



# 小波理论在工程结构 振动分析中的应用

白泉 边晶梅 康玉梅 著

非  
外  
借

清华大学出版社

# 小波理论在工程结构 振动分析中的应用

白泉 边晶梅 康玉梅 著

清华大学出版社  
北京

## 内 容 简 介

本书主要介绍了小波理论应用于土木工程结构随机振动荷载特性分析、随机荷载模拟、结构反应分析及结构动力可靠性分析的理论和方法,主要包括随机过程和小波变换基本理论、基于小波变换的随机荷载特性分析、基于小波变换的随机荷载模拟、基于小波变换的结构动力反应分析、基于小波变换的结构动力可靠性分析以及基于小波包变换的随机荷载特性分析等内容。

本书可供土木工程领域结构抗风和抗震研究人员、工程设计人员作为研究参考,亦可作为高等院校土木工程、力学等相关专业研究生、本科生的参考书,对机械振动等相关领域研究人员同样具有借鉴意义。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

### 图书在版编目(CIP)数据

小波理论在工程结构振动分析中的应用/白泉,边晶梅,康玉梅著. —北京:清华大学出版社,2018  
ISBN 978-7-302-51086-4

I. ①小… II. ①白… ②边… ③康… III. ①小波理论—应用—工程结构—结构振动—振动分析  
IV. ①TU311.3

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 195638 号

责任编辑:赵益鹏

封面设计:陈国熙

责任校对:刘玉霞

责任印制:宋 林

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座

邮 编:100084

社 总 机:010-62770175

邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, [c-service@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:c-service@tup.tsinghua.edu.cn)

质量反馈:010-62772015, [zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn](mailto:zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn)

印 装 者:三河市铭诚印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:8

字 数:190千字

版 次:2018年11月第1版

印 次:2018年11月第1次印刷

定 价:55.00元

产品编号:079089-01

土木工程结构的抗震、抗风一直是工程实践和科学研究关注的热点问题,研究的主要任务就是分析结构在动荷载作用下的反应规律,即输入动荷载、结构、结构反应三者间的关系,从而为结构的动力可靠性设计提供依据。以往的研究,囿于工具,常用功率谱密度函数来描述输入动荷载及输出反应的统计特征,但其仅适用于描述平稳随机过程,仅能给出能量随频率的变化,并不能同时说明频率成分随时间的变化情况,不适用于强震、强风等非平稳过程。小波变换作为一种良好的时频分析工具,能同时在时域和频域内聚焦信号的演变,提供其时-频局部特征,克服以往只能在单纯的时间域或频率域研究输入随机荷载统计特性的缺陷。

本书作者及合作者经多年研究和探索,将小波变换理论成功应用于随机荷载(地震动加速度时程、风速时程等)时频特性分析,提出了一种基于小波变换的时变功率谱估计方法(详见第3章),将以往的时间-幅值或频率-幅值的二维认识提高到时间-频率-幅值的三维,有助于深化对非平稳随机荷载时频特性变化规律的认识。同时,基于小波逆变换,提出了一种非平稳随机荷载(地震动加速度时程、风速时程等)的模拟方法,并给出应用实例(详见第4章),可为进一步的结构反应分析提供输入随机荷载。在此基础上,又进一步实现了动力反应分析及可靠度的计算(详见第5章、第6章),对于指导工程实践具有一定意义。最后,对小波包应用于随机荷载特性分析、模拟及其存在的问题进行了探讨(详见第7章)。

本书作者及合作者在从事相关内容研究的过程中,得到国家自然科学基金(No. 51204029)、辽宁省自然科学基金(No. 20170540681)、辽宁省教育厅基金(No. L2013050)等的资助,在此,特表感谢。除作者和合作者之外,研究生韩晶晶、徐樊、杨少波等均参与了部分内容的研究,对成书做出了一定贡献。本书的出版,同时得到作者单位(沈阳工业大学)的大力资助,在此一并表示感谢!

由于作者水平有限,书中难免有错漏之处,诚恳地希望各位专家、读者予以指正!

作者

2018年11月

第 1 章 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 随机荷载特性分析	2
1.2.2 随机荷载模拟	4
1.2.3 基于小波方法的结构动力反应分析及动力可靠性研究	8
1.3 目前存在的问题	9
1.4 本书主要研究内容	10
第 2 章 随机过程和小波变换基本理论	11
2.1 概率论基本概念	11
2.1.1 随机事件、频率与概率及事件概率的计算	11
2.1.2 随机变量及其概率分布	13
2.1.3 随机变量的数字特征	15
2.1.4 随机变量函数的分布与数字特征	16
2.2 随机过程基本概念	17
2.2.1 随机过程基本概念	17
2.2.2 相关函数和功率谱密度函数	19
2.2.3 各态历经性	22
2.3 小波变换基本概念	23
2.3.1 傅里叶变换	23
2.3.2 小波变换	24
2.3.3 小波包变换基本概念	29
第 3 章 基于小波变换的随机荷载特性分析	32
3.1 随机荷载的描述	32
3.1.1 平稳随机模型	33
3.1.2 非平稳随机模型	34

3.2	基于小波变换的平稳过程功率谱估计	35
3.2.1	小波系数与功率谱之间的关系	35
3.2.2	传递函数	37
3.2.3	小波变换的功率谱估计方法	38
3.2.4	算例	39
3.3	基于小波变换的非平稳过程时变功率谱估计	40
3.3.1	小波系数与时变功率谱之间的关系	40
3.3.2	小波变换的时变功率谱估计方法	41
3.3.3	时变功率谱估计正确性检验	42
3.3.4	算例	43
3.4	小结	48
<b>第4章</b>	<b>基于小波变换的随机荷载模拟</b>	<b>49</b>
4.1	概述	49
4.1.1	谐波叠加法	49
4.1.2	线性滤波法	51
4.2	平稳过程的随机荷载模拟	53
4.2.1	基于离散正交小波逆变换的平稳过程模拟算法	53
4.2.2	风的基本特性描述	55
4.2.3	算例	57
4.3	非平稳过程的随机荷载模拟	57
4.3.1	模拟算法	57
4.3.2	地震动加速度时程模拟算例	59
4.4	基于给定样本的地震动加速度时程调整与模拟	62
4.4.1	拟合反应谱的实际地震动时程调整	63
4.4.2	拟合给定记录的多个时程模拟	66
4.5	多点空间相关性风场的模拟	68
4.5.1	空间相关性风场的描述	68
4.5.2	空间相关性风场的模拟算法	69
4.5.3	算例	70
4.6	小结	71
<b>第5章</b>	<b>基于小波变换的结构动力反应分析</b>	<b>73</b>
5.1	概述	73
5.2	基于小波变换的结构动力反应计算方法	73
5.2.1	现有文献方法	73
5.2.2	改进方法	75
5.2.3	算例	77

5.3	基于小波变换的结构反应能量分析	79
5.3.1	能量的定义	80
5.3.2	结构输入与输出能量的关系	80
5.4	时频特性对结构反应的影响	83
5.5	小结	87
<b>第6章</b>	<b>基于小波变换的结构动力可靠性分析</b>	<b>88</b>
6.1	结构的首超破坏准则与可靠性定义	88
6.2	基于首超破坏准则的动力可靠性分析方法	90
6.2.1	泊松假设下的动力可靠性	90
6.2.2	马尔可夫假设下的动力可靠性	91
6.2.3	多自由度结构的动力可靠性	92
6.3	结构地震反应的动力可靠度计算实例	92
6.3.1	结构基本情况	92
6.3.2	计算步骤	93
6.3.3	计算结果分析	94
6.4	小结	98
<b>第7章</b>	<b>基于小波包变换的随机荷载特性分析</b>	<b>99</b>
7.1	基于小波包变换的树节点频带顺序及算法	99
7.1.1	基于小波包变换的频带划分规则	99
7.1.2	分解层数与分解路径	101
7.1.3	小波包分解频带排列顺序	101
7.1.4	小波包树节点与频带之间的变换算法	102
7.1.5	实例验证	105
7.2	基于小波包变换的地震动时变功率谱估计	106
7.2.1	地震动平均功率谱与小波包变换瞬时功率谱之间的关系	106
7.2.2	小波包变换的时变功率谱估计方法	107
7.3	基于小波包变换的地震动加速度时程模拟	108
7.3.1	基于给定目标功率谱的地震动加速度时程模拟算法	108
7.3.2	基于给定历史记录的地震动加速度时程模拟与调整算法	109
7.4	小结	111
	<b>参考文献</b>	<b>112</b>

## 绪 论

### 1.1 研究背景及意义

强震和强风是人类面临的两种主要自然灾害,一旦发生,往往会在短时间内将一座繁荣的城市变成一片废墟,不但使得房屋、工厂、道路、电力、通信、供水等基础设施遭受严重破坏,带来巨大的经济损失,更可怕的是往往直接危害人类的生命和健康。

地震是人类面临的最严重的自然灾害之一。据统计,全世界每年发生的地震约达500万次,其中1%为有感地震,造成灾害的强烈地震平均每年发生十几次,给人类带来了巨大的灾难。1923年,日本关东8.3级地震导致14.3万人死亡,20万人受伤,50万人无家可归,财产损失高达300亿美元;1976年,发生在我国唐山的7.8级地震造成24.2万人死亡,16.4万人受伤,经济损失超过百亿元,将北方工业重镇唐山夷为平地;1995年,日本阪神地震(7.2级)共造成约6000人死亡,3万多人受伤,经济损失高达1000亿美元;2008年5月12日,发生在我国汶川的8.0级地震造成超过8万人死亡,近40万人受伤,超过4600万人受灾,造成直接经济损失8451亿元。

强风相比于地震,尽管人员伤亡可能会略少,但造成的经济损失往往更为严重。国内外统计资料表明,在所有自然灾害中,风灾造成的损失为各种灾害之首。1999年,全球发生严重自然灾害共造成800亿美元的经济损失,其中,在被保险的损失中,飓风造成的损失占70%;2005年8月美国的卡特里娜飓风更是造成至少1200人死亡,仅投保财产的损失已经达到344亿美元,有评估公司估算,该次强风造成的损失超过1000亿美元。国家防汛抗旱总指挥部统计显示,2005年登陆我国的台风为6个,强热带风暴2个,造成1247人因灾死亡,直接经济损失达1360亿元;2006年登陆我国的台风为7个,对9个省(区)造成直接影响,导致6623万人受灾,1522人死亡,倒塌房屋72.3万多间,直接经济损失达765.26亿元<sup>[1]</sup>;2008年登陆我国的热带气旋为10个,因灾死亡633人,失踪232人,倒塌房屋44.1万间,直接经济损失达955亿元<sup>[2]</sup>。

我国地处世界上两个最活跃的地震带,东濒太平洋地震带,西部和西南是欧亚地震带,是世界上多地震国家之一;同时,我国地处太平洋西岸,受西北太平洋热带气旋影响严重,在我国登陆的台风占整个西北太平洋台风总数的35%,平均每年有7个左右。因此,在我



国加强防震、抗风研究具有重要意义,而土木工程在其中占有重要地位,因为地震、风灾之所以造成人员伤亡和财产损失,大多与土木工程的破坏有关。地震中,发生死亡的原因主要是房屋倒塌,处于郊区地面空旷处的人最多跌倒致伤,一般不会死亡;而财产损失有一大半集中于损毁的房屋中。风灾中,人员的伤亡和财产损失也大多源于结构的破坏。可以说,土木工程结构在强震、强风作用下的破坏和倒塌是造成灾难和损失的直接原因,科学地建造土木工程结构,提高其抗震、抗风能力,对减轻灾害损失具有重大的意义。

由于作用于结构的地震加速度以及风压(风速)均随时间明显变化,属于动荷载,结构在动荷载作用下会产生振动,因此,土木工程结构在强震、强风作用下的问题均可归结为振动问题。结构振动分析的主要任务就是研究结构在动荷载作用下的反应规律,即输入动荷载、结构、结构反应三者间的关系,为结构的动力可靠性(安全、舒适)设计提供依据。由于地震加速度与风压(风速)均有明显的随机性,并随时间变化,因此,将其视为随机过程,并用随机振动理论来分析结构的反应更具合理性。在随机振动理论中,输入荷载及输出反应常用其二阶矩——功率谱密度函数来描述统计特性,而功率谱密度函数仅适用于平稳随机过程的描述,只能给出能量随频率的变化,并不能说明频率成分随时间变化的情况,但对于如地震动这种非平稳过程,其非平稳性对结构反应具有显著的影响<sup>[3-4]</sup>,分析中不应忽略,因而,如何描述非平稳输入荷载一直是随机振动中的重要问题。另外,在结构振动反应的求解中,常用的时域分析和频域分析方法均只能单纯考虑时域或频域的全局特性,而无法同时考虑时-频局部特性。因此,如何描述荷载的非平稳特性,以及结构在非平稳激励下的反应求解过程中如何充分、准确地考虑这种非平稳特性,成为研究者一直致力解决而又尚未很好解决的问题<sup>[5]</sup>。

近年来,小波变换作为一种良好的时频分析工具,具有傅里叶变换不可比拟的优点,理论上傅里叶变换可实现的功能,小波变换均可实现,因而在信号分析领域得到广泛的应用,在土木工程领域同样得到关注和重视<sup>[6-13]</sup>。小波变换的最大优势是能同时在时域和频域内观察信号的演变,提供信号的时频局部特征,因而不仅能分析平稳信号,且能分析非平稳信号,为非平稳信号的分析处理提供了新的选择。基于此,本书尝试将小波变换理论应用于结构抗震、抗风等振动问题中,利用其良好的时频局部特性解决上述结构随机振动中的一些非平稳问题,为设计安全可靠的结构提供理论支持。

## 1.2 国内外研究现状

本书将小波变换理论引入土木工程中的抗风、抗震领域,针对随机振动问题,主要研究随机荷载特性分析、随机荷载模拟、结构反应分析及动力可靠性分析。对于上述问题及相关领域,国内外学者已经进行了一系列卓有成效的研究,并取得一些成果,下面针对上述几个问题进行总结。

### 1.2.1 随机荷载特性分析

对于工程中的动力荷载,根据其随时间变化的性质有确定性和非确定性之分。如果荷载随时间的变化规律不是完全已知的,常称其为随机荷载,如脉动风、地震对结构作用的荷载都是随机荷载。这些随机荷载对整个时间历程来说是随机过程。相比于确定性的动力荷载而言,随机荷载具有如下特点:

- (1) 随机荷载没有固定的周期,即不能用简单函数的线性组合来表述其运动规律;
- (2) 对于确定的时间  $t$ ,振动的三要素(即振幅、频率和相位)不可能事先知道,因为它们本身是随机的;
- (3) 在相同条件下,进行一系列的测试,各次记录结果不可能一样。

对于随机荷载,就单个样本曲线而言,似乎是杂乱的、无规则的,但从总体来看,它们之间却存在着一定的统计规律性。因此,它的规律虽然不能用时间的确定函数来描述,却能用概率论和统计学的方法来描述<sup>[14]</sup>,这些统计参数包括概率密度函数、均值、方差、相关函数、功率谱密度函数等。根据随机过程理论<sup>[15]</sup>,样本函数的傅里叶变换通常不满足积分存在条件,得不到傅里叶频谱,但其相关函数一般满足积分收敛条件,故应用中常使用相关函数和功率谱密度函数来描述过程的统计特性。对于平稳过程,由于其统计特性不随时间变化,功率谱密度函数可很好地表明其频域的特征,但对于非平稳过程,其统计特性随时间变化,必须使用非平稳的功率谱密度函数(即时变功率谱密度函数)来描述。不同学者给出了不同的时变功率谱的定义,如 Bendat<sup>[16]</sup>等使用的由非平稳相关函数进行双重傅里叶变换面得到的双频功率谱,Wigner-Ville 定义的 W-V 谱,Mark<sup>[17-18]</sup>定义的 Physical 谱等。Priestley<sup>[19-20]</sup>所建议的演变功率谱由于物理意义明确,在土木工程中尤其受到重视。

在实际应用中,由于随机过程的函数表达式及概率密度函数多是未知的,因此常用实测的样本数据(信号)来估计过程的统计特性。利用给定的一组样本数据估计一个平稳随机信号的功率谱密度称为功率谱估计,目前,功率谱密度的估计方法已经发展出两类比较完善的方法——经典方法(非参数化方法)和现代谱估计方法(参数化方法)<sup>[21]</sup>。前者主要包括周期图法、韦尔奇法(Welch)等,后者主要包括 ARMA 法、最大熵法、Pisarenko 法等。

上述方法仅适用于分析平稳信号,而对于具有时变特性的非平稳信号并不适合。为克服这一缺陷,Gabor 于 1946 年引入了短时傅里叶变换(short-time Fourier transform, STFT),其基本思想是在信号傅里叶变换前乘上一个时间有限的窗函数,并假定非平稳信号在分析窗的短间隔内是平稳的,通过窗在时间轴上的移动,使信号逐段进入被分析状态,这样就可以得到信号的一组“局部”频谱,从不同时刻“局部”频谱的差异上,便可以得到信号的时变特性。但根据海森堡(Heisenberg)测不准原理,时间分辨率与频率分辨率相互制约,不能同时任意小,它们的乘积受到一定值的限制。要提高时间分辨率,就要降低频率分辨率,反之亦然。因此,短时傅里叶变换虽然在一定程度上克服了傅里叶变换不具有局部分析能力的缺陷,但它也存在自身不可克服的缺陷,即当窗函数一旦确定后就不能改变,变化着的不同时间段的信号只能加相同的窗,所以它不适应信号频率高低变化的不同要求。Wigner-Ville 分布是分析非平稳时变信号的重要工具,在一定程度上解决了短时傅里叶变换存在的问题并具有明确的物理意义,但它也存在局限性<sup>[22-24]</sup>:一是多分量信号的 Wigner-Ville 分布会出现交叉项,在时频分析中常会模糊真正的能量分布;二是 Wigner-Ville 时频能量分布有时存在负值,导致无法解释的现象。此外,还有多重滤波法、Karman 滤波法等,但均因较复杂而不便于工程应用<sup>[5]</sup>。因此,如何从实测数据记录中准确提取局部信息从而真实地表现其时频特性,是一个尚未解决或者说尚未圆满解决的问题。

近年来,小波变换作为信号处理的一种有效手段,逐渐引起了各个领域研究人员的关注和重视。小波变换具有弹性的时-频窗,能随着信号的不同频率成分在时间域自动调节取样的疏密,对低频成分采用逐渐加宽的时间域采样步长,对高频成分采用逐渐精细的时间域采

样步长,达到效率高、质量佳的效果。因其可在时频两域聚焦信号的特征,特别适于分析非平稳信号,土木工程领域在 20 世纪 90 年代开始了这方面的应用研究。

在国外,文献[8]利用离散小波变换推导了小波系数与传统功率谱密度函数的关系,并针对地震动加速度记录进行了功率谱估计,同时对海上拉腿平台(TLP)实测的风、浪激励及反应的互谱密度进行了估计,但由于采用 2 尺度的离散分解过于粗糙,使得基于小波变换的估计结果与传统的快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)估计结果相差较大。该文同时利用量图(scalogram)研究了信号的时频分布特性,但量图的定义与工程中常用的演变谱存在差异,不便于进一步应用。Iyama<sup>[25]</sup>, Basu 和 Gupta<sup>[26-28]</sup>等基于正交小波基推导了小波系数均方值与原输入过程瞬时均方值的关系,后者又针对地震动激励下的结构系统推导了位移反应的瞬时功率谱与小波系数的关系式,并用于求取反应的各阶谱矩。该方法将小波的某些特性直接应用到结构反应的求解中是一个很有意义的尝试,但该文并未针对输入过程的时变功率谱(演变谱)特性进行讨论。Spanos<sup>[29]</sup>在文献[26-28]的基础上建立了一种基于小波变换的演变功率谱估计方法,该方法利用各尺度上小波的傅里叶变换的平方乘以一个系数,然后将其在各频带上进行叠加来表示任一时刻的演变功率谱值,其中系数可按其算法提供的代数方程求得。该方法可很好地估计出非平稳过程的演变功率谱,而且并未对小波基做正交性假定,适用范围较广。Yamada<sup>[30]</sup>利用正交小波基对实测风速数据进行了离散小波分析,表明自然脉动风具有一定的间歇性和局部相似性。

在国内,曹晖、赖明和白绍良<sup>[31-32]</sup>利用连续小波逆变换式直接推导了小波谱与信号能量之间的关系,并进一步使用 L-P 小波基对地震动信号进行了局部谱密度估计,取得较好的效果,但其所用的小波基在频域上紧支,而在时域上衰减较慢,其在时域上的局部表现还值得研究。周岱、马骏和吴筑海<sup>[33]</sup>等采用离散小波变换分解和重构风速时程,并用分解后的小波系数描述风速信号特性,计算表明,小波分析在风速时程分析中具有良好的可靠性和保真性。韩艳、陈政清<sup>[34]</sup>基于 Meyer 小波基,根据文献[30]的方法,利用小波变换分析了洞庭湖大桥自然脉动风的特征,发现自然脉动风不像通常所假设的那样是平稳随机过程,而是具有一定的非平稳性,即局部相似性和间歇性。在爆破振动领域内,何军、于亚伦等<sup>[35]</sup>将小波变换应用于爆破振动信号的分析,探讨了小波变换处理突变信号的可能性;林大超、施惠基等<sup>[36-37]</sup>,凌同华、李夕兵等<sup>[38-39]</sup>,晏俊伟、龙源<sup>[40]</sup>等利用小波变换研究了爆破振动信号的时频能量分布特征,加深了对爆破振动特性的认识。

作为结构振动分析研究对象之一的输入荷载,它的特性对结构反应具有直接的影响,了解和认识其特性是非常必要的。但目前研究中对于荷载特性的认识还存在不足,主要原因有二:一是可利用的信息有限,如对于地震动,由于强震的发生较为稀少,短时间内难以获得足够的信息;二是分析工具的限制,前文已经说明,对于平稳过程的分析方法较多也较成熟,但对非平稳过程的时频分析存在较大的困难,因此,从某种意义上来说,对荷载特性认识的深入程度取决于所作用的分析工具<sup>[41]</sup>。小波方法作为时频分析的良好工具,尽管目前国内外的研究还不全面、不深入,但已经展示了美好的前景。

### 1.2.2 随机荷载模拟

所谓随机荷载模拟,就是以给定的随机荷载的统计特性为约束条件,模拟生成随机荷载样本时程。在随机振动理论中,求解结构随机反应的解析解往往很困难,人们在努力寻求理

论解的同时,也一直采用蒙特卡罗法进行数值模拟,即首先选用一组具有相同统计特征的样本时程;然后将其分别作用于结构,采用逐步积分(时程分析)法,求得结构在每条样本作用下的反应;再对这些反应进行统计分析,得到其统计特性。对于上述输入荷载的样本时程,实际应用中完全采用实测数据是不现实的,如地震动加速度时程,其发生属于稀有事件,很难寻找大量具有相同统计特性的实测数据,因而,采用一定的方法来模拟相当数量的人工荷载时程样本是首先必须要解决的问题<sup>[42-47]</sup>。

目前,最常用的随机荷载模拟方法主要有谐波叠加法(也称谱表示法)和线性滤波法<sup>[48-51]</sup>。

### 1. 谐波叠加法

谐波叠加法是基于三角级数求和的频谱表示法,采用以离散谱逼近目标随机过程随机模型的一种离散数值模拟方法,适用于任意指定谱特征的平稳高斯随机过程。该方法最早在1954年由Rice提出,但仅局限于模拟一维单变量平稳随机过程。20世纪70年代,Shinozuka和Jan<sup>[52-53]</sup>将其推广到多维、多变量随机过程的模拟,在工程中得到了广泛应用。Grigoriu<sup>[54]</sup>利用谱表示法模拟平稳随机过程,并用两种不同的模型讨论了其高斯性和各态历经性。Hu<sup>[55]</sup>对经典谱表示法进行了修正,修正后对于固定的迟滞时间,模拟的自相关函数更快收敛于目标自相关函数。Li和Kareem<sup>[56]</sup>采用快速傅里叶变换方法模拟了多变量非平稳过程,在模拟大量多重相关过程时,相比经典方法具有速度上的优势。Popeseu和Deodatis<sup>[57]</sup>等利用谱表示法基于给定的互谱密度矩阵和边缘概率密度函数模拟了多变量、多维、非高斯随机场。Grigoriu<sup>[58]</sup>在谱表示法的基础上发展了一种新算法,用于生成平稳高斯随机场,在谐波叠加过程中不但采用随机相位,而且引入了随机振幅,避免了生成样本的周期性。Grigoriu<sup>[59]</sup>在谱表示法的基础上针对弱平稳过程提出了非高斯过程模型,使得模拟的非高斯过程的二阶矩及一些高阶矩与目标值相符。Chen和Letchford<sup>[60]</sup>在谱表示法中引入本征正交分解,并用于多变量平稳高斯过程的模拟,通过算例说明了该方法的高效及准确性。

在地震工程中,Shinozuka和Deodatis<sup>[61]</sup>对地震动的各种随机过程模型进行了介绍,评述了各种模型的优点和不足,并在文献<sup>[62]</sup>中利用谱表示法基于演变功率谱模拟了地震动。Deodatis<sup>[63]</sup>利用谱表示法基于给定的非平稳互谱密度矩阵模拟了非平稳地震动过程,同时利用迭代方法研究了拟合反应谱的地震动模拟。Conte和Peng<sup>[64]</sup>采用带参数的Gammer函数作为调制函数,将地震波模拟为若干个调制函数与平稳高斯过程乘积之和的Sigma振子过程,并用短时Thomson多窗谱方法估计实际地震波的演变功率谱,使模拟的地震波与实际地震波的演变功率谱相同,由此确定参数。该方法需通过复杂的拟合来确定参数,使其难以应用于实际工程<sup>[65]</sup>。胡聿贤、何训<sup>[66]</sup>在谐波叠加法的基础上,提出了通过修正相位来拟合反应谱的地震动模拟方法。杨庆山、姜海鹏、陈英俊<sup>[67]</sup>通过实例分析了地震动加速度相位差谱的数字特征,确定了其概率分布模型,并利用已有的关于基岩的统计规律合成了具有时-频非平稳特性的地震动,但该方法目前仅适于基岩场地的模拟。梁建文<sup>[68-69]</sup>直接由非平稳随机过程的渐进功率谱表示理论出发,导出了非平稳地震动过程模拟的一个谱表示法,较好地解决了地震动过程模拟的幅值非平稳和频率非平稳问题。

在风工程中,Deodatis<sup>[42]</sup>运用频率双索引的思想,提出了基于谱表示法的模拟算法,用于模拟各态历经的多变量平稳随机风场,该方法进一步提高了谱表示法的模拟精度,但计算

量和存储花费都显著增加<sup>[70]</sup>。Yang 和 Chang<sup>[71]</sup>等针对大跨桥梁,在各点等高及均一风场假定下,获取了桥面风场互谱密度矩阵的 Cholesky 分解的显式表达式,大大减少了计算量,节省了计算时间。Paola<sup>[72-73]</sup>利用谐波叠加法讨论了多变量随机风速时程的模拟,并研究了互谱密度矩阵的分解方法。Carassale 和 Solari<sup>[43]</sup>利用谱表示法模拟了三维大跨风场,并采用了插值方法使得谱密度矩阵的计算量大大减少。

国内自 20 世纪 90 年代以后在该方面也取得了较大的进步。王之宏<sup>[74]</sup>利用互谱密度函数矩阵的分解,考虑脉动风速谱随高度的变化,并考虑由于互相关函数的不对称引起的互功率谱的变化和相位关系,通过一组余弦函数的和对脉动风进行了模拟;曹映泓、项海帆<sup>[75-76]</sup>等针对大跨桥梁随机风场模拟的特点,推导了互谱密度矩阵的 Cholesky 分解的显式表达式,提高了计算速度,但该方法只适于模拟特殊情况,不适于空间随机风场。李明水、贺德馨<sup>[77]</sup>通过在常规的波叠加方法中引入二维和三维空间谱,结合快速傅里叶变换讨论了各向同性均匀风场等空间步长以及非均匀风场不等空间步长数值模拟的理论和方法。丁泉顺<sup>[78]</sup>通过插值的方法,仅计算少量频率点的 Cholesky 分解,实现了对大规模桥梁三维空间脉动风场的有效模拟。李永乐、周述华、强士中<sup>[79-80]</sup>针对大跨度斜拉桥结构形式及振动形态的特点,结合自然风的相关特性,提出了一种简化的三维脉动风速场模拟方法,将三维脉动风速场简化为多个线状的一维脉动风速场,利用谱解法,采用 Cholesky 分解的显式表达式及 FFT 技术,模拟了南京长江大桥的三维脉动风场。胡亮、李黎<sup>[81]</sup>等对谱表示法模拟风场的误差进行了研究,基于谱表示法的模拟公式,导出了样本的统计特征的表达式,运用概率论的方法,得到模拟风场的时域估计偏度误差和随机误差,并探讨了可能的降低随机误差的方法。

谐波叠加法算法简单直观,数学基础严密,但也存在以下问题<sup>[46,50,79]</sup>。

(1) 由于在每个频率点需对互谱密度矩阵进行一次 Cholesky 分解,在模拟多维、多变量随机过程时计算量巨大;

(2) 所产生的时程不能考虑时间相关性;

(3) 对目标谱的拟合收敛速度较慢,常存在不收敛的顽固点,拟合精度尚不高,且每个样本均需迭代等;

(4) 谐波叠加法中模拟曲线呈周期性,可能导致结构反应数值解出现系统偏差。

## 2. 线性滤波法

线性滤波法即白噪声滤波法,是将均值为零的白噪声随机序列通过滤波器,使其输出为具有指定谱特征的高斯随机过程,主要有 AR( $p$ )模型、MA( $q$ )模型和 ARMA( $p, q$ )模型,其中 AR( $p$ )模型由于具有参数易求、阶数易定的优点,在随机过程模拟中应用较多。

在国外, Iannuzzi 和 Spinelli<sup>[82]</sup>对桅杆结构在由不同方法生成的风速时程作用下的结构反应结果进行比较后,建议采用 AR 方法模拟互相关的多重脉动风速时程。Naganuma<sup>[83]</sup>采用 ARMA 方法,根据给定的自相关函数确定回归方程的系数矩阵,并利用这些系数模拟了二维均匀高斯随机场。Deodatis 和 Shinozuka<sup>[84]</sup>用 AR 方法基于给定的演变谱模拟了单变量非平稳高斯随机过程。Mignolet 和 Spanos<sup>[85-86]</sup>采用 AR 线性系统模拟随机场,并提出优化方法,同时,利用 MA 方法模拟了具有指定功率谱特征的二维随机场。Samaras 和 Shinozuka 等<sup>[87]</sup>推导了自回归(AR)阶数  $p$  和滑动回归(MA)阶数  $q$  相等时,ARMA 模型模拟平稳随机过程的公式,并基于给定的互相关函数矩阵模拟了多变量随机过程。Polhemus

和 Cakmak<sup>[88]</sup> 利用 ARMA 平稳模型对地震动加速度时程进行了模拟。Mobarakeh 和 Rofooei<sup>[89]</sup> 采用移动时间窗技术得到时变 ARMA 模型,并用该模型模拟了强度和频率非平稳地震动加速度。Li 和 Kareem<sup>[90-91]</sup> 在滤波法中引入离散傅里叶变换来模拟非稳和非平稳多变量随机过程,兼有两种方法的优点,具有较高的计算效率。

在国内,刘锡良、周颖<sup>[92]</sup> 利用 AR( $p$ ) 模型模拟了大跨度空间结构风荷载。周志勇、项海帆<sup>[93]</sup> 利用 ARMA 模型针对大跨结构随机风场进行了数值仿真试验,结果表明该方法具有速度快、精度高的优点。李元齐、董石麟<sup>[94-95]</sup> 采用自回归过滤技术(AR 模型),考虑三维空间相关性,对具有随机性的脉动风荷载进行了模拟,并采用超松弛迭代法求解大型多自由度结构风荷载模拟中的回归系数矩阵。曾宪武、韩大建<sup>[96]</sup> 将 ARMA 模型应用于大跨度桥梁的风场模拟,并就效率和精度问题与谐波合成法进行了对比研究,表明该方法可以满足工程需要。李英民、赖明、肖明葵<sup>[97]</sup> 引用 ARMA 模型,将参数识别技术应用于模型参数的确定中,将 ARMA 模型数学建模的适用范围从一般对于地震序列的模拟拓广到对谱特性的拟合,并由此提出人造地震波仿真的新方法。夏洪流、李英民、赖明<sup>[98]</sup> 应用调制 ARMA 模型对地震动加速度进行仿真,并探讨了调制 ARMA 模型的定阶、定参及初始随机序列的影响问题,证明了该方法的高效、适用性。曾珂、牛荻涛、商瑞霞<sup>[99]</sup> 利用规范对选取的样本波进行修正,然后作为目标波,考虑了幅值和频率的双重非平稳性,建立了改进的时变 ARMA 模型的随机地震动模型。

总体来说,线性滤波法算法计算量小、速度快,但算法烦琐,而且由于应用线性变换来逼近非线性过程,所以存在累积误差,难以控制精度。

### 3. 基于小波方法的随机荷载模拟

近年来,利用小波方法处理随机荷载逐渐得到研究人员的关注,但较多的研究集中于利用小波的良好时频特性分析信号的局部特征,应用于随机荷载模拟的还不多。

Zeldin 和 Spanos<sup>[100]</sup> 采用有消失矩的正交 Daubechies 小波生成随机场,并在此基础上实现了对随机过程的模拟。Gerley 和 Kareem<sup>[8,101]</sup> 将原始风速记录进行离散小波变换,然后将分解得到的小波系数乘以单位方差的高斯白噪声,再通过逆小波变换生成与原始记录具有相似统计特性的风荷载。Kitagawa 和 Nomura<sup>[102]</sup> 等利用对数泊松湍流模型产生各尺度的小波系数,在拟合目标风速谱的同时引入湍流间歇性,通过小波逆变换生成单条风速序列,所模拟的风速与实测结果具有类似的间歇性和局部相似性。

陈艾荣、王毅<sup>[103]</sup> 根据小波的多分辨率性质,利用小波重构算法,采用正交小波基基于线性估计原理对小波系数进行了线性估计,利用逆小波变换反复迭代计算,得到与原始信号在最精确尺度上的近似,由此实现了对脉动风速的模拟。徐闻、叶继红<sup>[104]</sup> 等采用 ARMA 法产生每一尺度小波系数,再用小波重构算法生成一系列不相关的一维风速时程样本,然后依据风场的空间相关特性,将一维风速样本修正为具有指定相关特性的空间风场。李立、廖锦翔、李亮<sup>[105]</sup> 采用与文献<sup>[102]</sup> 相同的方法进行了风速模拟,并用拟合周期图的方法将单条风速序列扩展为多重相关序列。

Iyama 和 Kuwamura<sup>[25]</sup> 应用小波变换研究了小波系数与能量输入的关系,提出了小波分析的能量准则,以统计的时频能量积累曲线为目标,对得到的小波系数作逆变换模拟地震波,但是他们给出的能量关系不具有普遍性。Mukherjee 和 Gupta<sup>[106]</sup> 利用离散小波变换将历史地震记录分解在互不重叠的频带上,分别利用傅里叶谱和反应谱为目标谱,在各频带对

分信号进行迭代修正,这样生成与目标谱相容的并且较好地保留了原记录非平稳特性的地震动时程。Suarez 和 Montejo<sup>[107]</sup>利用历史地震记录做小波分解,然后用不同频率点上的反应谱值对小波系数进行迭代修正,从而生成与目标谱相容的地震动时程。曹晖、赖明、白绍良<sup>[108]</sup>利用小波系数与演变功率谱的关系,采用正交的 L-P 小波基由实际地震波的时变功率谱计算小波系数,作逆变换产生地震波,再从中选择与反应谱一致的地震波,但这样会增加工作量。樊剑、刘铁、魏俊杰<sup>[109]</sup>将原始地震波作为母波,以与抗震规范相容的功率谱为目标谱,利用功率谱与小波包系数的关系式,提出了基于小波包变换合成人工地震波的新方法。

### 1.2.3 基于小波方法的结构动力反应分析及动力可靠性研究

传统的结构动力反应分析包括时域分析方法和频域分析方法,但这两种方法均只能表现单一的时域或频域内的信息,不能体现出任何时频局部特性,而对于非平稳反应,某一时段的频域信息或某一频段的时域信息往往是人们关注的焦点。长时间以来,由于方法的限制,结构分析中同时考虑时频局部特性这一问题并未得到很好的解决。小波变换由于具有多分辨率的时频局部化特性,可以在多种尺度下把信号中不同频率的成分分解到不同子空间,为结构反应分析提供了新的方法,国内外的一些研究者已经尝试将其应用于结构反应分析中。

Basu 和 Gupta<sup>[26-28,110-111]</sup>等利用小波变换的分频特性和线性性质,采用 L-P 小波对单自由度及多自由度结构的随机地震反应进行了分析,将结构振动微分方程变为用地震波小波系数和结构反应小波系数表示的微分方程,然后求解方程,得到反应的时变功率谱,并用于结构的可靠性分析。樊剑、唐家祥<sup>[112]</sup>基于离散小波变换,利用 Mallat 塔式算法计算非平稳输入信号的离散小波系数,并以离散小波系数的统计值作为输入,推导了非平稳荷载作用下多自由度结构的随机反应计算公式,通过对反应偏谱的计算,得到随时间变化的反应频域特性及各阶谱矩参数。他们在文献<sup>[113]</sup>中进一步利用等效线性化的方法把隔震结构的非线性运动微分方程变换为等效的时变线性微分方程,用地震波的离散小波系数作为输入,获得了滑移结构在非平稳地震作用下的均方滑动位移和速度反应,并基于动力可靠度理论,给出了这种结构的最大均方根滑动量反应谱,可供设计时参考。

段雪平、朱宏平<sup>[114]</sup>利用小波包对地震输入进行多频段的分解,研究了各频段内地震波分量作用于结构的动力反应及能量分配关系,得出结构位移反应主要受低频段尤其是第一频段分量影响的结论。肖梅玲、叶燎原<sup>[115-116]</sup>从小波变换的基本原理出发,提出地震地面运动的小波模型,以具有时频特性的小波基来表示,并用于多自由度的地震反应分析,导出了相应的计算公式。吴琛、周瑞忠<sup>[117-118]</sup>利用多分辨分析将地震信号分解到不同的频带,推导了计算多自由度体系地震反应的基本公式,讨论了各频段地震信号及结构反应的能量分配,所得结论与文献<sup>[114]</sup>相同。

结构动力可靠性理论始于 20 世纪 40 年代,Rice<sup>[119]</sup>研究了动力反应与某一固定界限交差的问题,建立了给定时间内交差次数及其期望值的数学表达式,并提出两个关于首次超越概率的著名公式,一个是内外向级数,另一个为非常复杂的多重积分。Rice 的这一贡献为首次超越破坏的动力可靠性理论奠定了基础。50 年代,动力可靠性理论主要集中于讨论基于首次超越破坏机制和疲劳破坏机制的各种近似计算方法,Siegert<sup>[120]</sup>,Helmstroit<sup>[121]</sup>,

Coleman<sup>[122]</sup>, Miles<sup>[123]</sup>等基于各种近似假设得到了近似的解析解。60年代,由于计算机的发展和FFT的出现,动力可靠性理论的研究有了飞跃式发展。Crandall<sup>[124]</sup>等将数值模拟法用到首次超越问题中,为动力可靠性分析开辟了新途径。70年代以后,动力可靠性理论的发展主要集中在各种非线性体系的计算方法以及实际应用上。李桂青等<sup>[125-126]</sup>对国内外结构动力可靠性理论的发展做了详细的评述。近年来,有人将小波变换应用于动力可靠性分析中,Basu<sup>[26]</sup>等利用振型分解法,基于小波基频域紧支特性,直接由若干地震波小波谱的均方值求解结构反应的均方值,由反应的小波谱均方值构造反应的瞬时功率谱密度函数和时变的各阶谱矩,给出了可靠度估计公式。曹晖<sup>[5,11]</sup>利用小波分析估计地震动局部谱,采用虚拟激励法计算结构反应的时变功率谱,并对基于首超破坏的动力可靠度的几种表达式进行了比较分析。

### 1.3 目前存在的问题

尽管国外对结构振动问题的研究较为广泛,也取得一定的研究成果,但目前仍有很多问题有待于完善和深化。

#### 1. 对随机荷载特性的认识有待深化

目前,土木工程中广泛使用功率谱密度函数来描述随机荷载在频域的统计特性,但功率谱密度函数是纯频域的概念,失去了任何时间信息,对于非平稳信号,其统计特性往往随时间发生变化,利用功率谱密度函数来描述并不能反映其本质,而应采用时变谱。在描述非平稳随机荷载特性的诸多时变谱中,演变功率谱物理意义明确,在土木工程中的应用最为广泛。但如何从实测数据估计过程的演变功率谱并不简单,现有的方法都存在一些缺陷。

小波变换因其具有良好时频局部特性,分析非平稳信号具有明显的优势,虽然已有研究者开始使用小波变换来研究非平稳信号的时频特性,但仍存在一些问题,主要表现在以下几个方面:一是时频特性的描述方法不统一,有的用量图,有的用小波系数谱图等,与常用的演变谱概念不一致,不便于工程中进一步应用;二是时变谱与小波系数之间的关系有待进一步明确,目前大多文献所推导的小波系数与功率谱(时变功率谱)之间的关系往往是基于某一特定小波基建立的,不具有通用性;三是从估计得到的时变谱的正确性还需要进一步检验。

#### 2. 基于小波变换的随机荷载模拟方法还需要进一步研究

传统的谐波叠加法和线性滤波法都存在自身的不足,小波变换方法为随机荷载的模拟提供了一种新选择,但该方法还不完善。一是离散小波变换过程中的下采样使得数据个数减少,而不利于统计分析,在随机生成小波系数并做逆变换生成荷载时程时往往出现较大的偏差;另外,对于非平稳过程,下采样往往也会造成时间信息丢失,因此非平稳过程的模拟更为困难。二是目前基于小波方法模拟的荷载一般仅限于单一过程,而工程中往往需要同时输入具有空间相关性的多点过程,如空间结构不同点输入的风荷载(风速),因此应进一步研究考虑空间相关性的模拟方法。

#### 3. 仍需探索结构的输入荷载特性与输出反应之间的规律

结构振动分析中常用的时域分析法和频域分析法均不能表达输入和输出的时频局部特性,而这对于非平稳过程恰恰又是问题的关键。结构振动分析中引入小波变换可以在时域



和频域同时考察其变化情况,有利于提高人们对输入荷载与输出反应之间的规律性认识,但目前在这方面的研究不多,也存在一些问题需要解决。一是计算方法上,一般利用小波变换将荷载分解到不同的尺度(频带)上,再分别作用于结构,求得结构在各尺度(频带)上分量作用下的反应,但该方法计算量较大,不便于进一步应用。二是时频分布特性对结构反应影响的规律性认识还很初步,一些结论还有待商榷。

#### 4. 基于小波方法的结构分析应用于实践还有较大差距

结构动力分析的最终目的就是要判断和评价结构在动力荷载作用下的可靠性,从而指导工程实践,但结构动力可靠性分析具有很大的困难,尤其对于非平稳等问题难度更大。小波变换可为非平稳输入荷载和输出反应的分析处理提供方便,有助于问题的解决,但目前针对该方面的研究还很少,仍有巨大的发展空间。

#### 5. 小波变换在高频段的分辨率较低,具有高频段频率局部性略差的缺陷

小波变换虽然具有弹性的时-频窗,能随着信号的不同频率成分在时间域自动调节取样的疏密,但其并非完美,在高频段,其频率分辨率略低。小波包变换作为小波概念的推广,它不但对低频部分进行分解,而且对高频部分也做了二次分解,从而进一步提高了信号的时频分辨率,可在一定程度上克服小波变换在中高频段频率局部性差的缺陷。

## 1.4 本书主要研究内容

本书研究内容主要涉及以下几个方面。

(1) 基于连续小波变换理论,利用其滤波特性,从能量的角度推导小波系数与时变功率谱之间的关系,建立估计时变功率谱的新方法,通过算例验证该方法的有效性和正确性。

(2) 利用正交小波基频带之间的正交性,推导离散小波变换小波系数与功率谱的关系,建立利用小波逆变换生成平稳随机荷载序列的方法,并将该方法生成的单一过程扩展到空间多点相关过程,实现空间相关性风场的模拟。

(3) 针对离散小波变换在低频带小波系数个数少、难以体现统计特性以及时间信息丢失的问题,引入静态离散小波变换,建立基于静态离散小波变换模拟非平稳过程的方法,编制程序对非平稳地震动加速度时程进行模拟。基于静态离散小波变换,研究基于给定时程的样本调整与模拟方法。

(4) 利用小波变换理论,将输入荷载及输出反应细化到各频带上进行分析,从时间-频率-幅值的三维层面上深入研究结构反应规律,以便克服以往时间-幅值或频率-幅值二维关系的不足。从能量的角度,研究荷载输入与反应输出的频带对应关系。

(5) 针对目前将荷载分频带输入求解结构各频带反应计算量较大的缺点,研究改进算法,以期减少计算量。

(6) 利用小波变换估计结构非平稳反应的时变谱,将其用于结构的动力可靠度估计,并对目前几种动力可靠度计算方法进行讨论研究。

(7) 针对离散小波变换高频段分辨率差的缺陷,探索小波包变换在时频分析应用中的可行性及存在的问题。