

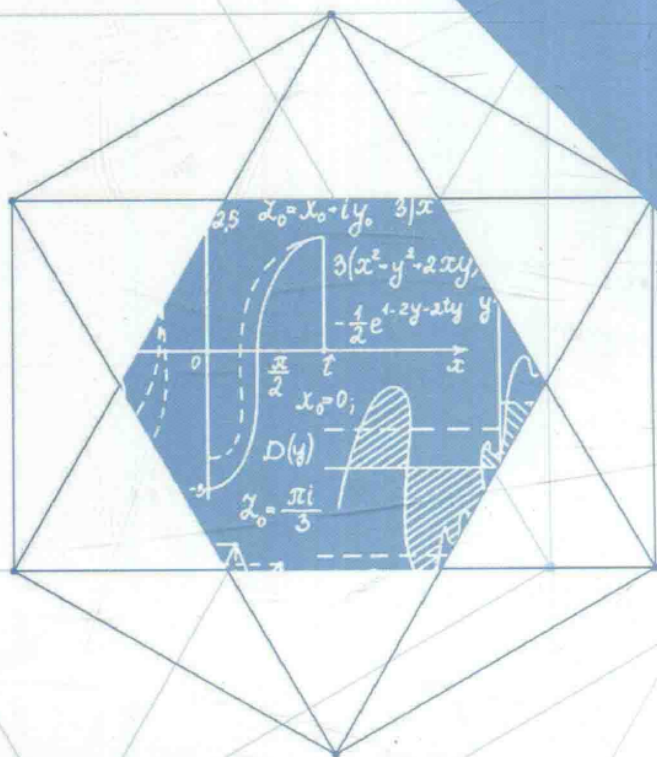


大学数学教学辅导丛书

高等数学 (下)

习题及综合测试

陈新美 秦桂香 谭艳祥 吴烨 主编



湖南大学出版社

大学数学教学辅导丛书

长沙理工大学数学与统计学院 组编

编委会成员 (按姓氏拼音排列)

陈新美	方丽飞	鲁大庆	刘文军
秦桂香	师丽雅	谭艳祥	王晓梅
王跃恒	吴 烨	肖旗梅	熊寿遥
庾慧英	周富照		

《高等数学(上)习题及综合测试》

主编 周富照 方丽飞 鲁大庆 熊寿遥

《高等数学(下)习题及综合测试》

主编 陈新美 秦桂香 谭艳祥 吴 烨

《概率论与数理统计习题及综合测试》

主编 刘文军 肖旗梅 庾慧英

《线性代数习题及综合测试》

主编 王跃恒 王晓梅 师丽雅

内 容 简 介

本书是同济大学数学系编写的“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材《高等数学(下)》的配套练习册,本书编写的章节顺序与教材顺序大致相同,每章配有自测题,后附综合测试和参考答案,并采用活页塑封的装订形式,方便学生使用。内容包括:向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、重积分、曲线和曲面积分、无穷级数。

本书可作为大学生学习辅导,考试复习和考研练习的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学(下)习题及综合测试/陈新美,秦桂香,谭艳祥,吴
焯主编. —长沙:湖南大学出版社,2017.10

(大学数学教学辅导丛书)

ISBN 978-7-5667-1295-0

I. ①高... II. ①陈... ②秦... ③谭... ④吴... III. ①
高等数学—高等学校—习题集 IV. ①O13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第136306号

高等数学(下)习题及综合测试

GAODENG SHUXUE (XIA) XITI JI ZONGHE CESHI

作 者:陈新美 秦桂香 谭艳祥 吴 焯 (主编)

责任编辑:郭 蔚 责任校对:全 健

印 装:长沙市昱华印务有限公司

开 本:787×1092 16开 印张:8 字数:200千

版 次:2017年10月第1版 印次:2017年10月第1次印刷

书 号:ISBN 978-7-5667-1295-0

定 价:20.00元

出版人:雷 鸣

出版发行:湖南大学出版社

社 址:湖南·长沙·岳麓山 邮 编:410082

电 话:0731-88822559(发行部),88821594(编辑室),88821006(出版部)

传 真:0731-88649312(发行部),88822264(总编室)

网 址:<http://www.hnupress.com>

电子邮箱:pressguow@sina.com

版权所有,盗版必究

湖南大学版图书凡有印装差错,请与发行部联系

前 言

大学数学系列课程是理工类、经济类和管理类等专业的基础课、必修课。该系列课程在传授数学知识的同时,还担负着培养学生数学思维能力、抽象概括能力、逻辑推理能力、空间想象能力等各种能力的任务。

熟练掌握大学数学的基本概念、基本理论和基本方法,不仅为学生后续课程的学习打下了坚实的基础,而且对他们今后的学习和工作也具有重要的影响和作用。

学好数学类课程的一个必要环节就是练习,只有多做练习,才能锻炼学生的计算能力与逻辑思维能力。为了提高本校公共数学类课程的教学质量,经过学院老师的充分调研和共同努力,编写了大学数学教学辅导丛书,其中包括《高等数学(上)习题及综合测试》《高等数学(下)习题及综合测试》《概率论与数理统计习题及综合测试》以及《线性代数习题及综合测试》,一方面能为教师任课提供教学参考材料,另一方面能对学生们的课程学习提供辅导和帮助。

在章节的编排上,该丛书与我们现在所用的大学数学系列课程教材基本吻合,以便与课堂教学的需求保持同步。此系列丛书可作为大学数学系列课程的学习辅导和教学参考用书,同是也适合考研学生在基础阶段的巩固练习使用。

为了编好这套丛书,我们组织了一批具有丰富教学经验的教师组成编写团队,并就本书的内容体系和结构进行了反复讨论,湖南大学出版社的领导和编辑也提出了许多宝贵的建议。尽管如此,由于我们编写此类书的经验不足,书中疏漏不当之处在所难免,还望读者们批评指正。

长沙理工大学数学与统计学院

2017年9月

目 次

第八章 向量代数与空间解析几何.....	1
习题 8.1 向量的概念及向量的表示	1
习题 8.2 向量积 数量积	3
习题 8.3 平面及其方程	5
习题 8.4 空间直线及其方程	7
习题 8.5 曲面、空间曲线及其方程	10
自测题(八)	13
第九章 多元函数微分学及其应用	17
习题 9.1 多元函数的基本概念	17
习题 9.2 偏导数	19
习题 9.3 全微分	21
习题 9.4 多元复合函数的求导法则	23
习题 9.5 隐函数的导数	25
习题 9.6 多元函数微分学的几何应用	27
习题 9.7 方向导数与梯度	29
习题 9.8 多元函数的极值及其求法	31
自测题(九)	33
第十章 重积分	37
习题 10.1 二重积分的概念与性质	37
习题 10.2 二重积分的计算法	39
习题 10.3 三重积分	43
习题 10.4 重积分的应用	47
自测题(十)	49
第十一章 曲线和曲面积分	53
习题 11.1 对弧长的曲线积分	53
习题 11.2 对坐标的曲线积分	55
习题 11.3 格林公式及其应用(一)	58
习题 11.4 格林公式及其应用(二)	60
习题 11.5 对面积的曲面积分	62

习题 11.6 对坐标的曲面积分	64
习题 11.7 高斯公式	66
习题 11.8 斯托克斯公式	68
自测题(十一)	70
第十二章 无穷级数	73
习题 12.1 常数项级数的概念和性质	73
习题 12.2 常数项级数的审敛法(一)	75
习题 12.3 常数项级数的审敛法(二)	77
习题 12.4 幂级数	79
习题 12.5 函数展开成幂级数	81
习题 12.5 傅里叶级数	83
自测题(十二)	85
综合测试试卷一	89
综合测试试卷二	93
参考答案	97

第八章 向量代数与空间解析几何

习题 8.1 向量的概念及向量的表示

一、填空题

1. 已知梯形 $OABC$ 中, $\overrightarrow{CB} \parallel \overrightarrow{OA}$, 且 $\|\overrightarrow{CB}\| = \frac{1}{2} \|\overrightarrow{OA}\|$. 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AB}$ = _____.

2. 设 $|\mathbf{a}| = 4$, 且 $\mathbf{a}$ 与 u 轴的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, 则 $\text{Prj}_u \mathbf{a} =$ _____.

3. 已知向量 $\overrightarrow{AB}$ 的终点 $B(2, -1, 7)$, 它在 x, y, z 轴上的投影依次为 $4, -4, 7$, 则 $\overrightarrow{AB}$ 的起点坐标为 _____.

4. 当向量 $\mathbf{a}$ 的方向角 α, β, γ 满足 $\cos \alpha = 1$ 时, $\mathbf{a}$ 垂直于 _____ 坐标面.

二、求点 (a, b, c) 分别关于: 1. 各坐标面; 2. 各坐标轴; 3. 坐标原点的对称点的坐标.

三、过点 (a, b, c) 分别作各坐标面和各坐标轴的垂线, 写出各垂足的坐标, 进而求出该点到各坐标面和各坐标轴的距离.

四、设 $a = 2i - j + k$, $b = i + 2j - k$, $c = 2i - 11j + 7k$, 求向量 $l = 4a + 3b - c$ 在 x 轴上的投影及其在 y 轴上的投影向量.

五、已知非零向量 $\vec{a}$ 与 x 轴、与 y 轴成等角, 与 z 轴的夹角是前者的两倍. 求 $\vec{a}$ 的方向角.

六、已知不共线的非零向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 试求它们夹角平分线上的单位向量(用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示).

习题 8.2 向量积 数量积

一、填空题

1. 设 $a = (3, 2, 1)$, $b = (2, \frac{4}{3}, k)$, 若 $a \perp b$, 则 $k =$ _____; 若 $a \parallel b$, 则 $k =$ _____.
2. 设 $a = (3, -4, 0)$, $b = (-1, y, -5)$, 则使得 $\text{Prj}_a b = -3$ 的 y 的值为 _____.
3. 已知 $|a| = 5$, $|b| = 8$, a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|a - b| =$ _____.
4. 设向量 d 垂直于向量 $a = (2, 3, 1)$ 和 $b = (1, -1, 3)$, 且与 $c = (2, 0, 2)$ 的数量积为 -10 , 则 $d =$ _____.

二、选择题

1. 设 a, b 均为非零向量, 且 $a \perp b$, 则必有 ().
 A. $|a + b| = |a| + |b|$ B. $|a - b| = |a| - |b|$
 C. $|a + b| = |a - b|$ D. $a + b = a - b$
2. 设三向量 a, b, c 满足关系式 $a + b + c = 0$, 则 $a \times b =$ ().
 A. $c \times b$ B. $b \times c$ C. $a \times c$ D. $b \times a$
3. 若向量 $(a + 3b) \perp (7a - 5b)$, $(a - 4b) \perp (7a - 2b)$, 则 $\langle a, b \rangle =$ ().
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $\frac{\pi}{4}$ D. $\frac{\pi}{3}$

三、设 $a = 3i - j - 2k$, $b = i + 2j - k$, 求:

1. $a \cdot b$ 及 $a \times b$.
2. $(-a) \cdot (4b)$ 及 $2a \times b$.
3. $\cos \langle a, b \rangle$.

四、已知点 $O(0,0,0)$, $A(1,-1,2)$, $B(3,3,1)$ 及 $C(3,1,3)$, 求:

1. $\overrightarrow{AB}$, $\|\overrightarrow{AB}\|$ 及 $\overrightarrow{AB}$ 的方向余弦. 2. $\triangle ABC$ 的面积. 3. 四面体 $OABC$ 的体积.

五、在 yOz 平面上求一向量 $\vec{p}$, 使它垂直于向量 $\vec{a}=(12,-3,-4)$ 且与 $\vec{a}$ 有相同的模.

六、已知三向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 的模分别是 2, 3, 4, 且 $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0$, 求 $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.

习题 8.3 平面及其方程

一、填空题

1. 设一平面经过原点及点 $(6, -3, 2)$ 且与平面 $4x - y + 2z = 8$ 垂直, 则此平面方程为 _____.

2. 两平面 $x + 2y - z - 1 = 0$ 与 $x + 2y + z + 1 = 0$ 间所夹二面角的角平分面方程为 _____.

3. 点 $(1, 2, 1)$ 到平面 $x + 2y + 2z - 10 = 0$ 的距离为 _____.

4. 两平面 $3x + 2y + 6z - 35 = 0$ 与 $3x + 2y + 6z - 56 = 0$ 之间的距离为 _____.

二、选择题

1. 在空间直角坐标系中, $x = 0$ 表示().

- A. x 轴 B. 坐标原点 C. yOz 面 D. 以上说法都不对

2. 两平面 $2x - y + z - 7 = 0$ 与 $x + y + 2z - 11 = 0$ 的夹角为().

- A. 30° B. 60° C. 90° D. 150°

3. 平面 $x + y + z + 5 = 0$ 的法向量 $\vec{n} = (\quad)$.

- A. $(1, 1, 1)$ B. $(1, 0, 1)$ C. $(0, 0, 1)$ D. $(1, 1, -1)$

三、求满足下列条件的平面方程: 1. 过 $(1, 1, -1)$, $(-2, -2, 2)$ 和 $(1, -1, 2)$ 三点. 2. 过点 $(5, 1, 7)$, $(4, 0, -2)$ 且平行于 z 轴. 3. 垂直平分连接两点 $(4, 3, -1)$, $(2, 5, 3)$ 的线段.

四、过点 $(1, -1, 1)$ 作一平面与平面 $x - y + z - 1 = 0$ 和平面 $2x + y + z + 1 = 0$ 都垂直,求此平面方程.

五、在平面 $x - y - 2z = 0$ 上求与点 $(2, 1, 5)$, $(4, -3, 1)$ 及 $(-2, -1, 3)$ 等距离的点 P 的坐标.

六、求过点 $M_1(1, -1, -2)$ 和 $M_2(3, 1, 1)$ 且垂直于平面 $x - 2y + 3z - 1 = 0$ 的平面方程.

习题 8.4 空间直线及其方程

一、填空题

1. 直线 $\begin{cases} 3x + 2z = 0 \\ 5x - 1 = 0 \end{cases}$, 平行于 _____ 轴.
2. 直线 $\begin{cases} x + 2y - z - 2 = 0 \\ x + y - 3z - 7 = 0 \end{cases}$, 的方向余弦为 _____.
3. 设两直线 $x - 1 = \frac{y + 1}{2} = \frac{z - 1}{\lambda}$ 与 $x + 1 = y - 1 = z$ 相交于一点, 则 $\lambda =$ _____.
4. 直线 $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$, 与平面 $x - y + z + 1 = 0$ 的夹角为 _____.
5. 原点到直线 $x - 2 = \frac{y - 10}{2} = \frac{z + 7}{-2}$ 的距离为 _____.

二、选择题

1. 设空间直线的对称式方程是 $\frac{x}{0} = y = \frac{z}{2}$, 则该直线过原点且 ().
 A. 垂直于 x 轴
 B. 垂直于 y 轴, 但不平行 x 轴
 C. 垂直于 z 轴, 但不平行 x 轴
 D. 平行于 x 轴
2. 直线 $\Gamma: \frac{x + 3}{-2} = \frac{y + 4}{-7} = \frac{z}{3}$ 与平面 $\Pi: 4x - 2y - 2z - 3 = 0$ 的关系是 ().
 A. 平行
 B. 垂直相交
 C. Γ 在 Π 上
 D. 相交但不垂直
3. 设有直线 $\Gamma_1: x - 1 = \frac{5 - y}{-2} = z + 8$ 与 $\Gamma_2: \begin{cases} x - y = 6 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$, 则 Γ_1 与 Γ_2 的夹角为 ().
 A. 30°
 B. 45°
 C. 60°
 D. 90°

三、求 B, D 的值, 使直线 $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0 \\ 3x + By + z - D = 0 \end{cases}$, 在 xOy 面上.

四、一直线在 zOx 坐标面上, 且过原点又垂直于直线 $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2} = z-5$, 求它的对称式方程.

五、求满足下列条件的直线方程:

1. 在平面 $x+y+z=1$ 上, 且与直线 $\begin{cases} y=1 \\ z=-1 \end{cases}$, 垂直相交.
2. 过点 $A(2, -3, 4)$ 且和 z 轴垂直相交.

六、求直线 $\begin{cases} x-y+z+2=0 \\ 2x+y+z=0 \end{cases}$, 的对称式方程与参数方程.

七、求点 $P(-1, 2, 0)$ 分别在平面 $\Pi: x + 2y - z + 1 = 0$ 和直线 $\Gamma: x - 1 = \frac{y}{2} = \frac{z - 3}{3}$ 上的投影点.

八、求直线 $\Gamma: \begin{cases} 3x - y + z + 8 = 0 \\ x + y + 2z - 3 = 0 \end{cases}$ 在平面 $\Pi: x - y + 1 = 0$ 上的投影直线的方程.

九、过点 $M_0(1, -2, 3)$ 作一直线, 使其与 z 轴相交, 且与直线 $\frac{x}{4} = \frac{y - 3}{3} = \frac{z - 2}{-2}$ 垂直, 求此直线方程.

习题 8.5 曲面、空间曲线及其方程

一、填空题

1. 过球面 $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y = 15$ 上一点 $P(3, 3, 3)$, 且与该球面相切的平面方程为_____.
2. 方程 $y^2 = 1 - z$ 表示的曲面是母线平行于_____轴的_____柱面.
3. 将 zOx 面上的抛物线 $z^2 = 5x$ 绕 x 轴旋转而成的曲面方程是_____.
4. 圆锥 $x^2 + y^2 = 3z^2$ 的半顶角 $\alpha =$ _____.
5. $x - y = 1$ 在平面及空间中分别表示_____和_____;
 $\begin{cases} 5x - y + 1 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$ 在平面及空间中分别表示_____和_____;
 $x^2 - y^2 = 1$ 在平面及空间中分别表示_____和_____.

二、求下列柱面方程:

1. 准线为 $\begin{cases} y^2 = 2z \\ x = 0 \end{cases}$, 母线平行于 x 轴.
2. 准线为 $\begin{cases} 7 - 2z = x^2 + y^2 \\ 2x + 2y + 2z = 1 \end{cases}$, 母线平行于 z 轴.

三、指出下列方程所表示的曲面哪些是旋转曲面, 以及这些旋转曲面是怎样形成的:

1. $x^2 = 2y$.
2. $x^2 - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1$.

$$3. x^2 - y^2 = z^2.$$

$$4. y^2 - \frac{x^2}{4} = z.$$

四、通过空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 8 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, 作一柱面, 使其母线垂直于 xOz 坐标面, 求该柱面方程.

五、求直线 $\Gamma: x - 1 = \frac{y}{2} = z - 1$ 绕 y 轴旋转一周所生成的旋转曲面的方程.