



普通高等教育“十三五”力学规划系列教材
湖北省精品课程教材

结构力学

(第二版)

李黎 主编



扫码关注数字教学资源



华中科技大学出版社
<http://www.hustp.com>

普通高等教育“十三五”力学规划系列教材
湖北省精品课程教材

结构力学

(第二版)

主编 李 黎
编写 李 黎 龙晓鸿 江宜城
樊 剑 戴 萍



华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书是省级精品课程教材,是为高等学校土木、水利、力学等专业结构力学课程编写的教材。全书共 11 章,主要内容包括结构的几何构造分析、静定结构的内力计算、静定结构的影响线、静定结构的位移计算、力法、位移法、力矩分配法和近似法、矩阵位移法、结构动力学等。本书基础理论阐述重点突出,言简意赅,并将要点贯穿全书;例题讲解详细,举一反三,循序渐进,覆盖面广,既有常规的练习题,又有结合工程实际的大作业。

本书可作为普通高等学校土木工程专业的教材,也可作为该专业学生考研的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

结构力学/李黎主编. —2 版. —武汉:华中科技大学出版社,2018.9

普通高等教育“十三五”力学规划系列教材 湖北省精品课程教材

ISBN 978-7-5680-4366-3

I. ①结… II. ①李… III. ①结构力学-高等学校-教材 IV. ①O342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 206600 号

结构力学(第二版)

Jiegou Lixue(Di-er Ban)

李 黎 主 编

策划编辑:万亚军

责任编辑:姚同梅

封面设计:刘 婷

责任监印:周治超

出版发行:华中科技大学出版社(中国·武汉)

电话:(027)81321913

武汉市东湖新技术开发区华工科技园

邮编:430223

录 排:武汉市洪山区佳年华文印部

印 刷:武汉科源印刷设计有限公司

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:27.5

字 数:713 千字

版 次:2018 年 9 月第 2 版第 1 次印刷

定 价:58.00 元



华中出版

本书若有印装质量问题,请向出版社营销中心调换

全国免费服务热线:400-6679-118 竭诚为您服务

版权所有 侵权必究

再版前言

结构力学是固体力学的一个分支,它是研究杆系结构在外力和其他因素作用下的内力、变形以及组成规律的一门学科。结构力学课程是土木工程专业最重要的核心学科基础课。它的先行课程是理论力学和材料力学,后续课程是混凝土结构、钢结构、桥梁结构、给水排水工程等专业课程。该课程是学生由前期的基础理论学习转入后期专业知识学习的桥梁和纽带,结构力学知识是结构工程师进行工程结构计算、设计、施工的重要工具。课程的主要任务是:使学生在学习了理论力学和材料力学的基础上进一步掌握杆件结构的基本计算原理和方法,了解各类结构的受力性能,培养学生的分析能力、计算能力、自学能力和表达能力,为学习有关专业课程以及进行结构设计和科学研究打好基础。

本书是湖北省精品课程教材,是作者三十多年结构力学教学实践的经验总结,具有鲜明的特色,内容安排颇有独到之处。在“传授知识、培养能力、因材施教,强化实践”的思想指导下,全书对基本概念的介绍坚持突出重点,简洁明了;对例题的安排坚持由易至难,一题多解;对章节的讨论突出总结归纳,举一反三;对习题的编排强调相关章节既有常规小练习,又有结合实际的大作业。本书既可作为土木工程专业的教材,又可作为该专业学生考研的参考书。

全书分 11 章,其中第 1~9 章主要介绍静定结构与超静定结构在静荷载作用下的内力和位移计算方法,第 10 章介绍结构在动荷载作用下的计算问题,第 11 章介绍结构的稳定计算问题。本书由李黎主编,龙晓鸿、江宜城、樊剑、戴萍参加了相关章节的编写工作。

在本次再版修订工作中,我们主要对第一版教材中的错误进行了修改,调整了第 9 章的习题,并增加了各章的 PPT 资源(可通过扫描各章前的二维码获取,二维码资源使用说明见书末)。

本书的错误和不足在所难免,欢迎广大读者提出宝贵意见。

编者
2018. 7

目 录

第 1 章 绪论	(1)
1.1 结构力学的主要内容和教学要求	(1)
1.2 结构的计算简图	(2)
1.3 荷载的类型	(6)
1.4 结构的形式	(7)
第 2 章 结构的几何构造分析	(9)
2.1 几何构造分析的几个概念	(9)
2.2 几何不变体系的组成规律	(11)
2.3 几何构造分析方法	(12)
2.4 瞬变体系	(14)
2.5 几何构造分析举例	(17)
2.6 平面杆件体系的计算自由度	(21)
习题	(23)
第 3 章 静定结构的内力计算	(27)
3.1 梁内力计算	(27)
3.2 用区段叠加法画简支梁的弯矩图	(30)
3.3 斜梁	(32)
3.4 多跨静定梁	(34)
3.5 静定刚架	(40)
3.6 桁架	(50)
3.7 组合结构	(58)
3.8 三铰拱	(61)
3.9 静定结构的特性	(71)
习题	(76)
第 4 章 静定结构的影响线	(86)
4.1 移动荷载和影响线的概念	(86)
4.2 用静力法作单跨静定梁影响线	(87)
4.3 多跨静定梁的影响线	(91)
4.4 间接荷载作用下的影响线	(92)
4.5 静定桁架的影响线	(96)
4.6 用机动法作影响线	(99)
4.7 组合结构的影响线	(102)
4.8 三铰拱的影响线	(103)
4.9 影响线的应用	(104)
4.10 简支梁的包络图和绝对最大弯矩	(110)

4.11 讨论	(113)
习题	(119)
第5章 静定结构的位移计算	(123)
5.1 位移计算概述	(123)
5.2 支座移动产生的位移计算	(124)
5.3 力的虚设方法	(126)
5.4 制造误差产生的位移计算	(127)
5.5 温度作用时的位移计算	(129)
5.6 荷载作用下的位移计算	(131)
5.7 用图乘法计算受弯结构的位移	(135)
5.8 线性变形体系的互等定理	(141)
习题	(144)
第6章 力法	(148)
6.1 概述	(148)
6.2 力法的基本概念	(153)
6.3 力法的典型方程	(156)
6.4 各种超静定结构的计算	(158)
6.5 对称结构的计算	(166)
6.6 超静定拱	(171)
6.7 支座移动、温度变化时内力的计算	(176)
6.8 具有弹性支座结构的内力计算	(179)
6.9 超静定结构的位移计算	(180)
6.10 超静定结构计算的校核	(183)
6.11 特殊问题的讨论	(184)
习题	(189)
第7章 位移法	(194)
7.1 位移法概述	(194)
7.2 位移法未知量的确定	(195)
7.3 杆端力与杆端位移的关系	(198)
7.4 利用平衡条件建立位移法方程	(204)
7.5 结点截面平衡法应用举例	(205)
7.6 基本体系和典型方程法	(211)
7.7 对称性的利用	(220)
7.8 其他各种情况的处理	(225)
7.9 讨论	(229)
习题	(237)
第8章 力矩分配法和近似法	(242)
8.1 力矩分配法的基本概念	(242)
8.2 单结点的力矩分配法	(245)
8.3 多结点力矩分配法	(247)

8.4	无剪力分配法	(252)
8.5	讨论	(254)
8.6	近似法	(256)
8.7	超静定结构的影响线	(268)
8.8	连续梁的内力包络图	(273)
	习题	(275)
第 9 章	矩阵位移法	(278)
9.1	概述	(278)
9.2	单元划分及结点编号	(280)
9.3	局部坐标系下的单元刚度矩阵方程	(285)
9.4	整体坐标系下的单元刚度方程	(288)
9.5	连续梁的整体刚度矩阵	(293)
9.6	刚架的整体刚度矩阵	(295)
9.7	荷载列阵	(298)
9.8	刚架内力的计算步骤和算例	(304)
9.9	忽略轴向变形时刚架的整体分析	(309)
9.10	桁架结构内力的计算步骤和算例	(310)
9.11	其他结构内力的计算	(313)
	习题	(324)
第 10 章	结构的动力计算	(328)
10.1	概述	(328)
10.2	动力自由度	(330)
10.3	单自由度体系的自由振动	(333)
10.4	单自由度体系的强迫振动	(345)
10.5	两个自由度体系的自由振动	(358)
10.6	两自由度体系在简谐荷载下的强迫振动	(369)
10.7	多自由度体系的自由振动	(375)
10.8	多自由度体系的强迫振动	(382)
10.9	自振频率的近似算法	(387)
	习题	(393)
第 11 章	结构的稳定计算	(399)
11.1	概述	(399)
11.2	轴心受压杆件的稳定——静力法	(402)
11.3	轴心受压杆件的稳定计算——能量法	(408)
11.4	偏心受压直杆的稳定	(412)
11.5	剪力对临界荷载的影响	(413)
11.6	组合压杆的稳定	(415)
11.7	刚架的稳定——矩阵位移法	(419)
11.8	讨论	(424)
	习题	(427)

第 1 章 绪 论



本章主要介绍结构力学的主要内容、教学要求、结构的计算简图、荷载的类型以及结构的形式。

1.1 结构力学的主要内容和教学要求

1. 研究对象

结构力学主要是研究结构在荷载作用下内力和变形的计算问题。所谓的结构就是在构造物中起着承重作用的骨架,它由承重构件组成。例如,刚架结构主要是由梁、柱和楼板组成的,这些构件在构造物中起着承重作用,而墙、门和窗等除了自身的重力外,不承担其他荷载,就不是结构的组成部分。又如,砌体结构中的承重构件主要是墙、梁和楼板,它们在结构中起着骨架作用,而门窗等是非承重构件。

土木工程及水利工程中常见的结构有梁、刚架、桁架、拱、水坝、墩式码头等。根据组成结构构件的几何形状,可以把它们分成三大类:杆系结构、板壳结构和实体结构。其中:杆系结构(见图 1-1(a))是由若干根细长杆件组成的,细长杆件的几何特征是其长度远远大于(5 倍以上)杆件截面的宽度和高度。板壳结构是由其厚度远远小于(1/5 以下)长度和宽度的构件组成的结构,其中平板壳结构称为板(见图 1-1(b)),曲面板壳结构称为壳(见图 1-1(c))。实体结构(见图 1-1(d))指的是由长度、宽度和厚度 3 个尺寸大约为同量级的构件组成的结构。结构力学的研究对象是第一种杆系结构,而板壳结构和实体结构将在其他课程中讨论。

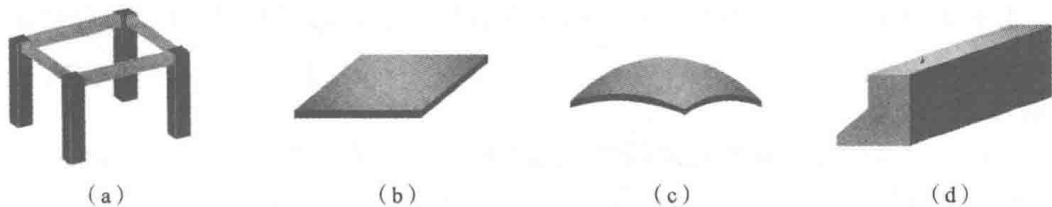


图 1-1

2. 主要研究内容

结构力学研究的内容主要是杆系结构的强度、刚度计算。其中由荷载、支座移动、温度变化、制造误差等引起的结构内力计算称为强度计算;由荷载、支座移动、温度变化、制造误差等引起的结构变形及位移计算称为刚度计算。而由静荷载引起的内力、位移计算称为静力分析,由动荷载引起的内力、位移计算称为动力分析。

此外还要进行结构的稳定计算、研究结构的组成规律以及确定结构的计算简图。

3. 结构力学与其他课程的关系

理论力学和材料力学是结构力学的先修课程,它们为结构力学课程的学习提供了杆件受力分析方法、各种截面特性和截面应力的计算方法等基础知识,因此这两门课称为技术基础课。专业课程(钢筋混凝土结构、钢结构、桥梁结构等)是结构力学的后续课程,即在结构力学课程中所掌握的杆系结构计算方法是为专业课程中结构的内力与位移变形计算服务的。因此,结构力学被称为专业基础课。

1.2 结构的计算简图

在工程设计中对结构进行力学分析时,需要根据实际结构画出一个计算用的图形,这个图形称为结构的计算简图。要使结构的计算简图与实际结构完全一样是做不到的,也是没必要的,因此,应该在对实际结构进行抽象和简化的基础上,得到计算时所用的简图。对真实结构进行抽象和简化时必须遵循的原则是:首先要能正确反映结构的实际受力情况,使计算结果与实际情况比较吻合;其次,要略去次要因素,便于分析和计算。影响计算简图选取的主要因素首先是结构的重要性,如果是重要结构,计算简图则要取得精细些,而次要结构计算简图可取得粗略一些;其次是设计的阶段性,在初步设计阶段计算简图可取得粗略一些,而在施工图设计阶段计算简图则要取得精细些;再次是荷载的可变性,对于静荷载,其计算简图可取得精细些,对于动荷载,其计算简图则可取得粗略一些。另外,如果使用的计算工具很先进,则计算简图可取得精细一些,如果使用的计算工具比较简陋,则计算简图可取得粗略一些。具体简化步骤及方法如下。

1. 杆件的简化

结构力学中的杆件(见图 1-2(a))可以用其轴线来表示(见图 1-2(b))。这是因为由材料力学可知:细长杆件可以近似采用平截面假定,因此截面上的应力可以由截面上的内力来确定,即内力只与杆件的长度有关,与截面的宽度和高度无关。杆件一般有直杆和曲杆两种。



图 1-2

2. 结点的简化

杆件与杆件的连接点称为结点,结点按理想情况一般可简化为三种:铰结点、刚结点和组合结点。土木工程中的结点与机械工程中的结点有很大不同,分析时更注重杆件的受力与变形位移特征。

1) 铰结点

通过铰把若干根杆件连接在一起的结点称为铰结点。它的杆件变形与受力特征是:各杆都可以绕结点自由转动,因此各杆端在铰结点处不会发生弯曲变形,也不会产生弯矩。其表示方法如图 1-3 所示。

例如:图 1-4(a)所示的是木屋架结点,由于两杆件之间是通过螺栓、耙钉连接的,无法阻止杆件间微小的相对转动,因此该结点一般可简化为铰结点(见图 1-4(b))。

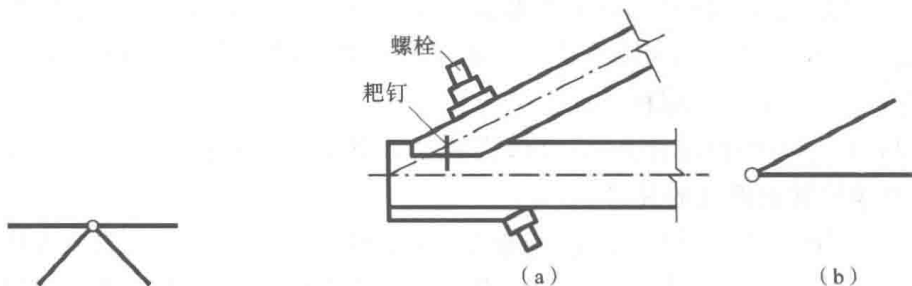


图 1-3 铰结点

图 1-4

又如:图 1-5(a)所示的是钢桁架结点,由于各杆件之间是由连接板通过铆接或焊接连接而成的,无法阻止杆件间的微小相对转动,因此该结点通常也可简化为铰结点(见图 1-5(b))。

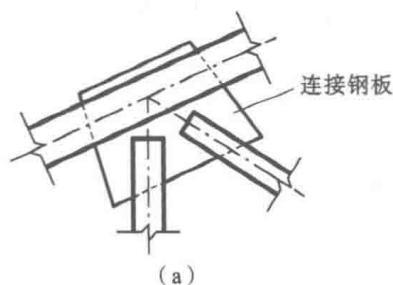


图 1-5

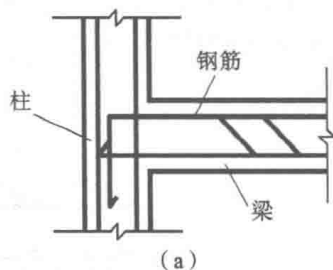


图 1-6

2) 刚结点

通过刚性连接把若干根杆件组合在一起的结点称为刚结点。它的杆件变形与受力特征是:各杆不能绕结点做相对转动,即结点能阻止杆件之间发生相对转角位移,因此杆端有弯矩、剪力和轴力产生。

例如:图 1-6(a)所示的是现浇钢筋混凝土框架结点,由于梁、柱的钢筋是绑扎在一起的,又用混凝土一次浇灌成形,杆件间是无法发生相对变形的,因此该结点可简化为刚结点(见图 1-6(b))。

3) 组合结点

某些杆件间采用刚性连接,而另外一些杆件间采用铰连接的结点称为组合结点。它的杆件变形与受力特征是:刚性连接的杆件,其变形、位移和受力同刚结点;用铰连接的杆件,其变形、位移和受力同铰结点。

例如:图 1-7(a)所示的现浇钢筋混凝土框架结点与型钢构件是由连接钢板焊接而成的,因此该结点可简化为组合结点(见图 1-7(b))。

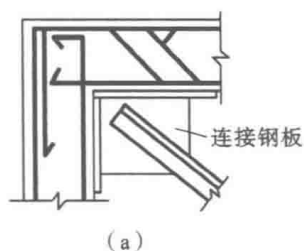


图 1-7

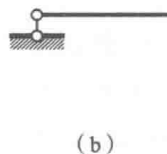
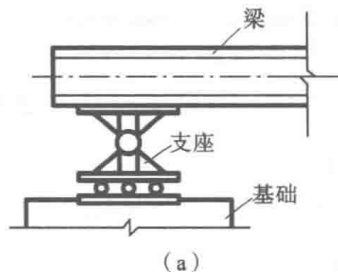


图 1-8

3. 支座的简化

上部结构与下部基础之间的连接可用支座来表示。一个构件在平面内有 3 种运动:水平方向位移、竖直方向位移(称为线位移)和转动(称为转角位移)。根据支座对上部结构运动的约束能力,一般可将平面结构的支座简化为可动铰支座、固定铰支座、滑动支座以及固定支座等四种。

1) 可动铰支座

可动铰支座是只能约束上部结构一个线位移的支座。例如,图 1-8(a)中的梁与基础之间的支座只能阻止梁的竖直方向的运动,因此可简化为可动铰支座(见图 1-8(b))。

另外在实际工程中,例如把梁安放在柱顶或墙上,不做其他特殊处理等情况下,其支座也可简化为可动铰支座。

2) 固定铰支座

固定铰支座是能约束上部结构水平和竖直两个方向线位移的支座,如图 1-9(a)所示。例

如:在实际工程中把屋架放在柱顶上,并将屋架与柱顶的预埋件通过螺栓连接,这样构成的支座可简化为固定铰支座(见图 1-9(b))。

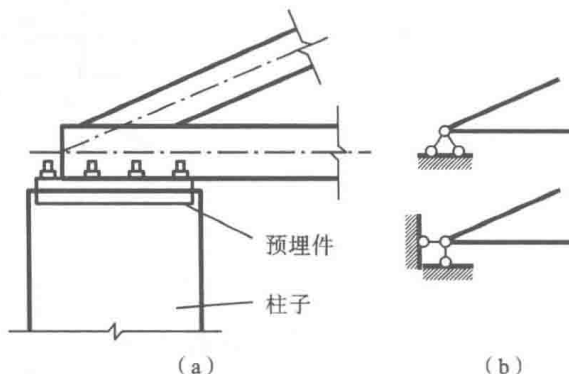


图 1-9

又如:将预制好的柱子插入杯口式基础(见图 1-10(a)),其缝隙用沥青麻刀和细石子来填充。采用这种施工方法可将上部柱子与基础的连接简化成固定铰支座(见图 1-10(b)),因为填充物无法阻止柱与基础之间的微小相对转动。

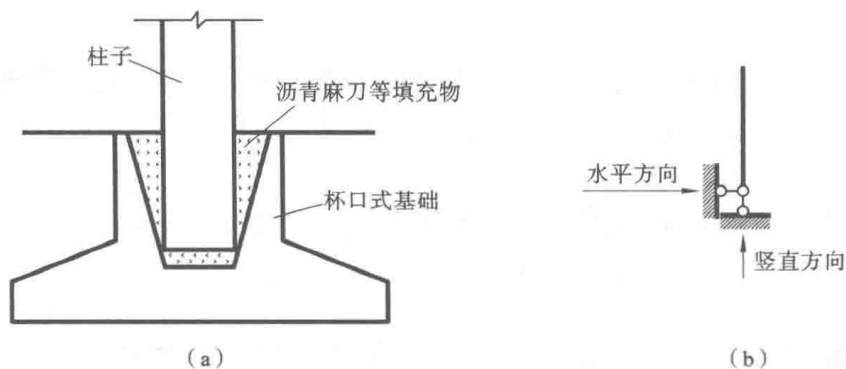


图 1-10

3) 滑动支座

滑动支座是既能约束结构一个方向的线位移又能约束其转动的支座(见图 1-11),其表示方法如图 1-11(b)所示。

4) 固定支座

固定支座是能同时约束结构的竖直方向、水平方向的线位移和转动位移的支座。

例如:在实际工程中将柱子与基础完全现浇在一起,而且柱子的钢筋插入基础一定距离(见图 1-12(a)),那么柱子的支座就可简化成固定支座(见图 1-12(b))。

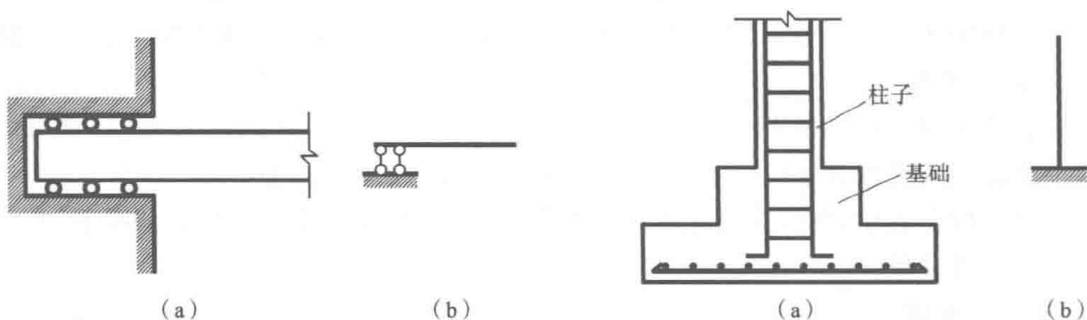


图 1-11

图 1-12

4. 结构的简化

图 1-13 所示的是由屋架、柱、吊车梁、基础等构件组成的平面排架结构,沿着纵向(垂直于纸面方向)将若干个平面排架结构相隔一定的距离布置,通过连接构件就可组成空间体系的单层厂房。由于每一榀排架结构的受力基本相同,因此设计时可以取出单榀排架按平面结构计算。

屋架、吊车梁等构件都是预制的,施工时先将基础、柱子现浇好,然后把屋架安放于柱顶,由预埋件通过螺栓连接就形成了平面排架结构。它的计算简图如图 1-14 所示,其中屋架结点的简化方式为:若是木屋架或型钢制作的屋架,可简化成铰结点;若是钢筋混凝土制作的屋架,可先简化成铰结点,然后对其计算结果进行修正。对于屋架与柱子的连接,如前所述,可简化成铰结点。对于柱子与基础的连接,可简化成固定支座。

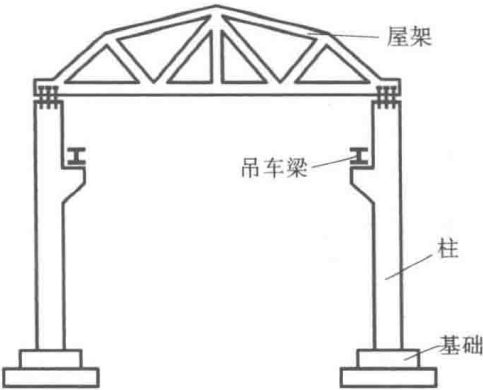


图 1-13

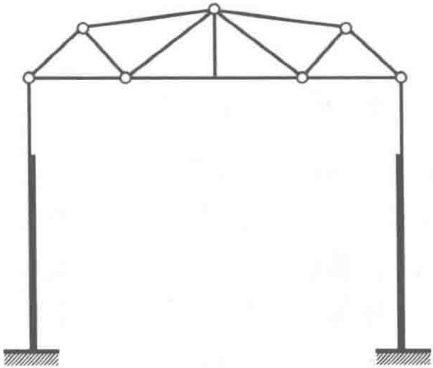


图 1-14

为了简化计算,可把柱子视作屋架的基础,把屋架拿出来单独计算,其计算简图如图 1-15 所示。至于支座形式可视具体连接方法而确定,若跨度比较大,为了释放热胀冷缩引起的应力,可以把其中一个支座做成在水平方向上是可动的,其计算简图如图 1-16 所示。排架的计算简图则如图 1-17 所示,其中屋架用一根 $EA=\infty$ 的杆件来代替。即用图 1-15 或图 1-16 来计算排架结构中屋架的内力和位移,用图 1-17 来计算排架结构中柱子的内力和位移。

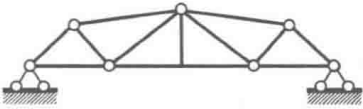


图 1-15

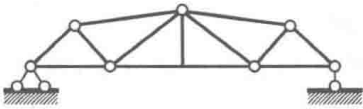


图 1-16

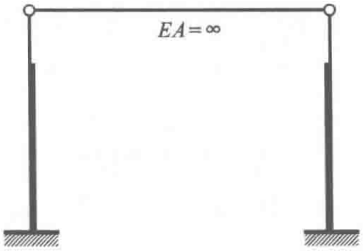


图 1-17

另外,对于同一个结构,如果考虑的荷载与计算目的不一样的话,则选取的计算简图也可能不一样。图 1-18(a)表示的是一个空间刚架结构,如果要计算横向水平荷载作用下结构的内力,可选取图 1-18(b)作为计算简图,如果要计算纵向水平荷载作用下结构的内力,可选取图 1-18(c)作为计算简图。

由以上分析可以看到,结构计算简图的简化对初学者来说是一个比较复杂的问题,仅靠本节介绍是无法很好掌握的,在后续章节讲解各种结构的计算分析时还会就其计算简图进行详细介绍。

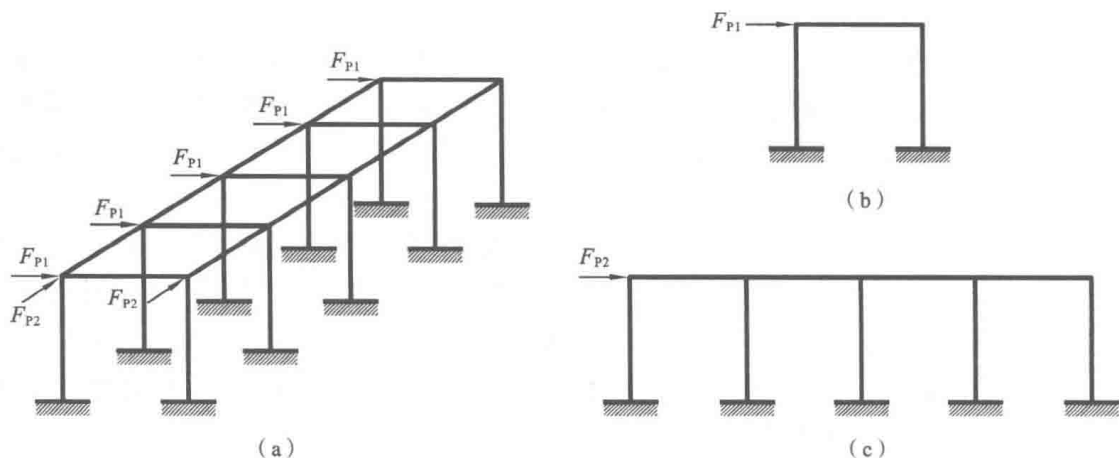


图 1-18

1.3 荷载的类型

1. 按荷载的分布分

作用在结构上的荷载如果按照分布来分类,可以分为以下几种。

- (1) 面荷载,如风荷载、雪荷载、雨荷载、人群荷载、水压力等。
- (2) 体荷载,如结构自重、温度荷载等。
- (3) 集中荷载,如集中力、集中力矩等。

2. 按荷载作用在结构上的时间分

作用在结构上的荷载如果按照作用的时间来分类,可以分为以下几种。

(1) 恒荷载,如结构自重和设备重力等,其特点是荷载不随时间发生变化。从严格意义上说,这些荷载在结构和设备整个服役期间也是有些变化的,但是其变化速度非常慢,可以忽略其变化,故称之为恒荷载或静荷载。

(2) 活荷载,如人群荷载、雪荷载、雨荷载等,其特点是荷载对结构来说时有时无,即会随时间的变化而发生变化,但其变化速度相对结构的自振周期是比较慢的,因此计算内力和位移时还是把它们看作静荷载,但在结构设计中进行内力组合时应把它们看作活荷载。

(3) 移动荷载,如吊车荷载、汽车荷载、火车荷载等,其特点是荷载的作用位置会随时间的变化而发生变化,但荷载的大小、作用方向及荷载间的相隔距离不会发生变化。

3. 按荷载作用在结构上的效果分

作用在结构上的荷载如果按照作用的效果来分类,可以分为以下两种。

(1) 静荷载,如结构自重和设备重力等,其特点是结构因静荷载产生的内力和变形,不会随时间的变化而发生改变。

(2) 动荷载,如风荷载、地震荷载、冲击荷载等,其特点是荷载的大小、作用方向、作用位置都会随着时间的变化而变化,结构由其产生的内力和变形,也会随着时间的变化而发生改变,而且通常由动荷载引起的结构内力和变形都要大于静荷载引起的。

从以上分析可以看到,其实没有严格意义上的静荷载,各种荷载随着时间的变化多多少少都会发生变化。判断一个荷载是静荷载还是动荷载,主要看其变化周期与结构的自振周期之比,若比值小于或大于 5,应视为静荷载,否则可视为动荷载。因此,同一个荷载,对某个结构而言可能是动荷载,但对另一个结构而言可能就是静荷载。

1.4 结构的形式

杆系结构的主要形式有梁、刚架、桁架、排架、组合结构、拱等。

1) 梁

梁主要有简支梁(见图 1-19(a))、悬臂梁(见图 1-19(b))、曲梁(见图 1-19(c))、多跨静定梁(见图 1-19(d))和超静定梁等(见图 1-19(e))。

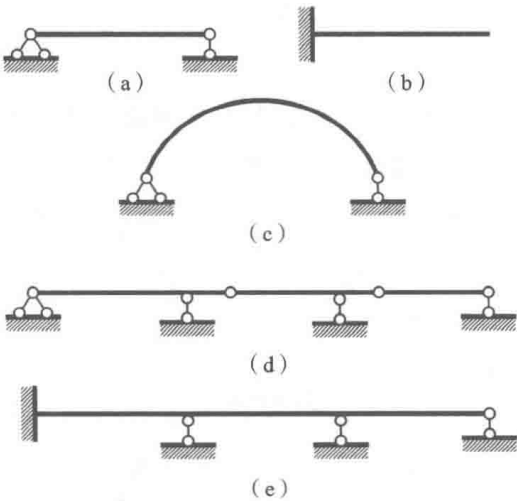


图 1-19

2) 刚架

由梁和柱子通过刚结点或铰结点连接而成的结构称为刚架,其形式主要有单层单跨刚架(见图 1-20(a))、单层多跨刚架(见图 1-20(b))、多层单跨刚架(见图 1-20(c))和多层多跨刚架(见图 1-20(d))。

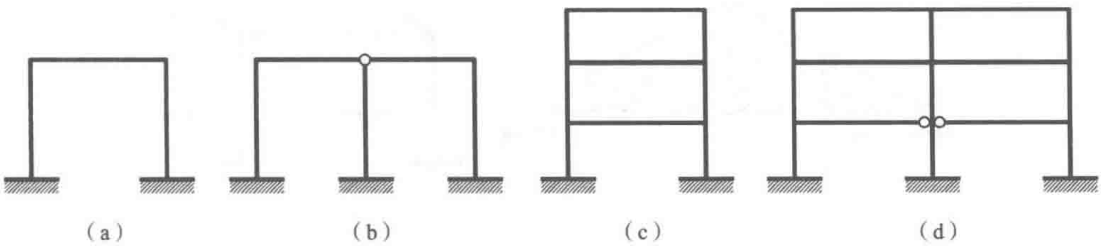


图 1-20

3) 桁架

桁架是由轴力杆通过铰结点连接而成的结构,通常有单跨桁架(见图 1-21(a))和多跨桁架(见图 1-21(b))。

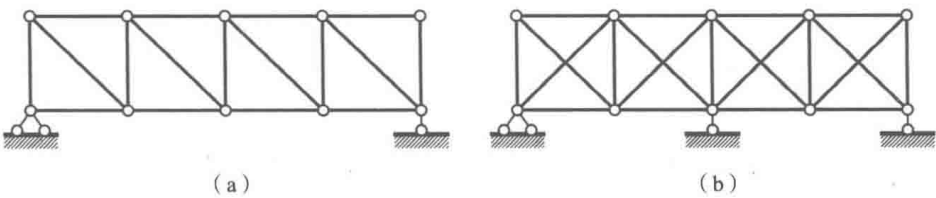


图 1-21

4) 组合结构

由受弯构件和轴力杆通过刚结点和铰结点连接而成的结构称为组合结构,如图 1-22 所示。

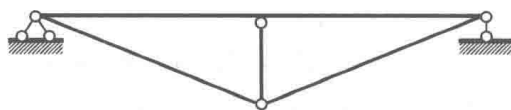


图 1-22

5) 拱结构

由上部构件与能约束水平位移的支座组成的结构称为拱结构,主要形式有三铰拱(见图 1-23(a))、两铰拱(见图 1-23(b))、无铰拱等(见图 1-23(c))。

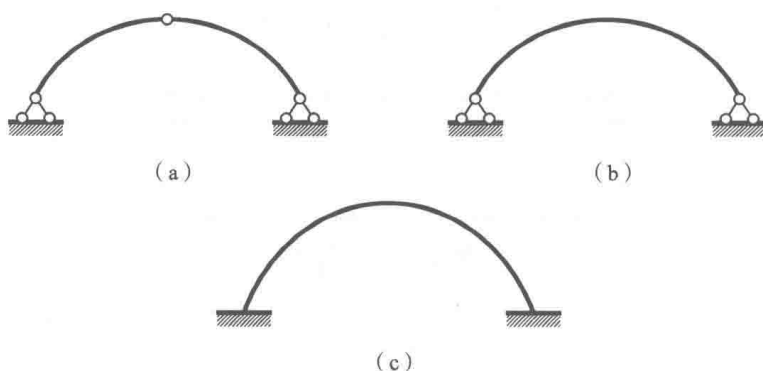


图 1-23

杆系结构可以分为平面结构(见图 1-24(a))和空间结构(见图 1-24(b))两大类。本书主要介绍平面结构的计算,至于空间结构计算,其基本原理与平面结构是相同的。

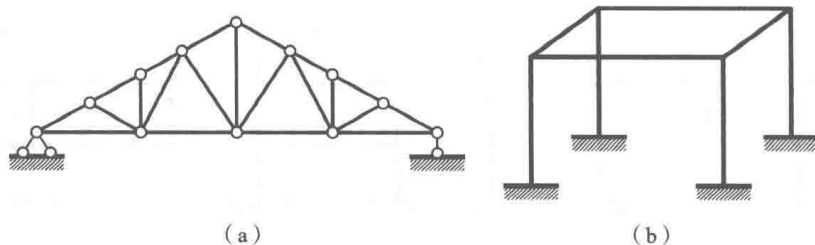


图 1-24

第2章 结构的几何构造分析



本章主要介绍几何构造分析的有关概念以及几何不变体系的组成规律,在此基础上介绍体系几何构造的分析方法。

2.1 几何构造分析的几个概念

结构是由若干根杆件通过结点的连接以及与支座的连接而组成的。结构是用来承受荷载的,因此必须保证其几何构造是不可变的。例如图 2-1(a)所示的体系,凭经验就可知道它根本无法承受水平荷载,因为它是一个铰接的平行四边形。作用在结点上的集中竖直方向荷载和水平方向荷载似乎可以维持结构的平衡,但只要荷载与杆件的轴线稍有点偏差体系就会垮掉。显然这样的体系是不能作为结构使用的,因为它是一个几何可变体系。而如果在图 2-1(a)的基础上添加一根斜杆,如图 2-1(b)所示,体系即变成几何不变体系了。

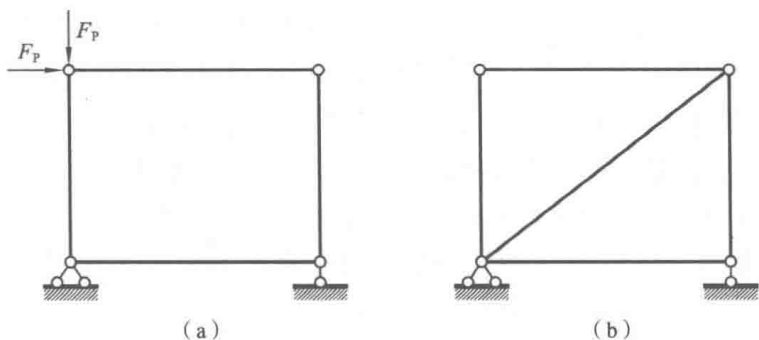


图 2-1

显然,只有几何不变体系才能作为结构,而几何可变体系是不可以作为结构的。因此在选择或组成一个结构时必须根据几何不变体系的组成规律进行分析,确保体系是几何不变的。

在介绍几何不变体系组成规律之前,先介绍以下几个概念。

1. 几何不变体系和几何可变体系

一个体系在受到一个任意荷载的作用时,若不考虑材料的应变而能保持几何形状和位置不变的,则称为几何不变体系,反之称为几何可变体系。

2. 自由度

判断一个体系是否可变,涉及体系运动的自由度问题。所谓物体的自由度就是确定其位置所需独立参数的个数。

1) 点的自由度

所谓点在平面内的自由度,即确定点在平面内位置所需独立参数的个数。显然对于一个点,只需 2 个参数就能确定其在平面内的位置(见图 2-2),因此点的自由度为 2。

2) 刚片的自由度

所谓的刚片就是几何尺寸和形状都不变的平面刚体。由于在讨论体系的几何构造时是不考虑材料变形的,因此可以把一根梁、一根柱、一根链杆甚至体系中已被确定为几何不变的部分都看作一个刚片。

要确定刚片在平面内的位置,首先在刚片上任意取一个点 A ,并通过该点作直线 AB ,确定 A 点的位置如上所述需要 x, y 共 2 个参数,再确定 AB 线只需 α 这个参数(见图 2-3)。有了这 3 个参数,刚片在平面内位置就完全被确定了,因此刚片在平面内的自由度为 3。

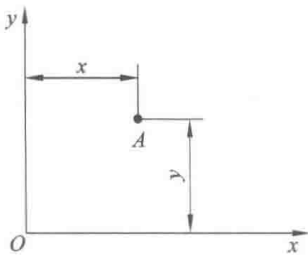


图 2-2

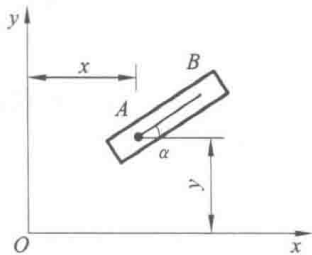


图 2-3

3. 约束

结构是由各种构件通过某些装置组合而成的,它是几何不可变的,因此其自由度应该等于或小于零。那种能减少构件即刚片自由度的装置就称为约束。约束装置的类型一般有以下几种。

1) 链杆

1 根链杆可减少 1 个自由度,称为 1 个约束。例如,图 2-4(a)中的刚片原先有 3 个自由度,在用 1 根竖直链杆与基础连接后,刚片的竖直方向运动被阻止了,但还可以产生水平方向运动和绕链杆 A 点的转动,即还有 2 个自由度。又如,图 2-4(b)中的刚片由 2 根链杆与基础连接,刚片在水平和竖直方向的运动均被阻止了,但刚片还能绕 A 点发生转动,即还有 1 个自由度。再如,图 2-4(c)中 2 个刚片原先有 6 个自由度,通过 1 根链杆连接后还有 5 个自由度,这是因为首先确定刚片 1 需要 3 个参数,然后假定刚片 1 不动,链杆只能绕 A 点转动(需要 1 个参数),再假定刚片 1 和链杆不动,刚片 2 还能绕 B 点转动(还需 1 个参数),由此分析可知,共需 5 个参数即可确定该体系的平面位置。以上的分析均说明 1 根链杆能减少 1 个自由度。

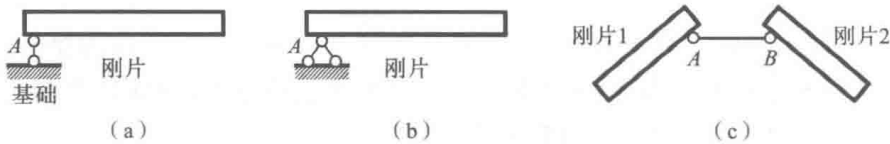


图 2-4

2) 单铰

连接 2 个刚片的铰称为单铰。1 个单铰可以减少 2 个自由度,相当于 2 个约束。例如,图 2-5 中 2 个刚片有 6 个自由度,用 1 个单铰连接后刚片 1 还有 3 个自由度,假设刚片 1 不动,刚片 2 只能绕单铰转动,因此这个体系还有 4 个自由度,被单铰减少了 2 个自由度。又如,图 2-4(b)中的刚片被 2 根链杆连接后,还剩 1 个自由度,这说明 2 根链杆相当于 1 个单铰。

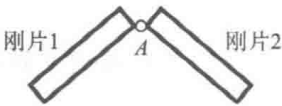


图 2-5

3) 复铰

连接 2 个以上刚片的铰称为复铰。连接 n 个刚片的复铰,相当于 $n-1$ 个单铰,能提供 $2 \times (n-1)$ 个约束。例如,图 2-6 中,3 个刚片原有 9 个自由度,用 1 个复铰连接后,确定刚片 1 的位置需要 3 个参数,假设刚片 1 不动,刚片 2 只能绕复铰转动,再假设刚片 1、2 不动,刚片 3 还能绕复铰做相对转动,因此现在整个体系还有 5 个自由度,被复铰减少了 4 个自由度。该体