新世纪高等学校规划教材 · 数学系列

应用数学基础
线性代数

林仁炳 王 芬◎主编

YINGYONG SHUXUE JICHU
XIANXING DAISHU

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

新世纪高等学校规划教材 · 数学系列

应用数学基础
线性代数

林仁炳 王 芬

YINGYONG SHUXUE JICHU
XIANXING DAISHU

北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

应用数学基础．线性代数/林仁炳，王芬主编．—北京：北京师范大学出版社，2016.6

新世纪高等学校规划教材·数学系列

ISBN 978-7-303-21067-1

Ⅰ．①应… Ⅱ．①林… ②王… Ⅲ．①应用数学-高等学校-教材②-线性代数-高等学校-教材 Ⅳ．①O29 ②O151.2

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 183040 号

营销中心电话 010-62978190 62979006
北师大出版社科技与经管分社 http：//jsws.bnupg.com
电子信箱 kjjg@bnupg.com

出版发行：北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街 19 号
邮政编码：100875

印　　刷：北京京师印务有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：730 mm×980 mm　1/16
印　　张：8.5
字　　数：142 千字
版　　次：2016 年 6 月第 1 版
印　　次：2016 年 6 月第 1 次印刷
定　　价：20.00 元

策划编辑：雷晓玲　　责任编辑：雷晓玲
美术编辑：刘　超　　装帧设计：刘　超
责任校对：赵非非　　责任印制：赵非非

版权所有　侵权必究

反盗版、反侵权举报电话： 010-62978190
北京读者服务部电话：010-62979006-8021
外埠邮购电话：010-62978190
本书如有印装质量问题，请与印制管理部联系调换。
印制管理部电话：010-62979006-8006

内容简介

本书是根据应用型院校基础理论教学“以应用为主，以够用为度”的原则，以满足教学基本要求的前提下，适当降低理论推导的要求，注重线性代数基本思想方法的思路来编写的。

本书内容包括：行列式、矩阵、向量与线性方程组、特征值与特征向量等。各章均配有习题，并附有习题提示或答案，便于读者学习、练习使用。

本书适合应用型本科院校各专业使用，也可供自学者和科技工作者参考。

前 言

我国高等教育已经进入普及化时代，高等学校的办学规模越来越大。随着高等学校课程改革与课堂创新行动计划的推进，高等教育教学观念不断更新，教学改革不断深化，多样化人才培养与满足人才多样化需求是高等学校面临的共同问题。当前相当大一批本科院校将向应用型转型发展，应用型教材建设这项工作显得尤为迫切。

应用数学，顾名思义就是工程技术、生产管理实践中经常用到的数学，线性代数是应用数学的重要内容，它在物理学、电学、工程技术、生产管理等许多领域都有广泛应用。应用型院校里很多专业都要用到线性代数知识，但是这些内容都非常基础，主要涉及线性代数的基本概念与基本方法。这些基本内容本身并不深奥，对于大多数应用型院校学生来说是可以掌握的。可惜现在市面上的线性代数教材，过多关注线性代数内容的完整性、系统性以及追求解题的技巧性，对通用的基本方法关注不够，这样，对应用型院校的学生来说，使用起来仍然存在一定困难，从而导致目前数学教学过程中的一些尴尬局面——学生厌学，教师难教。因此，需要有一本适合应用型院校学生使用，基本理论、基本方法完整，内容通俗易懂的线性代数教材。笔者从事非数学专业线性代数课程教学几十年，积累了一定的教学经验，愿意为应用型院校教材建设尽微薄之力。这些都是编写本书的直接动力和价值取向。

为了达到上述要求，本书在以下方面做出积极的探索与实践。

首先是语言的风格。严密、抽象、精练是数学的特征，数学教材往往开门见山，从定义到定理再到例题，“高冷”有

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

余而"亲民"不足，但是考虑到应用型院校学生的实际基础和思维特点，在教材中增加一些有用的"废话"是十分必要的。本书在基本概念的叙述方面尽量使用通俗易懂的文字表述，在给出规范的定义前，都给出一段文字说明，帮助读者理解其含义，也尽可能使读者阅读起来自然流畅。紧接概念会介绍一些简单的示例，选例的原则是尽量浅显易懂，以帮助学生理解概念。

其次是内容的选择。考虑到应用型院校数学课时的限制，本书内容围绕核心概念与基本方法进行选材，尽量做到内容简练精干，主线清晰。对于非主干内容，则部分移到习题中，留给学有余力的读者思考。这样处理的目的是使得教材突出主线，明确重点，易教易学。

再次是习题的安排。与同类教材相比，加大对基本题型的训练力度。本书每章的习题都是属于基本训练，其主要目的是让读者通过练习理解定义定理，更好地把握线性代数的思想与方法。为了使读者容易找到解题的思路，习题在编排上注意与例题的对应性，以便于读者模仿练习。考虑到读者在将来的工作或专业学习中用到线性代数知识都可用计算软件来辅助，而目前解题都是笔算的，所以在习题设计上尽量避免复杂的计算。本书中习题的主要作用是帮助读者掌握各个问题的一般演算流程，而非培养计算能力，尤其是笔算演推能力，所以在习题设计时尽量避免了解题过程中一些烦琐计算，读者可在使用时加以体会。

在各章节编写上，做了如下处理，我们相信这样处理可以降低学生学习难度，有利于学生掌握基本概念与基本方法，也方便教师组织教学，实现"只降低难度，不降低要求"的理想目标。

第 1 章是有关行列式的知识。本章中我们对逆序数的介绍仅限于引出行列式定义，对于逆序数的其他性质不作介绍。增加行列式余子式组合定理，教学实践表明，这对掌握行列式展开式的方法与性质十分有利。对克莱姆法则只讨论其有解条件下解的形式问题，重在掌握方法。

第 2 章是关于矩阵的基本运算及其性质。本章对于分块矩阵不单独设节，只在矩阵运算中把矩阵分块作为降低矩阵运算的一种方法介绍，其中一部分矩阵分块的典型内容则移到习题中。用逆变换引入逆矩阵，直截了当，简单明了，方便读者理解。关于初等矩阵的性质本书采用了具体的矩阵运算来展示，实践表明采用这样的方式讨论，教学效果更好。

第 3 章的内容是关于向量与线性方程组。关于向量的线性相关性，本书围绕向量组的极大无关组的向量个数相等以及向量空间的基的特征展开前面的讨论。凡是与这两个主题无关的性质或者删去，或者留到习题里，作为学有余力

的读者练习时的参考，以保证内容简练、主线清晰。在讨论齐次线性方程组基础解系时，采取先具体再一般的思路展开讨论，便于读者理解把握。

第 4 章的内容是特征值与特征向量，同时简单介绍了二次型的有关概念与性质。对于特征值与特征向量的讨论的例题主要采用二阶矩阵，这样可以大大地降低计算量。因为求特征值特征向量的思想方法对于任何阶矩阵都是一样的，但采用二阶矩阵作为例子，能使读者更容易接受。在这章的最后，介绍了人口增长的动态模型，作为线性代数应用的一个缩影。

本书可作为应用型本科院校理工类和经管类专业的教材或教学参考书，适合作为 32～48 学时课程的教材。对于 32 学时的课程，打星号(*)的内容可以不作要求。

为了方便教学，我们提供整套教材的电子教案，以及全部的习题详解，有需要的读者可以利用电子邮件(邮箱地址：781916525@qq. com)向我们索取，随着课程建设的推进，还将提供其他的电子资源。

本书的编写过程中吸收和采用了国内外同类教材的部分例题与习题，在此向这些作者表示衷心感谢。本书的编写得到学校教务处的大力支持，并获得学校第四批应用性教材建设项目资助。在整个编写过程中获得北京师范大学出版社雷晓玲编辑的支持与帮助，在此一并表示感谢。

由于作者的水平有限，书中难免有不妥之处，欢迎广大读者批评指正。

作者

2016 年 3 月

目 录

第 1 章 行 列 式

从形式上看，行列式就是一个方形数表，本质上看，行列式是运算符号，此数表是按照一定的规则进行运算得到的一个值. 这个思想是由日本数学家关孝和、德国数学家莱布尼茨分别独立提出的，此后行列式主要应用在方程组的讨论中.

近代行列式理论被广泛运用到数学、物理以及工程技术等许多学科领域. 在本课程中，行列式主要用于讨论线性方程组求解、矩阵的性质以及向量组的线性相关性等. 在本章，将介绍 n 阶行列式的定义及其性质，n 阶行列式的计算和克莱姆法则.

1.1 二阶行列式与三阶行列式

1.1.1 二元线性方程组与二阶行列式

下面来考察一般的二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1, \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2. \end{cases} \tag{1-1}$$

式(1-1)中，第一个方程两边乘 a_{21}，第二个方程两边乘 a_{11}，得到

$$\begin{cases} a_{11}a_{21}x + a_{12}a_{21}y = a_{21}b_1, \\ a_{11}a_{21}x + a_{11}a_{22}y = a_{11}b_2, \end{cases}$$

将方程组中第一、二两个方程相减消去 x，且当 $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \neq 0$ 时，得

$$y = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}},$$

同理可得

$$x = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}},$$

这样，方程组的解用其系数与常数表示了出来. 不难看出，方程组的解具有规则的形式，首先，x，y 的分母都一样，都是由方程组中 x，y 的系数表示的一

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

种形式．如果引进适当的记号，则可以为方程组的求解带来方便，并得到求解线性方程组的一般规律，这样可为求解更大规模的方程组提供思路．下面引进一个符号$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$来表示$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$，即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}, \tag{1-2}$$

并将其称为一个二阶行列式．其中，a_{11}，a_{12}，a_{21}，a_{22}称为它的元素，横的排为行，竖的排为列．元素a_{11}，a_{22}所在的位置称为主对角线，元素a_{12}，a_{21}所在的位置称为次对角线．这样，二阶行列式的值就是其主对角线元素乘积减去次对角线元素乘积．

显然，当式(1-2)中的两行元素成比例时，其值为零．

有了二阶行列式的概念，解x，y的分子可写成如下的形式

$$a_{22}b_1 - a_{12}b_2 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, a_{11}b_2 - a_{21}b_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix},$$

并记为

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

由于D的元素恰是方程组(1-1)中未知数x，y的系数，其位置仍按照原来的顺序排列，所以把D称为方程组(1-1)的系数行列式，而D_1与D_2分别是用方程组中的常数列代替D中的第一列与第二列．则方程组(1-1)的解就可以写成公式(设$D\neq0$)

$$x = \frac{D_1}{D}, y = \frac{D_2}{D},$$

这称为二元一次方程组解的克莱姆公式．

例 1.1　用行列式解方程组

$$\begin{cases} 3x - y = -1, \\ 4x + 2y = 7. \end{cases}$$

解　$D = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} = 3\times2-(-1)\times4=10,$

$$D_1 = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 7 & 2 \end{vmatrix} = (-1)\times2-7\times(-1)=5,$$

$$D_2 = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 7 \end{vmatrix} = 3\times7-(-1)\times4=25,$$

所以 $x=\dfrac{D_1}{D}=\dfrac{5}{10}=\dfrac{1}{2}$， $y=\dfrac{D_2}{D}=\dfrac{25}{10}=\dfrac{5}{2}$.

命题 对方程组(1-1)，当系数行列式 $D\neq0$ 时有唯一解；当 $D=0$ 时，方程组有多解或无解.

1.1.2 三阶行列式的定义

在 1.1.1 节中介绍了二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21},$$

类似地，对于 9 个数 $a_{ij}(i,\ j=1,2,3)$排成的 3 行 3 列的式子，可定义为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32}. \tag{1-3}$$

由上述定义可见，三阶行列式共有 6 项，每一项均为不同行不同列的 3 个元素之积再冠以正负号，其运算规律可用“对角线法则”表示，如图 1-1 所示.

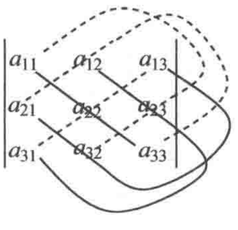

图 1-1 对角线法则

图 1-1 中，称从左上角到右下角的对角线为主对角线，从右上角到左下角的对角线为次对角线. 与主对角线平行的 3 条实线上的 3 个数的乘积取正号，与次对角线平行的 3 条虚线上的 3 个数的乘积取负号.

例 1.2 计算 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

解 $D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix}=1\times3\times4+2\times2\times2+0\times1\times3-3\times3\times2-1\times1\times2-$
$2\times0\times4=0$.

1.1.3 三元线性方程组

与二元一次方程组类似，对于三元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1, \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2, \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3, \end{cases}$$

若其系数行列式

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}\neq 0,$$

用消元法可以求得方程组的解为：

$$x_1=\frac{D_1}{D},x_2=\frac{D_2}{D},x_3=\frac{D_3}{D}, \tag{1-4}$$

其中，$D_j(j=1,2,3)$是由常数项 b_1，b_2，b_3 代替 D 中第 j 列得到的三阶行列式，即

$$D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_2 & a_{33} \end{vmatrix}, D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

例 1.3 解三元线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3=-1, \\ 2x_1+x_2-3x_3=1, \\ x_1-x_2+x_3=2. \end{cases}$

解 先计算系数行列式

$$D=\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=1-2+6-1-3+4=5\neq 0,$$

$$D_1=\begin{vmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix}=13, D_2=\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}=15, D_3=\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}=12,$$

由式(1-4)知，方程组的解为

$$x_1=\frac{D_1}{D}=\frac{13}{5},\quad x_2=\frac{D_2}{D}=\frac{15}{5}=3,\quad x_3=\frac{D_3}{D}=\frac{12}{5}.$$

1.2 n 阶行列式的定义

从二、三阶行列式的定义，可以看到如下事实：(1)二阶行列式项数是 $2!=2$项，三阶行列式项数是 $3!=6$ 项；(2)行列式中每一项都是取自不同行不同列的元素的乘积；(3)行列式中的每一项的符号与元素所在的位置有关. 受此启示，可以引进 n 阶行列式的定义. 在介绍 n 阶行列式定义之前，先介绍自然数排列的逆序数的概念，再介绍几个特殊的 n 阶行列式的计算方法.

1.2.1 排列与逆序

定义 1 由自然数 1，2，…，n 组成的不重复的每一种有确定次序的排列，称为一个 n 级的排列(简称排列).

例如，12345 和 54321 都是 5 级排列，而 3412 则是 4 级排列.

定义 2 在 n 级排列$(i_1 i_2 \cdots i_s \cdots i_t \cdots i_n)$中，若数 $i_s > i_t$，则称数 i_s 与 i_t 构成一个逆序，如排列 54321 中 4 与 2，5 与 4，都构成一个逆序. 一个 n 级排列中逆序的总数称为该排列的逆序数，记为$N(i_1 i_2 \cdots i_n)$. 例如，排列 213 的逆序数是 1，记为 $N(213)=1$；而排列 321 的逆序数是 3，记为 $N(321)=3$.

逆序数为奇数的排列称为奇排列，逆序数为偶数的排列称为偶排列. 标准排列的逆序数为零，是偶排列.

下面介绍求排列逆序数的方法.

设 $i_1 i_2 \cdots i_n$ 是 n 个自然数 1，2，…，n 的一个排列，考察数 i_k($k=1,2,\cdots,n$)，如果比 i_k 大且排在 i_k 前面的数有 t_k 个，则称 t_k 为数 i_k 的逆序数. 一个排列的逆序数等于这个排列中所有数的逆序数之和，即

$$N(i_1 i_2 \cdots i_n) = t_1 + t_2 + \cdots + t_n = \sum_{i=1}^{n} t_i.$$

例 1.4 求排列 41325 的逆序数.

解 在排列 41325 中，4 排在首位，其逆序数为 0；

1 的前面比 1 大的数为 4，其逆序数为 1；

3 的前面比 3 大的数为 4，其逆序数为 1；

2 的前面比 2 大的数为 3 和 4，其逆序数为 2；

5 的前面没有比 5 大的数，故其逆序数为 0.

于是排列 41325 的逆序数 $N(41325)=0+1+1+2+0=4$，是一个偶排列.

用上述方法，可以验证 $N(123)=0$，$N(231)=2$，$N(312)=2$，而 $N(321)=3$，$N(213)=1$，$N(132)=1$.

一般地，有以下结论：

定理 1 一个排列经一次对换，即排列 $i_1\cdots i_k\cdots i_l\cdots i_n$ 变换为 $i_1\cdots i_l\cdots i_k\cdots i_n$，则排列的奇偶性改变.

1.2.2 *n* 阶行列式

对于二阶行列式

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}=(-1)^{N(12)}a_{11}a_{22}+(-1)^{N(21)}a_{12}a_{21}.$$

对于三阶行列式

$$\begin{aligned}\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} &= a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{13}a_{22}a_{31}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{11}a_{23}a_{32} \\ &= (-1)^{N(123)}a_{11}a_{22}a_{33}+(-1)^{N(231)}a_{12}a_{23}a_{31}+ \\ &\quad (-1)^{N(312)}a_{13}a_{21}a_{32}+(-1)^{N(321)}a_{13}a_{22}a_{31}+ \\ &\quad (-1)^{N(213)}a_{12}a_{21}a_{33}+(-1)^{N(132)}a_{11}a_{23}a_{32} \\ &= \sum_{(j_1j_2j_3)}(-1)^{N(j_1j_2j_3)}a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}.\end{aligned}$$

将这样的规律加以推广，可以给出 n 阶行列式的一种归纳定义.

定义 3 由 n^2 个数排成的 n 行 n 列，记为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{(j_1j_2\cdots j_n)}(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n},$$

称为 n 阶行列式，其中，$a_{ij}(i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$是第 i 行第 j 列的数(称为元素)，i 称为行标，j 称为列标；$\sum\limits_{(j_1j_2\cdots j_n)}$ 表示所有 n 级排列$(j_1j_2\cdots j_n)$求和；行列式有时也简记为 $\det(a_{ij})$或者 $|a_{ij}|$；称

$$(-1)^{N(j_1j_2\cdots j_n)}a_{1j_1}a_{2j_2}\cdots a_{nj_n}$$

为行列式的一般项.

利用行列式的定义来计算 n 阶行列式的值将是十分烦琐的，不过对于一些特殊的行列式除外.

1.2.3 几个常用的特殊行列式

形如

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

与

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

的行列式分别称为上三角形行列式和下三角形行列式，其特点是主对角线以下(上)的元素全为零.

根据行列式的定义有

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn},$$

类似地，对于上三角形行列式有

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn},$$

特别地，非主对角线上的元素全为零的行列式称为对角行列式，易知

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\cdots a_{nn}.$$

注意：三角形行列式的特点是主对角线以上或下的元素全为零，次对角线则不在此列，因此下列行列式不是三角形行列式.

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com