广义系统正实控制与随机控制的相关问题研究

靖 新 邢双云 著

科学出版社

广义系统正实控制与随机控制的相关问题研究

靖 新 邢双云 著

科 学 出 版 社
北 京

内 容 简 介

本书介绍了广义系统的正实控制和随机控制方面的研究成果. 全书共7章, 主要内容包括: 广义系统的应用背景、广义系统理论的研究现状及研究方法、广义系统的正实性与稳定性理论、正实性与无源性和耗散性之间的关系、广义随机系统控制、广义系统的正实性分析与检验算法、连续和离散广义系统的正实控制、广义大系统保持正实性的模型降阶、不确定广义时滞系统的鲁棒正实控制、广义随机系统的有限时间 H_∞ 控制等.

本书系统性强, 覆盖面广, 既可以作为控制理论与控制工程专业、系统工程、运筹学与控制论以及与之相关的理工科专业硕士、博士研究生的教材或参考用书, 也可供从事控制理论及应用的科技工作者参考.

图书在版编目(CIP)数据

广义系统正实控制与随机控制的相关问题研究/靖新, 邢双云著. —北京: 科学出版社, 2018.1

ISBN 978-7-03-056086-5

Ⅰ. ①广… Ⅱ. ①靖… ②邢… Ⅲ. ①广义系统理论-研究 Ⅳ. ①O231

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017) 第 315929 号

责任编辑: 王胡权 刘艳华 / 责任校对: 彭珍珍

责任印制: 吴兆东 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

http://www.sciencep.com

北京九州迅驰传媒文化有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2018 年 6 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5

2018 年 6 月第一次印刷 印张: 10 1/4

字数: 202 000

定价: 59.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前　　言

随着现代控制对象和控制过程的复杂化, 系统规模不断扩大, 不确定性、时滞、随机干扰等都给现代控制理论及应用提出了更高的要求. 近年来, 广义系统作为一类处理结构复杂、大规模问题的动力系统模型, 在航空航天、网络控制、智能机器人、动车和高铁减震、电力、化工等领域有着广泛的实际背景. 围绕着广义系统的稳定性、正实性、耗散性和无源性的研究日益深入, 鲁棒控制、随机控制等方法取得一系列重要的成果, 并在各种工业过程和实际系统控制中得到了广泛的应用.

本书以广义系统为研究对象, 介绍了作者在广义系统的正实控制和随机控制方面的研究成果, 是一本系统介绍广义系统正实控制和随机控制理论及应用的专业性著作.

全书共 7 章, 主要内容包括: 广义系统的应用背景、广义系统理论的研究现状及研究方法、广义系统的正实性与稳定性理论、正实性与无源性和耗散性之间的关系、广义系统随机的控制、广义系统的正实性分析与检验算法、连续和离散广义系统的正实控制、广义大系统保持正实性的模型降阶、不确定广义时滞系统的鲁棒正实控制、广义随机系统的有限时间 H_∞ 控制等.

本书的特点体现在以下三个方面.

(1) 力求体现研究内容中的数学原理. 广义系统作为一种描述复杂系统的数学模型, 对其内部结构、系统性能、控制指标的描述都有深刻的数学原理, 这样的写作脉络便于读者对内容的理解.

(2) 力求体现控制中的算法思想. 在现代控制领域, 由于计算机的强大功能, 基于数据的驱动控制对算法的要求越来越广泛而深入, 将各种控制方法 “算法化” 是大势所趋.

(3) 力求体现正实性、稳定性、无源性、耗散性等控制性能之间的关系. 通过揭示控制性能之间的关系, 例如, 在一定条件下耗散控制能够包含 H_∞ 控制和正实控制, 优化了系统控制器的性能.

本书在编写过程中得到了靖新的博士生导师张庆灵教授的悉心指导. 张庆灵教授以其严谨的治学和渊博的学识, 为本书提出了许多宝贵的意见和建议, 在此表示衷心的感谢.

本书的第 1~6 章是由靖新完成的, 第 7 章主要是由邢双云完成的, 是邢双云和靖新合作的辽宁省教育厅科研项目 (L2014237) 的主要研究成果. 靖新的研究生郑莉、岳田鑫和李宏达等对本书的内容进行了整理和校对工作. 本书的出版得到了辽

宁省自然科学基金 (2013020013) 以及沈阳建筑大学 2016~2017 年学术出版基金的资金资助, 在此一并表示感谢.

由于作者水平有限, 疏漏之处在所难免, 恳请读者批评指正.

作　者

2017 年 9 月

英文缩写及主要符号

1. 英文缩写

GARE	generalized algebraic Riccati equation (广义代数 Riccati 方程)
GARI	generalized algebraic Riccati inequality (广义代数 Riccati 不等式)
LMI	linear matrix inequality (线性矩阵不等式)
PR	positive realness (正实性)
SPR	strictly positive realness (严格正实性)
ESPR	extended strictly positive realness (扩展严格正实性)
TBR	truncated balance realize (均衡截断实现)

2. 主要符号

$\mathrm{j}\omega$	虚数
det	行列式
deg	多项式的次数
$\arg(s)$	复数 s 的辐角
$\mathrm{Re}(s)$	复数 s 的实部
$\mathrm{Im}(s)$	复数 s 的虚部
$\mathrm{rank}(A)$	矩阵 A 的秩
$\sigma(A)$	矩阵 A 的极点域
$\sigma(E,A)$	(E,A) 的有穷极点域
RH_∞	真的稳定传递函数集
$A^\perp$	矩阵 A 的正交补
$G(s)$	有理 (传递) 函数 (矩阵)
$A>0$	矩阵 A 正定
$\ker(A)$	矩阵 A 的核空间
$\mathbf{R}^n$	n 维实数空间
$\mathbf{C}^n$	n 维复数空间
A^+	矩阵 A 的 M-P 广义逆
$\lambda_{\min}(A)$	矩阵 A 的最小实特征值
$\lambda(A)$	矩阵 A 的特征值集合
$\mathbf{R}^{m\times n}$	$m\times n$ 维实数矩阵空间
(Ω,F,P)	完备概率空间

目　　录

第1章 绪　　论

广义系统, 也称为奇异系统或微分代数系统, 是比正常系统更广泛、更精确的一类系统, 其大量地出现在许多实际问题中. 在电子网络、电路、生物医疗、多个机器人协调作业、石油催化裂化、动态投入产出、航天、航空、机械、能源、化工和通信等科学技术及大型工程领域, 广义系统作为处理具有多级、多目标、多维数和多层次问题的复杂动力学模型, 在大系统理论、奇异摄动理论、控制理论、计量经济学、决策理论等领域得到了广泛的研究及应用.

1974 年, 英国学者 H. H. Rosenbrock 在讨论复杂的电网络系统时, 发现了一种奇异现象, 即电路中的零件突然失灵, 该时刻之前和之后都有系统中电流瞬动的现象发生. 这种瞬动现象已无法用正常系统来解释. Rosenbrock 在英国出版的国际杂志 *International Journal of Control* 上发表了题为 "Structural properties of linear dynamical systems" 的文章, 首次提出了线性广义系统的概念, 讨论了在研究复杂电网络系统时遇到的这类更具有广泛意义的线性系统, 即广义线性系统, 并对其解耦零点及系统的受限等价性等进行了研究.

继 Rosenbrock 之后, 美国学者 Luenberger 分别在美国电子电器工程师协会自动控制会刊 *IEEE Transactions on Automatic Control* 和在英国出版的国际自控联会刊 *Automatica* 上发表文章, 研究了广义线性系统解的存在性和唯一性等问题. 从此, 拉开了广义系统研究的帷幕.

1984 年, D. Cobb 提出了能控性、能观测性及对偶原理; 1986 年, L. R. Fletcher 等研究了广义系统的干扰解耦及特征结构配置等问题; 1987 年, D. J. Benhard 等分别针对连续型和离散型的广义系统, 研究了线性二次型最优调节器问题; 1989 年, L. Y. Dai 系统地总结了众多学者和他本人的研究成果, 出版了 *Singular Control Systems* 一书, 详细地介绍了广义系统的基本理论[1].

随着现代控制理论向工程实际系统应用的广泛和深入, 面对众多学科如化工、电力、生态、人口、能源、经济和社会等大量实际问题的需要, 广义系统已经成为处理结构复杂的动力系统的有效手段.

1.1　广义系统的基本理论

广义系统从模型表达上由微分方程和代数方程两部分联立构成. 它不仅能够刻画系统的动态行为, 也能够刻画系统的静态行为. 广义系统具有的正常系统所不

具备的脉冲行为, 以及对初始状态的不相容性, 使得广义系统的研究复杂而富有新颖性.

作为一类有别于正常系统的动力系统, 广义系统可由如下形式的微分代数方程模型来表达:

$$E(t)\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \tag{1.1}$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t) \tag{1.2}$$

其中, $x(t), u(t), y(t), t$ 依次表示 n 维状态向量、m 维输入向量、p 维输出向量、时间变量; $f(x(t), u(t), t)$ 和 $g(x(t), u(t), t)$ 分别表示 n 维和 p 维向量函数; $E(t) \in \mathbf{R}^{n\times n}$, 当 $\text{rank}[E(t)] = r < n$ 时, 称 (1.1), (1.2) 为广义系统.

当 $\text{rank}[E(t)] = n$ 时, 经过适当的数学运算, (1.1), (1.2) 可以化为正常系统. 两类基本的广义系统模型[2] 为

(1) 连续型线性时不变广义系统:

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \tag{1.3}$$

其中, $E, A \in \mathbf{R}^{n\times n}, B \in \mathbf{R}^{n\times m}, C \in \mathbf{R}^{m\times n}, D \in \mathbf{R}^{m\times m}$ 是已知实常数矩阵, $x(t)$, $y(t)$ 和 $u(t)$ 依次为状态向量、输出向量和输入向量, $\text{rank}(E) = r < n$.

(2) 离散型线性时不变广义系统:

$$\begin{aligned} Ex(k+1) &= Ax(k) + Bw(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Dw(k) \end{aligned} \tag{1.4}$$

其中, E, A, B, C, D 是具有适当维数的常数矩阵, x, y, w 分别是系统的状态、量测输出和外部干扰变量, $E, A \in \mathbf{R}^{n\times n}, B \in \mathbf{R}^{n\times m}, C \in \mathbf{R}^{m\times n}, D \in \mathbf{R}^{m\times m}$, 且 $\text{rank}(E) = r < n$.

为简便起见, 常用 (E, A, B, C, D) 来表示广义系统 (1.3) 和 (1.4), 有时, 在不考虑输出和输入时, 也简记为 (E, A).

1.1.1 广义系统的几个主要概念

以线性时不变广义系统为例, 叙述本书所涉及的几个主要概念[3,4].

下面提到的 E 均为奇异矩阵.

(1) 正则性.

如果 $\det(sE - A)$ 不恒为零, 或者说, 有常数 s_0, 使得 $\det(s_0E - A) \neq 0$, 则称 (E, A) 是正则的.

若 (E, A) 是正则的, 则广义系统对允许初始条件的解存在且唯一. 传递函数矩阵能够唯一地给出.

(2) 稳定性[5].

对于一个广义系统, 稳定性是先决条件, 具体分为内部稳定性和外部稳定性. 对于一个实际的反馈系统来说, 内部稳定性是一个基本的要求.

如果 (E, A) 的所有有穷极点 s 的实部小于零, 矩阵对 (E, A) 所表示的系统是稳定的.

例如, 考虑一个由标准方块图表示的系统, 如图 1.1 所示.

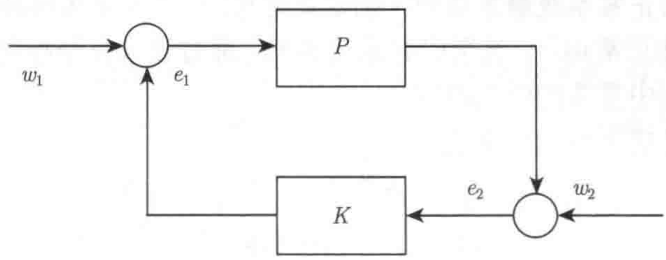

图 1.1 内稳定性分析流程图

图 1.1 中 P 和 K 分别表示对象和控制器. 设 x 和 $\hat{x}$ 表示 P 和 K 的状态向量, 将 w_1, w_2 设置为 0, 引入 P 和 K 的实现

$$P = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B} \\ \hat{C} & \hat{D} \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

则图 1.1 所表示的系统的状态方程可以写为

$$E \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\hat{x}} \end{bmatrix} = \tilde{A} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

其中,

$$E = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & N \end{bmatrix}, \quad \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & \hat{A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & \hat{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & -\hat{D} \\ -D & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \hat{C} \\ C & 0 \end{bmatrix}$$

如果系统在原点 $(x, \hat{x}) = (0, 0)$ 渐近稳定, 即当 $w_1 = 0, w_2 = 0$ 时, 状态 $(x, \hat{x})$ 从所有初始状态趋于零, 则称该系统是内稳定的.

外部稳定性是指系统在有界输入的情况下产生有界的输出, 是比内部稳定性弱的概念[6].

因为所有的互联系统都不可避免地会有非零初始状态和某些误差, 如果在某处这种误差会导致闭环系统在另一处的信号无界, 这在实际中是不能接受的. 因此, 内稳定性保证的是如果输入一个系统中的信号 (在任何位置) 是有界的, 那么系统中所有的信号也都是有界的.

因为广义系统的解不仅包含正常系统的指数解, 而且还含有脉冲解, 后者经常会破坏系统的正常运行. 因此, 广义系统的稳定性理论较正常系统要复杂得多.

线性时不变广义系统的内部稳定性已不只是通常意义下的渐近稳定性, 还要求保证无脉冲性, 这样的稳定性就是所谓的允许性.

(3) 无脉冲性.

如果 $\det(sE-A)$ 的次数和 $\operatorname{rank}(E)$ 相等, 则系统 (E,A) 是无脉冲的.

广义系统与正常系统最本质的区别是具有脉冲. 广义系统脉冲行为的存在, 往往导致系统不能正常运行, 甚至引起系统崩溃. 通过设计反馈控制器来消除脉冲, 是广义系统控制中重要的研究内容.

例 1.1　考虑下面的广义系统:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}w(t) + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}u(t)$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}w(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \end{bmatrix}x(t) + \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}w(t)$$

由于 $\deg(\det(sE-A)) = \deg(s+1) < 2 = \operatorname{rank}(E)$, 所以, 该系统是有脉冲的.

(4) 允许性.

如果系统 (E,A) 是正则、稳定、无脉冲的, 则称系统 (E,A) 是允许的.

(5) 线性广义系统 (E,A,B,C,D) 的第一种受限等价形式如下.

当系统正则时, 总存在可逆实矩阵 P 和 Q, 使得

$$P\begin{bmatrix} E & A \end{bmatrix}Q = \begin{bmatrix} \bar{E} & \bar{A} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_r & 0 & A_1 & 0 \\ 0 & N & 0 & I_{n-r} \end{bmatrix}$$

$$PB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad CQ = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

其中, N 是幂零阵, $\eta = \operatorname{rank}(N)$, D 保持不变, 各个分块矩阵具有相应的维数, 系统受限等价于

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= A_1x_1(t) + B_1u(t), \quad y_1(t) = C_1x_1(t) \\ N\dot{x}_2(t) &= x_2(t) + B_2u(t), \quad y_2(t) = C_2x_2(t) \\ y(t) &= y_1(t) + y_2(t) + Du(t) \end{aligned}$$

相应地, 传递函数有下列形式:

$$G(s) = C_1(sI-A_1)^{-1}B_1 + C_2(sN-I)^{-1}B_2 + D \tag{1.7}$$

(6) 线性连续广义系统 (E, A, B, C, D) 的第二种受限等价形式.

设系统各个常数矩阵有如下形式的分块, 总存在可逆实矩阵 P_1 和 Q_1, 使得

$$P_1EQ_1 = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad P_1AQ_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix},$$

$$P_1B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad CQ_1 = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

其中, 各个分块矩阵具有相应的维数. 对矩阵进行奇异值分解, 有正交矩阵 $U, V \in \mathbf{R}^{n\times n}, \Sigma = \mathrm{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \cdots, \sigma_r) \in \mathbf{R}^{q\times q}$, 其中 $\sigma_i (i = 1, 2, \cdots, r)$ 是矩阵 E 的非零奇异值, $P_1 = \mathrm{diag}(\Sigma^{-1}, I_{n-r})U^{\mathrm{T}}, Q_1 = V$, 系统受限等价于

$$\begin{aligned}
&\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) \\
&0 = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) \\
&y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t)
\end{aligned}$$

(7) $G(s)$ 的最小实现.

设 $G(s) \in \mathbf{R}^{m\times m}$ 是有理函数矩阵, 则广义系统 (1.3) 称为 $G(s)$ 的一个系统实现; 如果其他实现的阶数都大于 n, 则称广义系统 (1.3) 是最小实现.

(8) 广义系统的特征向量.

满足 $Ev = 0$ 的非零向量 v 称为系统 (E, A) 的一个一级特征向量; 满足 $Ev^k = Av^{k-1}$ $(k \geqslant 2)$ 的非零向量 v 称为系统 (E, A) 的一个 k 级特征向量.

(9) 考虑连续型线性时不变广义系统 (1.3), 假设 $D + D^{\mathrm{T}} > 0$. 当系统正则、允许且严格正实时, 称

$$\begin{aligned}
&A^{\mathrm{T}}X + X^{\mathrm{T}}A + (C - B^{\mathrm{T}}X)^{\mathrm{T}}(D + D^{\mathrm{T}})^{-1}(C - B^{\mathrm{T}}X) = 0 \\
&E^{\mathrm{T}}X = X^{\mathrm{T}}E
\end{aligned}$$

为广义代数 Riccati 方程 (GARE)[7,8].

上述概念对离散情形也有相应的描述形式.

(10) Lyapunov 方程.

在控制理论中, Lyapunov 方程有着极为重要的作用. 通过构造不同的 Lyapunov 函数相应地可以得到不同形式的 Lyapunov 方程.

Lyapunov 方程和 Riccati 方程在研究稳定性和进行正实性分析中是重要的工具[9].

广义系统结构上的复杂性, 使得对其研究更加困难, 需要更多新的理论和方法.

1.1.2　广义系统与正常系统的联系和区别

广义系统与正常系统虽然形式上有些相似, 但是, 在本质上有着根本的不同. 正常系统的动态特性只有一个层次, 而广义系统的对象有两个层次, 一层为动态特性 (由微分方程描述), 另一层为静态特性 (由代数方程描述). 在某些情况下, 从物理意义看, 代数方程的存在更好地描述了实际系统的复杂性.

以线性时不变广义系统 (1.3) 为例, 研究结果表明, 它与正常系统的本质区别主要体现在以下 7 个方面[10].

(1) 广义系统 (1.1), (1.2) 的解中通常不但含有正常系统所具有的指数解 (对应于系统的有穷极点), 而且含有正常系统解中所不出现的脉冲解和静态解 (与无穷极点相对应), 以及输入的导数项. 在离散情形, 广义系统的解不仅需要 t 时刻以前的信息, 还需要 t 时刻以后的信息, 不再具有传统的因果性, 而正常系统都具有因果性.

(2) 正常系统的动态阶为 n (有 n 个自由度, 且等于系统的维数), 而广义系统的动态阶仅仅为 $\mathrm{rank}[E(t)] = r < n$.

(3) 正常系统的传递函数矩阵为真有理分式矩阵, 而广义系统的传递函数矩阵通常包含次数大于 1 的多项式矩阵.

(4) 正常系统的齐次初值问题的解存在且唯一. 但是, 对于广义系统, 齐次初值问题可能是不相容的, 即可能不存在解. 即使有解, 解也可能是不唯一的.

(5) 广义系统具有层次性, 一层刻画了系统的动态特性, 另一层为管理特征的静态特性, 而正常系统没有静态特性.

(6) 广义系统的极点, 除了有 $q = \deg\det(sE - A)$ 个有穷极点外, 还有正常系统不具有的 $n - q$ 个无穷远极点, 在这些无穷极点中又分为动态无穷极点和静态无穷极点.

(7) 在系统的结构参数扰动下, 广义系统通常不再具有结构稳定性.

1.1.3　广义系统的应用背景

广义系统是一类更加精确的数学模型, 有着深刻的物理背景. 下面给出的是广义系统的几个具体模型.

例 1.2[10]　电路网络模型如图 1.2 所示:

将源电压 u_e 视为控制输入, u_{C_1}, u_{C_2} 分别表示 C_1 和 C_2 的电压, I_1, I_2 是通过 C_1 和 C_2 的电流, 取状态向量为

$$x = \begin{bmatrix} u_{C_1} & u_{C_2} & I_2 & I_1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

取输出变量为

$$y = u_{C_2},$$

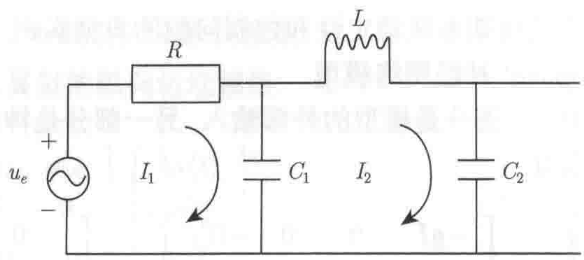

图 1.2 一个简单电路网络

根据 Kirchhoff 第二定律, 可以建立系统的状态空间模型

$$\begin{bmatrix} C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -R \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

例 1.3[10] 电子设备中常用的正弦波信号源控制模型.

一个由延迟器件、乘法器件和加法器件组成的电子设备中, 如电视机、感应信号发生器等, 正弦波是常用的信号源. 其振荡频率取决于乘法因子. 当系统输入 $u(t)$ 有一个扰动时, 就会导致系统产生振荡, 振荡的周期为 $\dfrac{2\pi}{\omega}$. 其信号流程图如图 1.3 所示. 该问题的数学模型为

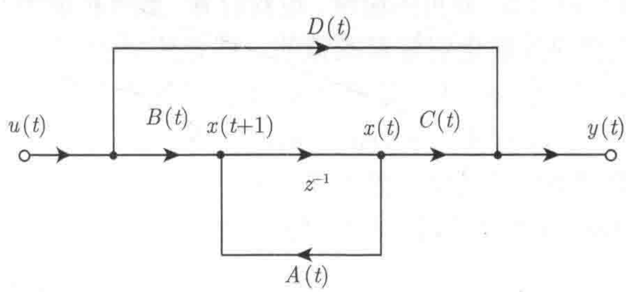

图 1.3 电子设备信号流程图

$$\begin{aligned} Ex(t+1) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \tag{1.8}$$

其中,

$$A(t) = \begin{bmatrix} 2\cos\omega t & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B(t) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C(t) = \begin{bmatrix} \cos\omega t & -1 \end{bmatrix}, \quad D(t) = 1$$

$$E = \mathrm{diag}(e_1, e_2), \quad e_i = \begin{cases} 1, & \text{系统有因果性}, \\ 0, & \text{系统无因果性}, \end{cases} \qquad i = 1, 2$$

这是一个用于研究广义周期系统稳定性和控制问题的典型实例.

例 1.4[10]　Hopfield 神经网络模型.

输入包括两部分: 一部分是模型的外部输入, 另一部分是神经元输出信号的加权和. 该系统可表示为

$$\begin{bmatrix} cI & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} -gI & 0 & 0 & -W_1 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & -W_2 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -g(x_1) \\ -i_B \\ -f(x_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix} x \tag{1.9}$$

其中, W_1 和 W_2 是两个加权矩阵, $g(x_1)$ 和 $f(x_3)$ 是非线性函数.

式 (1.9) 是一个非线性广义系统模型.

例 1.5[10]　石油化工模型.

石油催化、裂化的过程是非常复杂的, 美国 Profimatics 公司已实现了这一过程的建模和控制, 其简化模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u + F_1f \\ 0 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u + F_2f \end{cases} \tag{1.10}$$

其中, $x_1 \in \mathbf{R}^{n_1}$ 为被调节量, 如再生温度、滑阀位置、鼓风机能力等, $x_2 \in \mathbf{R}^{n_2}$ 是由影响过程、企业收益和反映企业管理政策的一些量组成的 n_2 维向量, 如压力、油浆回收率、重油回收率等, $u \in \mathbf{R}^r$ 是调节量, f 是外干扰.

在这个例子中 n_1 为 2 或 3, 而 $n_2 \gg n_1$.

式 (1.10) 是典型的广义连续系统模型.

例 1.6[10]　两机械手协助抓一物体的动力学方程.

$$\begin{bmatrix} M_1(q_1(t)) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_2(q_2(t)) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & mI & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_1(t) \\ \dot{p}_2(t) \\ \ddot{p}(t) \\ \dot{f}_1(t) \\ \dot{f}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1(t) + G_1(q_1(t), p_1(t)) + J_1^{\mathrm{T}}(q_1(t))f_1(t) \\ T_2(t) + G_2(q_2(t), p_2(t)) + J_2^{\mathrm{T}}(q_2(t))f_2(t) \\ -f_1(t) - f_2(t) - mg \\ H_1(q_1(t)) - P \\ H_2(q_2(t)) - P \end{bmatrix} \tag{1.11}$$

其中, $p_i = \dot{q}_i(t)$, $M_i(q_i)$ 表示惯性矩阵, $G_i(q_i, p_i)$ 表示 Coriolis 离心和引力效应, m 为所抓物体的质量, T_i 为第 i 个机械手的输入力矩, 一般视为控制量, P 为所抓物体的中心位置坐标, $H_1(q_1)$ 和 $H_2(q_2)$ 分别表示两机械手的直接运动学关系, $J_i(q_i)$ 表示 Jacobian 矩阵.