三维准晶的平面弹性问题中由中国工作者得到的四重调和方程和六重调和方程边值问题和求解，复分析方法又成了其最精确和最强有力的分析工具。所以从方法论上考虑，穆斯海里什维里倡导和发展的复分析方法，对今天和今后的若干领域仍然很有意义，除了传统的领域，对新兴的领域，例如上面提到的凝聚态物理和凝聚态化学中新出现的高阶多调和方程边值问题的求解都具有参考和借鉴的价值，彰显它的强大的生命力。这提供了在我国发展应用复分析及其应用的良好机遇，如果我们抓住这一难得的机遇，或许我们将会取得显著的进展，并且会对人类做出贡献。

由于从 1958 年首个中文译本出版以来，已经过去了半个世纪多，情况发生了许多变化，从穆斯海里什维里在 1966 年出了该书的第五版以来，也已经过去 50 年了，上面已经指出其中第八章的评述，自然已经陈旧，尤其是在前苏联之外的发展的若干概况，包括弹性复分析在力学、工程、材料科学和凝聚态物理与凝聚态化学中应用的部分情况，原著没有，也不可能有这些新进展的内容。由于它半个多世纪前的综述也已经过时，读者想了解有关发展的情形，不妨参考书末的“译者后记”的补充。这一补充并不全面，因为它受到译者阅历的局限，只包括译者所了解的若干新进展，这点希望读者理解。更详细的总结和评述，需要有人去做，不过译者已无能为力了。

感谢原译者赵惠元教授的同事、东北大学黄宝宗教授的指教与帮助和赵惠元教授的后人赵乘同志和赵平同志的支持。在译稿准备中得到俄语专家李鹏飞教授的参与，以及廖日东教授、郭瑞平教授、孙竹风副教授和孙俊君等多位学生的支持与帮助，对这些专家和同志们的劳动和贡献表示衷心感谢。

现译者对新译本出版的过迟有一种愧疚感，并且对原译文的部分改动和增补虽然必要，但是未必正确和恰当，还会存在许多错误，除由现译者负责之外，敬请读者批评指正！

范天佑 王 成

2018 年 10 月

第五版序言

本书第五版的推迟出版主要是因为在该版中必须核对与该书内容相关的大量数据结果，它们包括在从第一版到第四版以及英文译本的第一版 (Noordhoff 出版社, Groningen, 荷兰, 1953) 中。即使引进的是简短的一些数据，也招致了重新编组和改变章节的数字，最后导致不合心意的结果，同时对读者而言，找到相应的出处仍然是困难的，因为这些不同之处，所以不同的作者采用前几版的引文都是不同的。

由此我决定，在不改变第四版的正文的情况下而加写了新的一章 (第八章)，以便简要地概述上面提到所要做的事情。

在加写了新的一章 (第八章) 时，高兴地引用我的同事们巴润布拉特 (莫斯科)、卡兰迪亚 (第比利斯) 和曼德热维泽 (第比利斯) 研究成果，他们在此领域都积极工作，并且提供了自己的某些成果。他们忘我的劳动，克服了巨大的困难而做出成绩，在此我真找不到适当的语言表达我对他们的深切感激之情！在这里我还要对 J.R.M.Radok (澳大利亚) 教授表示感谢。在第二版和第四版的英文译本中，他为我们指出了不少错误。

如已指出的那样，对第四版的内容，并没有做多少变化，只是补充了少量的变动和少数的摘录，主要的都是专题学科方面的内容。

书末加写了一个新附录，即附录IV，其中提出了求解弹性平面理论的方程的公式的结论，包括三维情形。

开始时，我打算删去附录 I — III，其原因很简单。特别是附录 I，是在 30 多年前写的，当时张量的概念还没有得到广泛的应用。但是，根据同事们的建议，我做了一些补充而把它们保留了下来 (这些同事与工程师和研究人员接触比较多)。

在准备以及打印和校对此书稿时，巴润布拉特给我大量帮助，对他表示最衷心的感谢。

H. 穆斯海里什维里

于第比利斯

1966 年 1 月

第四版序言

本版异于前版的是，在原书里做了很多补充与修改，其中很多地方所占篇幅虽不大，但往往是很重要的。同时，著者曾注意到主要从事实际应用工作的读者，也注意到对数学方面的问题有兴趣的读者。

曼德热维泽 (Г. Ф. Манджавидзе) 同志细心地审阅了全书的校样，指出了一些不妥当的地方，并提出了在改进叙述上有裨益的批评意见，著者在此表示深切的感谢。

此外，高尔金茨 (А. Я. Горгидзе) 同志审阅了第一章与第七章的校样，并检查了某些计算，著者同样表示深切的感谢。

H. 穆斯海里什维里

1953 年 12 月于第比利斯

第三版序言

本书的第二版是紧接着第一版(1933年)之后在1935年问世的。第二版早已绝版，因我忙于其他工作，致使很久未能着手准备新版。本书曾蒙欢迎并荣获高奖，都使我有责对它的再版予以特殊的注意。同时使我更为欣慰的是本书问世不久，就出现了许多著作，在这些著述中把我的方法应用到各种具体问题上或作了重要的补充和推广。自然，应当把这些著作中的主要成果以及我所得到的某些成果都在新版里加以补充。我已尽量地做到这点，但仍恐有些著作会因我不知而被遗漏，谨在此对这些著作的作者致以歉意。

在此版中关于讲法的总的安排仍和以前一样。但是书的正文除了最初两章和最后一章^①外，都经过彻底的改写和大量的补充，并增加了新的内容，这就是第四章与第六章。在第四章里，仅有很少的部分是借用了前版的内容；在第六章中，除在前版中已用其他方法给出解答的少数问题不计外，都是由我以及在前版^②发行不久由其他著者得到的成果。

虽然我不认为有可能和必要一一指出对于以前各版所作的所有修改和补充，但是认为必须是读者注意第五章的I—III部分(第IV部分是新的)的新的叙述方式。这些部分与前版比较虽然没有给出原则上新的成果，但是所用方法已被我认为更切合实际的方法所代替。然而我要指出，新的方法(此法受到J.Plemelj在复变函数论方面研究的影响，这些研究在拙著第一版发行以前好久已发表，可惜当时我不知道)和以前的方法引致同样的计算。因为这个缘故，而且也可能因为新的方法更要复杂些，我还不能肯定这种更改是否做得对，可是不管怎样，把新的和旧的处理方法加以比较会有一定的好处的。

最后，我还补充一点，就是我尽可能把所阐述的这些或那些不属于我的成果的作者详细地介绍出来，同时对于自己的某些成果也这样，虽然有时这些成果甚至是次要的，仅作为例子而引用的。关于我自己的成果，我之所以这样做，并不是为了给它以过高的评价，而仅在避免一些不熟悉拙著以前各版的读者，遇到某些其他出版物中(主要是外国的)援引本书而未清楚地指出来源时所产生的疑惑。

为了易于参考，我把已引用的著作按作者姓氏的字母顺序列成一表附于书后。

① 但是，最后一章的第IV部分也经过大大的修改，使得关于梁的拉伸与弯曲的理论有了完善的形式。

② 这些成果的大部分会收集在我的《奇异积分方程》(1946)一书中，但是现在我发现把它们放在本书里是非常合适的(因此这些结果在《奇异积分方程》的下一版中将被删去)。在这里，这些成果的叙述已经重新改写过了，以便把它从上述的书中分离出来。

在引证时，我举出了著者的名字并在方括弧中注明著者的作品在此表中的号数。

已逝世的克雷罗夫院士的序言未加任何修改重载于下^{*}。在这一版里，我没能实现克雷罗夫在其序言的末尾关于数值解法的发展的希望。当然，这并不是我忽视了他的建议的正确性，而遗憾的是因为我对于这点不会做得很好。然而，克雷罗夫的希望已为本书中所引用的其他著者们很好地实现了。

H. 穆斯海里什维里

1948 年 10 月于第比利斯

*: 这一序言已经删去，请见“译者后记”。——译者注

第一版序言摘要

本书是我在 1931 年春季应苏联科学院地震研究所的邀请为该研究所的科学工作人员所编写的讲义, 以及在 1932 年为苏联科学院物理—数学研究所和列宁格勒大学数学与力学研究所的研究生们所讲过的讲义, 在内容上经过很多的修改与补充而做成的。当时讲义是以大多数已经熟悉弹性理论基础的人们为对象的, 而已是讨论一些个别的基本问题, 这些基本问题主要是按我的意愿选择的; 自然, 我所讲述的是我曾经研究过的问题。

因此, 在本书中对弹性理论只讲了很少几章, 但是其中的每一章都是相当完整的。在这里我不拟叙述本书的内容, 因为读者主要阅读一下目录就可以了解其梗概, 但是我认为必须指出以下几点。

因为鉴于本书所涉及的问题或能引起更广泛的人们, 尤其是从事弹性理论在工程上的应用领域内的人们的兴趣, 所以我务使叙述易于为仅熟悉微积分基础以及复变函数理论初步的读者所理解。因此, 凡是用到积分方程的问题都把它安排在个别的节里, 读者可以越过这些地方而不妨碍对其他章节的理解。在第一章里所讲述的弹性理论的数学基础, 其篇幅足供不以弹性理论为专业的读者理解以后各章的内容之用(也许过多)。为了使叙述更易于理解, 我避免使用张量, 但在为地震研究所编写的讲义里张量是使用了的; 关于张量的初步知识在附录 I 里有所叙述。附录 II 与 III 讨论数学的某些初等问题, 这些问题对于理解本书的内容是必须的, 而且通常也是在初等解析教程里讲解不够的。

H. 穆斯海里什维里

1933 年春于列宁格勒

苏联—俄罗斯作者名录俄中对照 (译者补充)

A

- Абрамов В. М. (阿布拉莫夫 В. М.)
Абрамян Б. Л. (阿贝拉马恩 Б. Л.)
Авазашвили Д. З. (阿瓦扎什维里 Д. З.)
Александров А. Я. (阿列克尚德罗夫 А. Я.)
Алескерова С. А. (阿勒克赛诺娃 С. А.)
Альперин И. Г. (艾尔匹林 И. Г.)
Амензаде Ю. А. (埃门萨杰 Ю. А.)
Аникин Е. П. (阿尼金 Е. П.)
Араманович И. Г. (阿拉马诺维奇 И. Г.)

Б

- Бабакова О. И. (巴巴科娃 О. И.)
Баренблatt Г. И. (巴润布拉特 Г. И.)
Батырев А. В. (巴特列夫 А. В.)
Бахтияров И. А. (巴赫金雅诺夫 И. А.)
Бегиашвили А. И. (别季阿什维里 А. И.)
Беленький М. Я. (别林基 М. Я.)
Белоносов С. М. (别龙诺索夫 С. М.)
Бериштейн С. Н. (伯恩斯坦 С. Н.)
Бицадзе А. В. (比查德热 А. В.)
Бойм А. А. (博伊姆 А. А.)
Буйвол В. М. (布衣沃尔 В. М.)
Бурмистров Е. Ф. (布尔米斯特罗夫 Е. Ф.)
Бухаринов Г. Н. (布哈里诺夫 Г. Н.)
Вайнберг Д. В. (瓦伊恩贝尔格 Д. В.)
Векуа И. Н. (维库阿 И. Н.)
Волков Д. М. (沃尔科夫 Д. М.)
Вольперт В. С. (沃利贝尔特 В. С.)
Ворович И. И. (沃罗维奇 И. И.)

Г

- Галергин Б. Г. (伽辽金 Б. Г.)
Галин Л. А. (加林 Л. А.)
Глаголев Н. И. (格拉果列夫 Н. И.)
Головин Х. (果洛文 Х.)
Горгидзе А. Я. (高爾金茨 А. Я.)
Грушко Г. С. (格鲁什科 Г. С.)
Гурьев М. Ф. (古利叶夫 М. Ф.)

Д

- Джанелидзе Г. Ю. (德日涅利泽 Г. Ю.)
Динник А. Н. (金尼克 А. Н.)

Ж

- Желтов Ю. П. (热尔托夫 Ю. П.)
Жуков В. Е. (朱可夫 В. Е.)

З

- Загубиженко П. А. (扎古毕仁科 П. А.)

И

- Илоржий Г. Н. (伊洛热衣 Г. Н.)
Исмаилов М. У. (伊斯马洛夫 М. У.)

К

- Каландия А. И. (卡兰迪亚 А. И.)
Канторович Л. В. (康托诺维奇 Л. В.)
Капанян Л. К. (卡巴梁 Л. К.)
Кашива О. М. (喀普什娃 О. М.)
Карапетян М. Е. (卡拉别江 М. Е.)
Карцивадзе И. Н. (卡尔奇瓦热 И. Н.)
Кикукав (基库卡夫)
Кислер Л. Н. (基斯列尔 Л. Н.)
Кожевникова В. Н. (科热夫琳科娃 В. Н.)
Колосов Г. В. (科洛索夫 Г. В.)
Корбукова Л. Д. (科尔布科娃 Л. Д.)

Космодамианский А. С.	(科斯莫达米扬斯基 А. С.)
Крилов А. Я.	(科里洛夫 А. Я.)
Крылов В. И.	(克雷洛夫 В. И.)
Кулик А. Н.	(库李克 А. Н.)
Купрадзе В. Д.	(苦普拉热 В. Д.)
Курдин Н. С.	(库尔金 Н. С.)
Куршин Л. М.	(库尔希 Л. М.)
Кутателадзе Г. А.	(库塔捷拉泽 Г. А.)

Л

Лаврентьев М. А.	(拉甫伦捷夫 М. А.)
Лауричелл	(拉乌伊里彻尔)
Лейбензон Л. С.	(列宾松 Л. С.)
Леонов М. Я.	(列昂诺夫 М. Я.)
Лехницкий С. Г.	(列赫尼茨基 С. Г.)
Лозова Б. Л.	(罗佐娃 Б. Л.)
Локшин А. С.	(罗克希 А. С.)
Лурье А. И.	(鲁利叶 А. И.)

М

Магнарадзе Л. Г.	(马格纳列茨 Л. Г.)
Манджавидзе Г. Ф.	(曼德热维泽 Г. Ф.)
Маркузон И. А.	(马尔库松 И. А.)
Маркушевич А. И.	(马库谢维奇 А. И.)
Мартинович Т. Л.	(马尔季霍维奇 Т. Л.)
Мачинский	(马琴斯基)
Минцберг Б. Л.	(闵茨贝尔格 Б. Л.)
Михлин С. Г.	(米赫林 С. Г.)
Моргаевский А. Б.	(А. Б. 莫尔卡耶夫斯基)
Морозова Е. А.	(莫洛托娃 Е. А.)
Моссаковский В. И.	(摩沙科夫斯基 В. И.)
Мошкин П. Н.	(毛世金 П. Н.)
Мультоппа	(穆尔托巴)
Мусхелишвили Н. И.	(穆斯海里什维里 Н. И.)

H

- Назаров А. А. (拉扎诺夫 А. А.)
Найман М. И. (纳伊曼 М. И.)
Народецкий М. З. (纳洛杰茨基 М. З.)
Натаанзон В. Я. (纳坦松 В. Я.)

II

- Панас. юк В. В. (潘纳秀克 В. В.)
Партон В. З. (巴尔通 В.З.)
Папкович П. Ф. (巴甫科维奇 П. Ф.)
Перлин П. И. (贝尔林尼 П. И.)
Положий Г. Н. (波罗日义 Г. Н.)
Привалов И. И. (普里瓦洛夫 И. И.)
Прудсов И. А. (浦路索夫 И. А.)

P

- Ростовцев Н. А. (罗斯托彩夫 Н. А.)
Рухадзе А. К. (路哈杰 А. К.)

C

- Савин Г. Н. (萨文 Г. Н.)
Садовский М. А. (萨多夫斯基 М. А.)
Смирнов В. И. (斯米尔诺夫 В. И.)
Соболев С. Л. (索波列夫 С. Л.)
Соколовский (索科洛夫斯基)
Соловьев Ю. И. (索洛维也夫Ю. И.)
Сохощкий Ю. В. (索霍茨基Ю. В.)
Степанов Р. Д. (斯捷潘诺夫 Р. Д.)
Сухаревский И. В. (苏哈利夫斯基 И. В.)

T

- Тарабасов Н. Д. (塔拉巴索夫 Н. Д.)
Толченова Л. Ф. (托彻诺娃 Л. Ф.)
Тарский Г. А. (塔尔斯基 Г. А.)
Толченов Л. Ф. (托尔琴诺夫 Л. Ф.)
Тимошенко С. П. (铁木森科 С. П.)
Тунин В. В. (图林 В. В.)

У

- Угодчиков А. Г. (吴格德琦科夫 А. Г.)
Уфлянд Я. С. (武夫莲达 Я. С.)

Ф

- Фалькович С. В. (法立科维奇 С. В.)
Флейшман Н. П. (富列义什曼 Н. П.)
Фок В. А. (福克 В. А.)
Фридман М. М. (弗里德曼 М. М.)

Х

- Халилов З. И. (哈利洛夫 З. И.)
Хатиашвили Г. М. (哈奇阿什维里 Г. М.)
Хачиян Э. С. (哈齐阳 Э. Е. С.) Хачиян Э. Е.
Холмянский М. М. (霍尔马雅斯基М. М.)
Христианович С. А. (赫利斯金诺维奇С. А.)

Ч

- Чанкветадзе Г. М. (乔安克维塔德茨 Г. М.)
Чаплыгин С. А. (查普雷金 С. А.)
Чаттерджи (车特尔德日)
Чемерис В. С. (B. C. 彻莫利斯)
Черепанов Г. П. (切连潘诺夫 Г. П.)

III

- Шабат Б. В. (沙巴特 Б. В.)
Шапиро Г. С. (萨皮罗 Г. С.)
Шеленговский Ф. (谢列果夫斯基 Ф.)
Шереметьев М. П. (舍列缅季耶夫 М. П.)
Шерман Д. И. (谢尔曼 Д. И.)
Ширяев Е. А. (什拉耶夫 Е. А.)
Штаерман И. Я. (史泰耳曼 И. Я.)

Я

- Яковлев В. И. (雅科夫列夫 В. И.)
Янчевский С. А. (雅切夫斯基 С. А.)

目 录

译者前言	
第五版序言	
第四版序言	
第三版序言	
第一版序言摘要	
苏联—俄罗斯作者名录俄中对照 (译者补充)	
第一章 弹性体理论的基本方程	1
I. 应力状态	1
§1 体积力	1
§2 应力	2
§3 应力分量. 应力与微面分的定向间的关系	3
§4 关联应力诸分量的方程	5
§5 坐标变换. 不变二次型. 应力张量	9
§6 应力曲面	12
§7 求主应力与主轴	17
§8 平面应力状态的情形	18
II. 形变	22
§9 一般的说明	22
§10 仿射变换	23
§11 无穷小仿射变换	25
§12 分解无穷小变换为纯形变与刚体位移	26
§13 关于形变的不变二次型. 形变曲面. 主轴. 坐标变换	31
§14 一般形变	34
§15 按形变分量确定位移. Saint-Venant 的协调条件	36
III. 弹性理论的基本定律. 基本方程	42
§16 弹性理论的基本定律 (广义 Hooke 定律)	42
§17 各向同性物体的情形	45
§18 各向同性弹性物体的静力学基本方程	49
§19 弹性平衡的最简情形, 基本弹性常数	50
§20 弹性物体的静力学基本边界问题. 解的唯一性	54

§21 表以位移分量的基本方程	59
§22 以应力分量表示的方程	60
§23 关于基本问题有效解法的注意. Saint-Venant 原理	62
§24 动力学的方程. 关于弹性物体动力学的基本问题	63
第二章 平面弹性理论的一般公式	69
I. 平面弹性理论的基本方程	69
§25 平面应变	70
§26 薄板受到作用于其平面内的力的形变	72
§27 平面弹性理论的基本方程	75
§28 化归无体体积力的情形	80
II. 应力函数. 平面弹性理论方程的基本解的复数表示	82
§29 一些术语与命题	82
§30 应力函数	85
§31 双调和函数的复数表示	89
§32 位移与应力的复数表示	91
§33 函数 f 的力学的意义. 主矢量与主力矩的表达式	94
§34 已引入的诸函数确定的程度	96
§35 对有限多连通区域的一般公式	99
§36 无限区域的情形	103
§37 从解的解析性所导出的某些性质. 关于越过给定的围线的解析延拓	108
§38 直角坐标变换	110
§39 极坐标	113
§40 基本边值问题. 解的唯一性	114
§41 化基本边值问题为复变函数论的问题	119
§41a 补注	127
§42 正则解的概念. 正则解的唯一性	129
§43 关于作用在边界上的集中力	132
§44 应力状态与弹性常数的相依关系	134
III. 多值位移. 热应力	135
§45 位移多值性. 位错	135
§46 热应力	138
IV. 在保角映射下基本公式的变换	142
§47 保角映射	142
§48 保角映射的最简单的例	145
§49 与到圆形区域上的保角映射相关联的曲线坐标	156