

电子工程师入门·实践·提高系列丛书

电路设计 工程计算基础

武晔卿 李东伟 石小兵 / 著

 中国工信出版集团

 电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

电子工程师入门·实践·提高系列丛书

电路设计 工程计算基础

武晔卿 李东伟 石小兵 / 著

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry
北京·BEIJING

内 容 简 介

本书以数学为工具，以器件数据手册里的参数为基础，从电路故障的本质机理（电压容限、过渡过程等）、成因（高频特性、分布参数等）、参数计算公式等方面展开讲解。全书共分为 5 章，分别是电子工程数学基础、系统设计通用计算技术、分立元器件应用计算、集成元器件应用计算和电子产品统计过程控制（SPC）。

本书的特点是理论与实践有机结合，适合从事电子产品设计的各类工程、科研、教学等专业技术人才学习。

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有，侵权必究。

图书在版编目（CIP）数据

电路设计工程计算基础/武晔卿，李东伟，石小兵著. —北京：电子工业出版社，2018.7

（电子工程师入门·实践·提高系列丛书）

ISBN 978-7-121-34371-1

I. ①电… II. ①武… ②李… ③石… III. ①电路设计—工程计算 IV. ①TM02

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 122927 号

责任编辑：牛平月

印 刷：三河市良远印务有限公司

装 订：三河市良远印务有限公司

出版发行：电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本：787×1 092 1/16 印张：14.75 字数：377.6 千字

版 次：2018 年 7 月第 1 版

印 次：2018 年 7 月第 1 次印刷

定 价：59.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题，请向购买书店调换。若书店售缺，请与本社发行部联系，联系及邮购电话：（010）88254888，88258888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn，盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

本书咨询联系方式：（010）88254454，niupy@phei.com.cn。

序 言

这本书的写作角度很有意思！

专业类书籍，大多数要么偏重于理论，要么偏重于工程，而本书融合了数学、信号处理、物理、电路相关的知识，把理论具体化，把工程模型化，讲工程的时候化繁为简，讲理论的时候化难为易，是一本非常不错的电子类专业书！

我在电子行业工作了三十多年，加入洪泰智造后，不像之前在摩托罗拉、锤子科技那样带着团队“all in”一个项目从头做到尾，而更多的是以裁判、教练，甚至医生的角色，对项目进行投资前的技术性评估；投资后给创业团队在技术上进行指导和把脉。因此，接触了更多的硬件类创业公司和硬件类技术创业者。

对于硬件类创业公司，我始终认为只有那些拥有扎实的理论功底、丰富的工程经验、知其然知其所以然的技术团队，才具备把公司做成“独角兽”的潜力。遗憾的是，符合这种标准的创业团队少之又少。事实也证明了这一点，据统计，硬件类创业项目“死亡率”位列高风险创业项目之首，高达 98.17%。究其原因，大都是在概念—样品—产品—商品的推进过程中技术犯了“不能承受之重”的错误。因此，我建议，对于工作五年左右的工程技术人员，在“向前走”的过程中，通过这本书，进行一次“回头看”，或许可以让自己的技术理论和工程经验得到更好的融合，让自己的专业技能得到一次温故而知新式的飞跃。

本书第一部分（第 1 章）从数学理论开始展开阐述，但是作者并没有长篇大论地“炫技”，而是点到为止，只讲了三角函数和傅里叶变换等基础内容，这些恰恰对于工程数据来说已完全够用。接着本书的第二部分（第 2、3、4 章）进入了元器件的模型介绍，包括电阻降额、分立元器件散热设计等，这些很理论也很具体。上大学的时候，我们读懂了第一部分；参加工作后，我们在工程中读懂了第二部分，但最大的问题在于，90%以上的工程技术人员无法把工程和理论融会贯通。工程上的问题如果回不到书本，不能回归理论，工程就无法化繁为简。比如，在工程中经常用到电容，面对钽电容、纸电容、瓷电容等众多品种，应该如何选择呢？本书则告诉读者，在选择电容时几个关键参数是什么，这几个参数对应的理论是什么，对应的物理模型是什么。

又如在电阻选型计算时，本书告诉读者不要认为电阻就是个纯电阻，这个恰恰是在做工程时经常忽略的东西。其实电阻不是纯电阻，而是“电阻+电容+电感”。读者只有理解了重要的模型，才会理解为什么有虚部和实部，才会自然而然地理解电阻为什么有频响问题，为什么在不同的频带时会表现出不同的特性。基于这个模型，读者就会很容易理解电阻在不同的情况下表现出的高频特性、中频特性及低频特性。如果工程师不会分析这个模型，就会造成只会用电阻，不会选电阻，而这种“选”的能力，恰恰是衡量工程师水平的重要标准。

本书的最后一部分（第 5 章）是统计过程控制（SPC）相关的内容，SPC 是六西格玛的管理工具。道德经有言，“道生一，一生二，二生三，三生万物”，这里的道即客观规律。在

电子产品从硅与金属，到元器件，再到系统的诞生过程中，各种潜在的规律无处不在，而这些规律隐藏在一个个冷冰冰的参数下面。通过研究其规律，可以发现参数选型、布线问题、生产工艺的变更、供应商质量控制，甚至是运输方法、用户环境条件等方面的隐藏问题。外在的表象是可以靠人为伪装改变的，但内在的规律是一种刚性的客观存在，伪装不了。作者在这一部分并没有深入展开，而是仅探讨了电子行业常用的正态分布规律，便足以帮助我们解决工作中的诸多问题。很多五年以内的工程师，如果没有经历过系统的训练，是不了解这些的。它不仅仅是一个电子产品的 SPC，更是一个通用的工具和思想。因此，书写到这里其实是给读者扩展了一个工业的方法论，从理论到元器件再到统计工具，是一个由点到面的过程。

在人工智能、智能制造、物联网等相关技术蓬勃发展的今天，世界正在向智能化、个性化方向突飞猛进，硬件作为每个智能化、个性化应用场景下的终端末梢和节点，市场空间不可限量。作为工程技术人员，不仅需要具备把需求转化为功能，把功能转化为系统的能力，还要有把系统进行技术分解并最终整合成一个优质产品的能力。优秀的工程师应该把扎实的技术理论和工程经验通过一个个创新产品融会贯通，既能大巧不工，化繁为简，又能追根溯源，知其所以然。建议读者以此书为契机，不只学习本书的技术内容，更能举一反三借鉴其思路，避免成为技术领域的“差不多”先生，我想这也是武晔卿先生写作本书的初衷吧。

洪泰智造常务副总裁兼 CTO 钱晨博士

前 言

数学是自然界最为美丽且精练的语言，对于电路系统的设计，它是最为基础、最为精巧的表达工具。元器件参数的选择由数学方法来确定，元器件随环境及频率的参数特性变化可通过元器件的参数漂移和高频特性计算来表达，元器件的偏差影响可通过数学计算知道，批量生产的故障发生概率也可通过数学推理得出……

从小学到中学，到大学，再到研究生，学过的数学知识类别里，从基础的加减乘除、不等式、线性代数、三角函数、解析几何、复变函数里的拉氏变换和 Z 变换、概率论数理统计的各种分布、微积分、极限与傅里叶变换等，每一个知识点，都与电路设计息息相关。如果还未能信手拈来地将这些数学知识用于我们的电路设计，则不可妄言是一位成熟的电路工程师。超越经验设计的量化设计，是工程师对电路设计的认知从必然王国向自由王国过渡的必经之路。

电路设计工程计算，无论是模拟电路还是数字电路，实现量化设计的概念基础关键词——电压容限。

对于数字电路（见图 1），输出元器件的信号分别为高电平（用 U_{OH} 表示）和低电平（用 U_{OL} 表示），这两个电平的电压都是一个允许的电压范围，只要是在 U_{OH} 范围内的输出电平，都认为是合理可接受的高电平；只要是在 U_{OL} 范围内的输出电平，都认为是合理可接受的低电平。同理，接收端能接受的高、低电平也是一个范围，分别用 U_{IH} 和 U_{IL} 表示。不同的是， U_{OH} 和 U_{IH} 、 U_{OL} 和 U_{IL} 不是相等的电平，而有一个电位差 Δ ，这里的 Δ 就是电压容限。在数字电路的设计里，无论是元器件参数选型带来的偏差，还是环境温度带来的参数漂移、EMC 引入的干扰、信号完整性带来的波形变异等，都会叠加进传输波形里，最终到达接收元器件输入引脚且叠加了干扰的波形，其有效电平均不得超过接收引脚所允许的电压容限范围。只要在 Δ 的范围内，高电平仍然是高电平，低电平仍然是低电平，即使有外来的干扰破坏，电路仍能照常工作。在数字电路的所有工程计算里，最终控制的也不过是集中在这一点上。

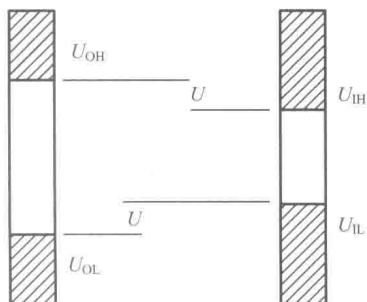


图 1

而对于模拟电路，也有一个电压容限值 $\pm\Delta\%$ （见图 2），设计中所要控制的，就是在任何波动干扰下，模拟输出量都不能超出 $\pm\Delta\%$ 的范围。

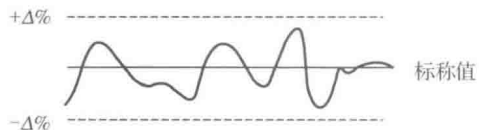


图 2

在所有的设计中，无论遇到的是哪类技术问题，如放大电路的阻抗匹配、EMC 干扰、参数漂移与容差、信号完整性等，最终都反映在信号电平是否在合理的允许容差范围之内。就如腹痛、咳嗽、发烧等症状，最终都可以通过化验血来判断是病毒感染还是细菌感染。

对于电路设计的数学计算，憧憬的人不少，但如何下手是最大的难题，本书还是以解决这一问题为出发点而编写的。即使数学基础不够扎实的电路工程师也不必担心，电子工程应用中的数学不会涉及数学分支里特别高深的内容。

本书所讲授的仅仅是一种如何将数学与电路设计进行结合的方法，在这两者之间架起一座桥梁。不过，任何大桥，都会有很长的引桥，要跨过这座大桥，走完引桥也是会费那么一点点气力和精力的。做好思想准备，未来很光明，道路也并不是那么崎岖难行，但它是个上坡路，为了进步，汗还是要流一点的。

本书适合已经学完大学数学的基础课程并有电路设计方面专业课程基础的人士使用，如高年级本科生、研究生、设计工程师，也可作为电子专业的设计教材。书中仅列出较常用的基础公式，复杂公式均可由这些基础公式引申推导得出，这些推导方法都是电子技术学习者的必备基础技能，因此，掌握这些公式的推导过程和中学时学过的基础公式是用好本书的前提。

编著者

2018 年 5 月

目 录

第 1 章 电子工程数学基础	(1)
1.1 基础代数应用	(1)
1.2 三角函数应用	(2)
1.3 微积分应用	(3)
1.4 复变函数	(9)
1.4.1 拉氏变换	(10)
1.4.2 Z 变换	(11)
1.5 泰勒级数	(12)
1.6 傅里叶级数与傅里叶变换	(12)
1.6.1 傅里叶级数	(14)
1.6.2 傅里叶变换	(14)
1.6.3 傅里叶变换与工程应用	(15)
1.7 统计过程控制与正态分布	(15)
1.8 PID 控制数学基础	(20)
1.9 电路设计机理	(25)
1.9.1 电子工程数学应用机理	(25)
1.9.2 工程设计判据	(30)
第 2 章 系统设计通用计算技术	(32)
2.1 应力计算	(34)
2.1.1 过渡过程应力	(34)
2.1.2 温度应力	(36)
2.1.3 基础元器件隐含特性分析	(37)
2.2 降额	(43)
2.2.1 降额总则	(44)
2.2.2 电阻降额	(46)
2.2.3 电容降额	(50)
2.2.4 集成电路降额	(52)
2.2.5 分立半导体元件降额	(57)
2.2.6 电感降额	(60)
2.2.7 继电器降额	(61)
2.2.8 开关降额	(62)
2.2.9 功率开关元器件降额	(63)
2.2.10 连接器降额	(63)

2.2.11	导线与电缆降额	(64)
2.2.12	保险丝降额	(65)
2.2.13	晶体降额	(65)
2.2.14	电机降额	(66)
2.2.15	降额设计补充规范与案例	(66)
2.3	热设计计算	(67)
2.3.1	传导散热计算	(69)
2.3.2	风冷对流散热计算	(72)
2.4	精度分配	(74)
2.4.1	最坏电路情况分析法	(74)
2.4.2	偏微分法	(75)
2.5	可靠性量化评估	(77)
2.5.1	MTBF 理论基础	(77)
2.5.2	可靠性串/并联模型	(79)
2.5.3	可靠度评估公式	(81)
2.6	阻抗匹配	(82)
2.6.1	放大电路阻抗匹配	(83)
2.6.2	功率驱动电路阻抗匹配	(86)
2.6.3	高频电路阻抗匹配	(87)
2.7	蒙特卡罗分析方法	(90)
2.7.1	概述	(90)
2.7.2	设计分析案例	(91)
第3章	分立元器件应用计算	(95)
3.1	电阻	(96)
3.1.1	放大电路电阻选型计算	(97)
3.1.2	上拉电阻选型计算	(100)
3.1.3	电阻耐压选型	(102)
3.1.4	电阻功率计算	(103)
3.1.5	电阻串/并联使用计算	(104)
3.1.6	0 Ω电阻的应用	(105)
3.2	电容	(106)
3.2.1	电容的参数指标	(107)
3.2.2	储能电容应用计算	(115)
3.2.3	退耦滤波电容选型计算	(117)
3.2.4	运算电容选型计算	(119)
3.2.5	隔离电容选型计算	(120)
3.3	电感	(120)
3.4	磁珠	(126)
3.5	插头插座	(127)

3.6	导线	(128)
3.6.1	金属线缆	(128)
3.6.2	PCB 布线	(132)
3.7	保险丝	(133)
3.8	TVS	(137)
3.9	压敏电阻	(140)
3.10	气体放电管	(144)
3.11	散热片	(145)
3.12	风扇	(147)
3.13	晶体振荡器	(149)
3.14	二极管	(151)
第 4 章	集成元器件应用计算	(154)
4.1	数字 IC	(154)
4.2	A/D 转换器	(159)
4.2.1	ADC 选型参数	(159)
4.2.2	ADC 软件运算精度	(165)
4.2.3	ADC 抗干扰措施	(166)
4.3	运算放大器	(167)
4.3.1	运算放大器参数指标分析	(169)
4.3.2	单端输入运算放大电路计算	(177)
4.3.3	双端差分输入运算放大电路计算	(181)
4.3.4	集成运放技巧	(184)
4.4	电源滤波器	(188)
4.5	传感器	(192)
4.6	LDO 电源模块	(194)
4.7	功率开关管	(195)
4.7.1	功率开关管失效机理	(195)
4.7.2	功率开关管防护设计	(196)
4.8	软件计算	(199)
第 5 章	电子产品统计过程控制 (SPC)	(201)
5.1	选点及数据采集	(203)
5.1.1	选点	(203)
5.1.2	数据采集	(203)
5.2	控制图的制作	(204)
5.2.1	直方图的制作	(204)
5.2.2	均值极差图制作	(206)
5.2.3	均值标准差图的制作	(207)
5.2.4	不合格品数 np 图的制作	(208)
5.2.5	不合格品数 c 图的制作	(208)

5.3	过程能力指数的计算	(209)
5.3.1	过程能力指数的计算	(209)
5.3.2	提高过程能力指数的方法	(210)
5.4	统计控制状态	(210)
附录 A	过程能力指数与不合格率的关系表	(214)
附录 B	过程能力指数 C_p 值的评价参考表	(215)
附录 C	SPC 统计过程控制实例	(216)
C.1	设备验收测试数据统计分析质控方法	(216)
C.2	结论	(223)

第 1 章

电子工程数学基础

1.1 基础代数应用

在电路设计中，常用到基础代数中的求极值计算，一般有以下情况：

$$x + y \geq 2\sqrt{x \times y} \quad (1.1)$$

$$x \times y \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \quad (1.2)$$

$$y = (x - a)^2 + b \quad (1.3)$$

$$y = A_m \times \sin(\omega \times x + \theta) + k \quad (1.4)$$

这些公式的含义和推导并不复杂，其推导和应用解释如下。

1) 和求极值计算

公式 (1.1) 的推导过程：

因为

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &\geq 0 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \end{aligned}$$

所以

$$a^2 + b^2 \geq 2ab$$

令

$$a^2 = x, \quad b^2 = y$$

则

$$a = \sqrt{x}, \quad b = \sqrt{y}$$

将 a 和 b 代入 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ，得出：

$$x + y \geq 2\sqrt{x \times y}$$

x 、 y 为正数，且当 $x=y$ 时等号成立，即当 $x=y$ 时， $x+y$ 有最小值 $2\sqrt{x \times y}$ 。

同理，公式 (1.2) 亦可推导求出。

2) 平方求极值计算

至于公式 (1.3)，由式子可看出， $(x-a)^2 \geq 0$ ，当 $x=a$ 时取等于 0。所以

$$y_{\min} = b$$

3) 三角函数求极值计算

而公式 (1.4)，因为任何正弦计算式的最大值都在 $[-1, +1]$ 之间，再结合同物理量和计算

式的物理含义，可以得知 $\sin(\omega \times x + \theta)$ 的极值。由此，可得出公式 (1.4) 的极值为：

$$y_{\max} = A_m + b$$

$$y_{\min} = -A_m + b$$

若 $\sin(\omega \times x + \theta)$ 的物理含义上不可能为负，则 $y_{\min} = 0 + b = b$ 。

由公式 (1.4) 可以求出 y 的极值，因此，在实际计算中，要通过数学的技巧，将计算式化成类似公式 (1.4) 的结构形式。例如：

$$y = a \times \sin \alpha + b \times \cos \alpha \quad (1.5)$$

设定一个数 $A_m = \sqrt{a^2 + b^2}$ ，将公式 (1.5) 化成

$$\begin{aligned} y &= A_m \times \frac{a \times \sin \alpha}{A_m} + A_m \times \frac{b \times \cos \alpha}{A_m} \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \times \left(\frac{a \times \sin \alpha}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b \times \cos \alpha}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) \\ &= \sqrt{a^2 + b^2} \times \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \sin \alpha + \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \times \cos \alpha \right) \end{aligned}$$

式中， $\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 和 $\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 正好符合 $\sin \theta$ 和 $\cos \theta$ 的特征，都小于 1，且二者的平方相加为 1。则：

$$\begin{aligned} \text{令} \quad \cos \theta &= \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ y &= \sqrt{a^2 + b^2} \times \sin(\alpha + \theta) \end{aligned}$$

可求出：

$$y_{\max} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

在电路的物理计算式求解中，只要能将物理计算式变为以上几种类型的形式，便可求出其极值。

1.2 三角函数应用

三角函数的计算公式很多，看似很复杂，但只要掌握了三角函数的本质及内部规律，就会发现三角函数的各个计算公式之间有很深的联系。较为基础且应用较多的公式如下，其他的公式均可由这些公式推导得到。

万能公式：

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \\ \cos \alpha &= \frac{1 - \tan^2 \frac{\alpha}{2}}{1 + \tan^2 \frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

平方和公式:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

二倍角公式:

$$\begin{aligned}\sin 2\alpha &= 2 \times \sin \alpha \times \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= 1 - 2 \sin^2 \alpha\end{aligned}$$

和差化积公式:

$$\begin{aligned}\sin a + \sin b &= 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2} \\ \cos a + \cos b &= 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}\end{aligned}$$

角和化解公式:

$$\begin{aligned}\sin(a+b) &= \sin a \times \cos b + \cos a \times \sin b \\ \cos(a+b) &= \cos a \times \cos b - \sin a \times \sin b\end{aligned}$$

积化和差公式

$$\sin a \times \sin b = \frac{\cos(a+b) - \cos(a-b)}{2}$$

正负角公式:

$$\begin{aligned}\sin(-a) &= -\sin a \\ \cos(-a) &= \cos a\end{aligned}$$

1.3 微积分应用

微积分是微分和积分的总称。基础代数研究的对象为常量，以静止的观点研究问题；而微积分的研究对象为变量，将运动变化引入了数学研究。

微积分的发展是由数百位数学家经过了几百年的钻研、争吵甚至打斗，逐步完善发展起来的，这一过程中为后世留下了一系列璀璨的名字，法国的费马、笛卡尔、罗伯瓦、笛沙格、拉格朗日、科西，英国的巴罗、瓦里士，德国的开普勒，意大利的卡瓦列利，瑞士的雅各布·伯努利和他的兄弟约翰·伯努利、欧拉……

在这些基础积累之后，英国的牛顿（就是那位发明了惯性定律的物理学家）和德国的莱布尼茨做出了最后的冲刺，正式构建了微分和积分。但此时的微积分理论尚不完善，因此导致了欧洲大陆和英国的数学界长期的争执（都为了证明自己是微积分的鼻祖）。

19 世纪初，以法国科学家柯西为首，对微积分的理论进行了认真的研究，建立了极限理论，后来又经过德国数学家维尔斯特拉斯进一步的严格化，使极限理论成为微积分的坚实基础，才使微积分进一步发展开来。

微积分是真正的变量数学，工作中变化波动的物理量的有关计算，均会用到这门数学。通过微积分，可以解决不少工程问题，如在电学里面的运算误差，就是在常量基础上的变量；又如，电机控制运动学、电容和电感上的电压和电流变化、模拟信号数字化的离散化过程，都是微积分思想的一种运用。

微分学的主要内容包括极限理论、导数、微分等；积分学的主要内容包括定积分、不

定积分等。

下面先用两个比较常见的简单示例来说明极限与微积分的物理含义，这不是电学的例子，仅仅为了便于理解微积分的物理概念。

求一段曲线（见图 1-1）某一点 M 上切线的斜率 $k=\tan\alpha$ ，计算式为：

$$k = \tan \alpha = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

当 x 无限趋近于 x_0 时， MN 这条线越来越接近于 M 点的切线，当 $x=x_0$ 时，两线完全重合，斜率相等。这就是微分的基本物理含义，即当运动量无限小时，其结果与起始点的状态无限接近，当偏差小到可以忽略，不影响实际结果时，在运算上就可以用这个近似值来替代物理上不可能测量或计算出来的实际参数值。这也是今天数字化控制的理论基础，如 A/D 转换器的位数选择、图像的分辨率选择、传感器的指标参数选择，都是基于极限的思维的。

另一个是积分的例子，求曲边梯形（见图 1-2）的面积 S ，计算公式为：

$$S = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i) \Delta x_i$$

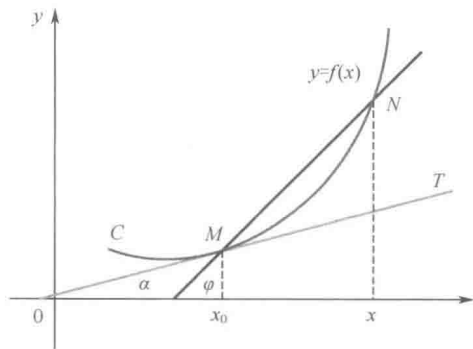


图 1-1

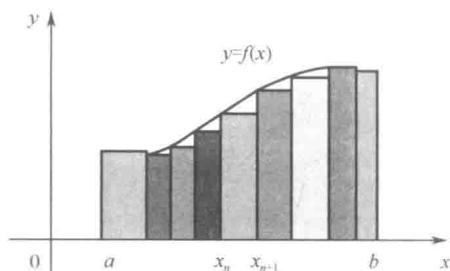


图 1-2

与微分物理含义同理， x_n 与 x_{n+1} 的面积可按照矩形面积计算得出，但实际面积是曲边梯形，实际面积与计算面积会有一定误差，当 $\Delta x=x_{n+1}-x_n$ 无限小时， ΔS 的误差影响也趋近于 0，其面积的计算结果与理想面积无限接近。当偏差小到不影响实际结果，甚至可以忽略时，在运算上就可以用这个近似值来替代物理上不可能测量或计算出来的实际参数值。

另一个是无穷级数的示例（见图 1-3），计算公式为：



图 1-3

$$L = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n} \right)$$

根据等比数列求和公式可得

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)}{1 - \frac{1}{2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2^n}\right) = 1$$

上面几个例子解释了微积分的历史和物理含义，下面开始探讨微积分在电子领域的应用。在电路设计里，微积分的最基础是分析电感和电容的工作特性。

对于电感，其两边的感生电动势大小、方向与通过电感电流的瞬时变化率有关，如公式(1.6)。

$$U = L \times \frac{di}{dt} \quad (1.6)$$

对于电容，其上通过的电流大小、方向与其两端电压的瞬时变化率有关，如公式(1.7)。

$$i = C \times \frac{dU}{dt} \quad (1.7)$$

$$U = \frac{1}{C} \int_0^T i \times dt$$

例如图 1-4 所示的电路

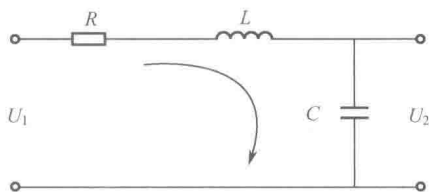


图 1-4

根据电工学的基尔霍夫定律可知

$$U_1 = R \times i + L \times \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \times dt$$

$$U_2 = \frac{1}{C} \int i \times dt$$

消去 i ，可得：

$$LC \frac{d^2 U_2}{dt^2} + RC \frac{dU_2}{dt} + U_2 = U_1$$

式中， L 、 C 、 R 为常数，该电路的方程为二阶线性常系数微分方程。两边除以 $1/LC$ ，可得：

$$\frac{d^2 U_2}{dt^2} + \frac{R}{L} \times \frac{dU_2}{dt} + \frac{1}{LC} \times U_2 = \frac{1}{LC} U_1$$

$$U_2'' + \frac{R}{L} U_2' + \frac{1}{LC} \times U_2 = 0$$

可以很直观地看出非齐次线性方程的一个特解为 $U_2^* = U_1$ 。

其次，线性方程的特征方程为：

$$r^2 + \frac{R}{L} \times r + \frac{1}{LC} = 0$$

令 $p = \frac{R}{L}$, $q = \frac{1}{LC}$, 可得

$$K = p^2 - 4 \times q = \frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}$$

当 $K > 0$ 时, 有

$$r_1 = \frac{-\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}}{2}, \quad r_2 = \frac{-\frac{R}{L} - \sqrt{\frac{R^2}{L^2} - \frac{4}{LC}}}{2}$$

当 $K = 0$ 时, 有

$$r_1 = r_2 = -\frac{p}{2} = -\frac{R}{2 \times L}$$

当 $K < 0$ 时, 有

$$r_1 = \alpha + j\beta, \quad r_2 = \alpha + j\beta$$

式中, $\alpha = -\frac{p}{2} = -\frac{R}{2 \times L}$, $\beta = \frac{\sqrt{\frac{4}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}}{2}$ 。

线性方程的通解为:

$$\bar{U}_2 = C_1 e^{r_1 \times t} + C_2 e^{r_2 \times t}$$

$$U_2 = \bar{U}_2 + U_2^* = C_1 e^{r_1 \times t} + C_2 e^{r_2 \times t} + U_1 \quad (1.8)$$

则由此推导出 U_2 电压波形与 U_1 、电感、电容、电阻及时间的关系。

上面的计算过程看起来较为复杂, 仅仅为了 1 个电感、1 个电容和 1 个电阻的选型, 进行这么复杂的计算貌似得不偿失, 远不如通过多凑几次元器件参数做出实物, 再通过实验测试来得快, 但实际上后者需要花费很多时间、金钱和精力, 得到的结果也未必是最优的。

这里另推荐一种方法——电子仿真, 可以简单地用仿真软件在计算机上进行多次模拟实验, 快速地得出合理的元器件参数。较常用的仿真软件有很多, 如 Multisim 仿真软件, 各个仿真软件的功能都差不多, 其后台运算也是基于上面的理论基础的, 不过是用计算机代替了人工计算。

用实例仿真波形说明如下图 1-5 所示为仿真原理图, 图 1-6 所示为信号源设置参数, 图 1-7 所示为仿真波形。

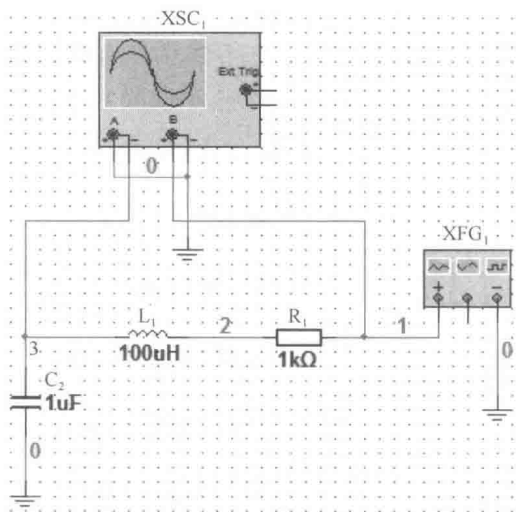


图 1-5



图 1-6