

# MATLAB与数学建模

木 仁 吴建军 李 娜 编著



科学出版社

# MATLAB 与数学建模

木 仁 吴建军 李 娜 编著



科 学 出 版 社

北 京

## 内 容 简 介

鉴于数学建模理论与方法的推广化应用及促进成果的共享与校企的快速合作,作者通过归纳总结过去十几年教学、科研、竞赛及与企业合作经验写成此书。内容安排如下:数学建模与 MATLAB 基础知识;递归与迭代方法;线性规划问题;整数规划及其 MATLAB 求解源代码;图与网络优化;统计学中的参数估计、假设检验、方差分析和相关度分析;数据的标准化处理、回归分析、聚类分析、主成分分析方法以及相关算例和算法源代码计算机模拟方法;智能算法;层次分析方法、熵权法、模糊综合评价方法、数据包络分析方法以及相关算法与案例;非线性规划优化建模方法。

本书可作为数学专业本科生、研究生的专业课及管理、计算机等专业本科生的选修课教材;也可供参与数学建模竞赛的各专业学生及应用数学建模方法的广大教师与企业界人士使用。

### 图书在版编目(CIP)数据

MATLAB 与数学建模/木仁,吴建军,李娜编著. —北京:科学出版社, 2018. 6

ISBN 978-7-03-058059-7

I. ①M… II. ①木… ②吴… ③李… III. ①Matlab 软件-应用-数学模型-教材 IV. ①O141.4-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 132901 号

责任编辑:王丽平/责任校对:彭珍珍  
责任印制:张伟/封面设计:陈敬

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

北京九州迅驰传媒文化有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 6 月第 一 版 开本:720×1000 B5

2018 年 6 月第一次印刷 印张:17 1/4

字数:360 000

定价:98.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

# 前 言

随着大数据时代的来临,数学建模知识与方法的应用需求更加深入而多样化,陆续地涌现了紧密围绕大数据的教材、论文与专著。然而,在传授基本理论与方法为导向的前提下,众多教材中所提供的算例都是较为简单的、通用性不强的、几秒钟就能够得出结果的算例,这显然已经无法满足大数据时代的需求。论文虽然提到了如何去解决大规模的算例问题,但这些论文往往仅提供一些公式、定理、推论等信息,关键的算法基本都是隐去的。这使得应用者需要花费大量的时间才能学懂这些论文中的成果,从而严重影响了科研成果的转化。为了适应大数据时代的大规模需求,我们编撰了这样一本数学建模教材。

本书以全国大学生数学建模竞赛题目为算例,提出了众多具有一定规模的应用案例,同时也提供了通用性较强的算法。这些算法不仅适合于教学,也适合于直接应用。这些算例大部分都是在当年获得国家奖的论文的基础上改进完善而来的。

本书涵盖了数据的标准化处理、数据的可视化展示、数据的统计处理、数据的优化建模、数据的模拟仿真、模型的算法求解、结果的可视化展示等内容。这些方法在大数据时代的应用价值是不言而喻的。

为了适应不同人群的应用需求,本书提供了所有案例与模型的源代码,其中重要的直接编入了本书的正文,相对不重要或思想重复的内容可扫描封底二维码获取。应用者只需搜集整理好标准版的数据,就能够通过算法计算获得相关优化建模结论。而针对相关研究工作者我们也提供了未来值得研究的方向,他们可以在所提供模型与方法基础之上展开新的探索,其中也包括了目前社会上的热点问题与难点问题。

本书是 MATLAB 课程、统计学课程与运筹学课程的综合版教材,是作者通过多年的国内外数学建模竞赛的辅导和数学、计算机及管理类课程的讲授总结出的一部教材。众多内容是通过与老师和同学们的深度交流精简而成,特别感谢为本书的出版提供宝贵意见的老师和同学们。因个人能力有限,难免会出现文字、建模或算法上的一些问题或疏漏,敬请广大读者提出宝贵的意见和建议。

本书的出版得到了国家自然科学基金杰出青年科学基金项目(71525002)、国家自然科学基金创新研究群体项目(71621001)及国家自然科学基金(71771018,

71401084) 的资助。

作 者

2017 年 11 月 8 日

# 目 录

## 前言

第 1 章 数学建模简介	1
1.1 数学建模概述	1
1.1.1 怎样才能学好数学?	1
1.1.2 数学模型与数学建模	2
1.1.3 数学建模与创新	2
1.1.4 数学建模与大数据	2
1.1.5 数学建模的过程	3
1.1.6 数学建模的特点	3
1.1.7 数学建模的魅力与难点	6
1.1.8 数学建模需要掌握的专业基础知识	6
1.2 数学建模论文的撰写方法	7
第 2 章 MATLAB 基础	10
2.1 MATLAB 简介	10
2.2 MATLAB 软件的安装	11
2.3 MATLAB 使用入门	17
2.3.1 桌面平台	17
2.3.2 MATLAB 常用操作	18
2.3.3 MATLAB 变量与函数	20
2.3.4 MATLAB 中运算符与标点符号使用	22
2.3.5 MATLAB 中的数组与矩阵	23
2.4 MATLAB 程序设计	27
2.4.1 循环语句的使用	27
2.4.2 条件语句的使用	28
2.4.3 程序的调试与优化	30
2.5 MATLAB 作图	30
2.5.1 二维图形的绘制	30

---

2.5.2	三维图形的绘制	35
2.5.3	图形的修饰与处理	37
<b>第 3 章</b>	<b>递归与迭代</b>	<b>39</b>
3.1	递归及其实例	39
3.1.1	递归的定义	39
3.1.2	递归实例	39
3.2	迭代及其实例	40
3.2.1	迭代的定义	40
3.2.2	迭代实例	40
3.3	迭代与递归的区别	46
<b>第 4 章</b>	<b>线性规划</b>	<b>47</b>
4.1	线性规划基本模型介绍	47
4.1.1	线性规划基本模型	47
4.1.2	线性规划模型推广应用	48
4.2	线性规划模型的 MATLAB 求解	48
4.3	运输问题	51
4.3.1	运输问题基本模型	51
4.3.2	运输问题求解算法	53
4.3.3	运输问题实例演示	55
4.4	多目标规划问题	56
4.4.1	投资的收益与风险实例	56
4.4.2	多目标规划问题介绍	60
4.5	适度指标的线性处理	61
4.5.1	适度指标的处理	61
4.5.2	适度指标应用案例	61
<b>第 5 章</b>	<b>整数规划</b>	<b>63</b>
5.1	整数规划基本模型及其 MATLAB 求解算法	63
5.2	0-1 规划基本模型及其 MATLAB 求解算法	65
5.2.1	0-1 规划问题实例	65
5.2.2	0-1 规划问题的 MATLAB 求解算法	66
5.3	指派问题及其 MATLAB 求解算法	67
5.4	选址问题及其 MATLAB 求解算法	71

---

5.4.1	集合覆盖设施选址模型	72
5.4.2	$P$ 选址问题	75
<b>第 6 章</b>	<b>图与网络优化</b>	<b>79</b>
6.1	图论基本概念	79
6.2	最短路问题及其求解算法	79
6.2.1	固定起点的最短路问题	79
6.2.2	每对顶点之间的最短路	81
6.3	行遍性问题及其近似求解算法	85
6.3.1	推销员问题	85
6.3.2	TSP 问题的 MATLAB 求解算法	87
6.3.3	中国邮递员问题	107
6.4	最小生成树问题	107
6.4.1	求解最小生成树的破圈算法	108
6.4.2	利用给定点生成最小生成树	108
6.5	最大流问题	110
6.6	城市交通网络流平衡分配问题	117
6.6.1	交通网络流平衡分配基本模型	117
6.6.2	交通网络流平衡分配模型算法与实例	119
6.7	复杂网络及其统计特征计算方法	122
6.7.1	度和度分布	122
6.7.2	介数	122
6.7.3	聚类系数	122
6.7.4	复杂网络中的最短路	123
<b>第 7 章</b>	<b>数据的统计与描述</b>	<b>124</b>
7.1	统计学基本概念	124
7.1.1	总体与方差	124
7.1.2	参数和统计量	124
7.1.3	几种常见的概率分布	126
7.2	参数估计	131
7.2.1	一个总体的参数估计	132
7.2.2	两个总体的参数估计	133
7.3	假设检验	135



---

7.3.1	假设检验基本概念与流程	135
7.3.2	一个总体的假设检验	136
7.3.3	两个总体的假设检验	137
7.4	方差分析	138
7.4.1	方差分析简介	138
7.4.2	单因素方差分析	138
7.4.3	双因素方差分析	139
7.5	相关度分析	140
7.6	MATLAB 中常用统计函数的使用	142
7.6.1	基本统计量	142
7.6.2	常见概率分布	142
7.6.3	频数直方图的绘制	144
7.6.4	参数估计	144
7.6.5	假设检验	145
7.6.6	方差分析	146
7.6.7	相关度分析	147
7.7	案例分析	147
<b>第 8 章</b>	<b>统计分析</b>	<b>150</b>
8.1	数据指标处理及其现实意义	150
8.1.1	无量纲化处理	150
8.1.2	距离理论	150
8.2	回归分析	152
8.2.1	一元线性回归分析	152
8.2.2	多元线性回归分析	155
8.2.3	多项式回归分析	155
8.2.4	非线性回归分析	156
8.3	聚类分析	158
8.3.1	聚类方法介绍	158
8.3.2	聚类距离度量方式	159
8.3.3	聚类 MATLAB 算法	160
8.4	主成分分析	161
8.4.1	主成分分析简介	161

---

8.4.2	主成分分析基本步骤	162
8.4.3	主成分分析方法的 MATLAB 实现	164
8.5	案例分析	165
8.5.1	数据分析、处理及可视化	165
8.5.2	问题 1 的分析讨论	172
8.5.3	问题 2 的分析讨论	180
8.5.4	问题 3 的优化建模	182
8.5.5	问题 4 的分析讨论	183
<b>第 9 章</b>	<b>计算机模拟</b>	<b>187</b>
9.1	模拟随机数的产生	187
9.1.1	排列与组合	187
9.1.2	不同概率分布的随机数产生	188
9.2	蒙特卡罗方法	189
9.2.1	蒙特卡罗方法基本思想	189
9.2.2	PI 的计算	190
9.2.3	城市区域面积计算	191
9.2.4	国家助学金发放问题计算机模拟	192
9.3	排队问题及其计算机模拟	197
9.3.1	眼科病病床分配问题	197
9.3.2	地铁发车时刻表制定问题	205
9.4	具有主客场赛制的赛程安排问题	207
9.4.1	“逆时针轮转方法”编排赛程	208
9.4.2	赛程优化设计	210
<b>第 10 章</b>	<b>智能算法</b>	<b>213</b>
10.1	遗传算法	213
10.1.1	遗传算法的关键参数与操作的设计	213
10.1.2	遗传算法的基本流程	219
10.2	蚁群算法	220
10.3	模拟退火算法	222
10.4	混合最速下降法	224
10.5	神经网络算法	225
10.5.1	BP 神经网络算法基本原理	226

---

10.5.2	BP 神经网络学习算法	226
10.5.3	BP 神经网络 MATLAB 工具箱函数	227
10.5.4	案例分析	228
<b>第 11 章</b>	<b>评价方法选讲</b>	<b>234</b>
11.1	层次分析方法	234
11.2	熵权法	239
11.2.1	熵权法的基本原理	239
11.2.2	利用熵权法确定指标权重	240
11.2.3	利用熵权法确定指标权重 MATLAB 算法	241
11.2.4	利用熵权法确定指标权重应用实例	242
11.3	模糊综合评价方法	244
11.4	数据包络分析方法	248
11.4.1	CCR 模型	248
11.4.2	综合 DEA 模型	250
11.4.3	超效率 DEA 模型	254
11.4.4	广义 DEA 模型	256
<b>第 12 章</b>	<b>非线性规划模型选讲</b>	<b>259</b>
12.1	非线性规划模型	259
12.2	二次规划问题	261
12.3	符号函数的使用	261
<b>参考文献</b>		<b>263</b>

# 第1章 数学建模简介

随着全球化进程的快速推进,人与人之间的交互以及货物流通变得更加频繁,同时伴随而来的信息技术与大数据时代,使人们完全有能力记录并掌握这些信息,这使得数学建模方法拥有了众多的用武之地。在过去,因缺乏严谨的系统规划、合理的统计预测及精准的顾客定位,众多领域当中的决策几乎很难实现最优,甚至局部最优都未能实现。然而,经济全球化进程告诉我们如果依然按照传统模式进行决策,其被历史所淘汰的概率必然会显著性增加。因此,利用统计学知识和数学建模方法对众多复杂问题进行系统性的分析、深层次的挖掘是企业乃至国家未来走向巅峰的主要驱动力。

## 1.1 数学建模概述

### 1.1.1 怎样才能学好数学?

一听到“数学”这个名词,很多同学或老师们都会有所畏惧。因为,他们觉得“数学”太抽象、太难学了。那么是什么原因导致了“数学”这门学科的抽象和难学呢?学者们对于这一问题可能有不同的解释,但笔者认为这与每个人所处的环境与性格存在较大的联系。不得不承认“数学”这门学科是在所有学科里最为严谨的一门学科,或者也可以称之为“语言”。在这门“语言”中拥有着众多的规律与公式。对于这些规律与公式的有意或无意的修改或忽略,都可能会导致错误的结论。因此,想掌握好这门“语言”必须拥有严谨的逻辑思维能力和较强的记忆力。那么严谨的逻辑思维能力如何才能培养出来?我想这与每个人的家庭背景和成长环境存在较强的联系。在过去十几年间我国的经济、社会得到了快速的发展,人们的生活水平也得到了快速的提高,城镇化进程也得到了前所未有的推进,但部分家长与老师会出现急于求成的心态。众多学生们看似拥有了众多知识,但在笔者看来这些充其量只能称为知识“碎片”。每每遇见实际问题,每到关键时刻都没有了想法的高分低能现状进一步说明了这一点。“温室里的花朵经不起风吹雨打,脱缰的野马未必成不了大器!”,为了培养学生们严谨的逻辑思维能力,家长和老师们必须减少强制的要求,增加合理的引导,要让孩子们懂得在逆境中生长,通过更多的探索与尝试,逐渐建立起坚韧不拔的性格,自由探索的精神的同时也拥有了严谨的逻辑思维能力。

### 1.1.2 数学模型与数学建模

数学建模, 是基于解决某一实际问题而引进的一门学科。它试图通过缜密的逻辑思维, 实现对某一实际问题的完美解决。其采用的最常用工具 —— 数学模型。

数学模型, 是对于现实世界的一个特定对象, 为了一个特定目的, 根据特有的内在规律, 做出一些必要的简化假设, 运用适当的数学工具, 得到的一个数据结构。简言之, 数学模型就是用数学术语对部分现实世界的描述。在中学时代所学的大量诸如  $y = f(x)$  的函数, 就是研究两个变量之间特殊关系的数学模型。

数学建模就是构造数学模型的过程, 即用数学的语言 —— 公式、符号、图表等刻画和描述一个实际问题, 然后经过数学的处理 —— 统计、计算及迭代等得到定量的结果, 以供人们分析、预报、决策和控制。

### 1.1.3 数学建模与创新

创新已成为家喻户晓的名词。然而不是有了数学模型就能数学建模了, 不是有了一些方法就能够创新了。其实无论是数学建模还是创新都需要长时间的学习积淀、头脑风暴及天时地利。我们期待原创性的产品, 例如发明一个不怕摔的低能耗廉价飞机, 但在更多的时候我们只能做到过程优化。过程优化, 则更多需要数学建模, 而通过数学建模还有可能会挖掘出新的创新与改进方式。因此数学建模和创新是密不可分的, 数学建模本身需要创新, 而数学建模的过程与结果可能也会为创新提供更多的思路与方法。

### 1.1.4 数学建模与大数据

大数据是指无法在可承受的时间范围内用常规软件工具进行捕捉、管理和处理的数据集合, 是需要新处理模式才能具有更强的决策力、洞察发现力和流程优化能力的海量、高增长率和多样化的信息资产。但我个人认为大数据的概念依然处于模糊阶段, 其官方定义本身就是模糊的。大数据仍需得到更进一步的发展。

数学建模则需要针对某一实际问题, 通过搜集整理相关文件数据来提出相应的优化改进策略与方法。这些数据资料可以是事先提供的“小数据”, 当然更期待通过对相关大数据的挖掘和处理得到与所研究问题具有较强相关度和代表意义的“数据”。大数据并不意味着全样本, 数学建模希望通过对所研究问题的全样本数据得到最终的决策建议, 在不能获得全样本的情况下, 也能够提供适合不同情境下的优化改进策略。

大数据的捕捉、管理和处理本身就是基于了解、掌握与预测实际问题而进行的系列活动。这与数学建模的过程非常类似。通过搜集相应的数据, 整理、分类出具有代表意义的数据或信息, 再结合优化建模理论, 为我们下一步的决策与预测提供更靠谱的建议。因此, 拥有了大数据后数学建模就拥有了更广泛的应用领域与应用

价值, 所得到的优化改进策略可能会更具普遍意义。大数据为数学建模插上了另一双翅膀。

### 1.1.5 数学建模的过程

在对实际问题建立数学模型时, 需要解决的问题往往涉及众多的因素, 这就需要分清问题的主要因素和次要因素, 恰当地抛弃次要因素, 提出合理的假设, 建立相应的数学模型, 并用相应的软件求解模型, 然后将所得的结果与实际问题进行比较, 找出存在的差距和原因, 对问题作进一步的分析, 提出新的假设, 逐步修改完善模型, 使问题得到更好的解决。

整个数学建模过程可以简化为以下流程图(图 1-1)。

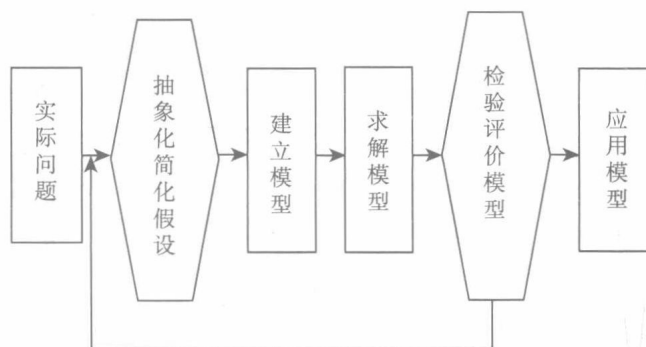


图 1-1 数学建模过程

### 1.1.6 数学建模的特点

数学建模的目的不是简单问题复杂化, 而是复杂问题标准化、复杂问题程序化及复杂问题简单化。与纯数学不同的是任何脱离实际问题的理想化理论研究都是数学建模所不提倡的。我们期待用更为高效的方式去解决现实生活中的任何实际问题。因此, 数学建模拥有了众多特点。

#### 1. 涉及范围广

数学建模是为了解决实际问题而引进的一门课程, 自然所涉及的范围非常广泛。可以大到国家重大策略的制定, 也可以小到个人家庭的柴米油盐。通过对全国大学生数学建模竞赛题目的分析不难发现数学建模涉及范围广泛这一特点。其所涉及的领域总结如下:

#### ➤ 经济管理

1994 年, 锁具装箱

1995 年, 一个飞行管理问题

1995 年, 天车与冶炼炉的作业调度

- 1996 年, 最优捕鱼策略
- 1998 年, 投资的收益和风险
- 1999 年, 自动化车床管理
- 2005 年, DVD 在线租赁
- 2006 年, 出版社人力资源分配问题
- 2009 年, 眼科病病床的合理安排
- 2010 年, 2010 年上海世博会影响力的定量评估
- 2012 年, 葡萄酒的评价
- 2017 年, “拍照赚钱” 的任务定价
- 交通运输
  - 1994 年, 逢山开路
  - 1998 年, 灾情巡视路线
  - 2000 年, 钢管订购和运输
  - 2001 年, 公交车调度
  - 2003 年, 露天矿生产的车辆安排
  - 2007 年, 乘公交, 看奥运
  - 2011 年, 交巡警服务平台的设置与调度
  - 2013 年, 车道被占用对城市道路通行能力的影响
  - 2015 年, “互联网 +” 时代的出租车资源配置
  - 2016 年, 小区开放对道路通行的影响
- 医学生态
  - 2000 年, DNA 序列分类
  - 2001 年, 血管的三维重建
  - 2003 年, SARS 的传播
  - 2005 年, 长江水质的评价和预测
  - 2006 年, 艾滋病疗法的评价及疗效的预测
  - 2011 年, 城市表层土壤重金属污染分析
  - 2017 年, CT 系统参数标定及成像
- 工程制造
  - 1996 年, 节水洗衣机
  - 1997 年, 零件的参数设计
  - 1997 年, 截断切割
  - 1999 年, 钻井布局
  - 2009 年, 制动器试验台的控制方法分析
  - 2010 年, 储油罐的变位识别与罐容表标定

### ➤ 物理电力

- 1993 年, 非线性交调的频率设计
- 2002 年, 车灯线光源的优化设计
- 2004 年, 电力市场的输电阻塞管理
- 2012 年, 太阳能小屋的设计

### ➤ 图像处理

- 2008 年, 数码相机定位
- 2013 年, 碎纸片的拼接复原
- 2015 年, 太阳影子定位

### ➤ 彩票体育

- 1993 年, 足球队排名次
- 2002 年, 彩票中的数学
- 2004 年, 奥运会临时超市网点设计

### ➤ 军事

- 2014 年, 嫦娥三号软着陆轨道设计与控制策略
- 2016 年, 系泊系统的设计

### ➤ 农业

- 1992 年, 施肥效果分析

### ➤ 其他

- 1992 年, 实验数据分解
- 2007 年, 中国人口增长预测
- 2008 年, 高等教育学费标准探讨
- 2014 年, 创意平板折叠桌

## 2. 灵活巧妙

在数学建模过程中, 数学始终是我们主要的工具。要根据实际问题的需要, 灵活运用各种数学知识如微分方程、运筹学、概率统计、图论、层次分析、变分法等去描述和解决实际问题。因此这要求我们一方面要加深数学知识的学习, 另一方面要灵活地使用已学到的数学知识, 从而培养出应用已学到的数学方法和思想去解决实际问题的能力。

## 3. 方法多样

在数学建模过程中, 可以采用各种技术手段作为支持与配合, 如查阅各种文献资料、使用计算机和各种数学软件等。



建立一个数学模型与求解一道数学题目有很大的差别。求解一个数学题目往往有唯一正确的答案。而数学建模没有唯一正确的答案。对同一个问题可能建立起若干不同的模型,模型无所谓“对”与“错”,评价模型优劣的唯一方法是实践。这表明模型不在于简单复杂,在于是否实用。

建立的数学模型与建模目的有关。同一个实际对象,建模目的不同将会导致建模的侧重点和出发点也不同。因此,对一个实际问题而言,建模没有确定的模式,它与问题的性质、建模目的、建模者自身的数学素质有关,甚至还与建模者的灵性有关。经验、想象力、洞察力、判断及直觉、灵感在建模过程中起着与数学知识同样重要的作用。建模是一种科学,它更是一门艺术。要成为一名出色的艺术家,需要大量的观察和前辈们的指导,更需要亲身的实践。同样,要掌握数学建模这门艺术,既要学习、分析、评价、改进别人做过的模型,更要亲自动手,认真做一些实际的题目。

#### 1.1.7 数学建模的魅力与难点

解决实际问题,是学生在走上工作岗位后常常要做的工作。做这样的事情,所需要的远不止是数学知识和解数学题的能力,更需要多方面的综合知识和能力。社会对具有这种能力的人的需求,比对数学专门人才的需求要多得多。

数学教育本质上是一种素质教育。数学的教学不能完全和外部世界隔离开来。关起门来在数学的概念、方法和理论中打圈子,处于自我封闭状态,以致学生在学了许多据说是非常重要、十分有用的数学知识以后,却不怎么会应用或无法应用。高等教育要在高度信息化的时代培养具有创新能力的高科技人才,将数学建模方法引入众多学科领域迫在眉睫。

对现今的学生而言,高中甚至是大学评价体系的缺陷,导致了学生们缺乏创新能力以及解决实际问题的能力。因此在数学建模过程中首先要培养学生们的创新能力和解决问题的能力。对大部分学生而言,缺乏运用所学知识的能力,即缺乏书本和实际相结合的能力。学生们的综合能力必须提高,在现今社会更加需要的是跨学科性人才,因为他们确实能够解决许多实际问题。特别对数学、计算机和自己专业领域了解非常好的人才,今后会有不可低估的潜能。

#### 1.1.8 数学建模需要掌握的专业基础知识

因数学建模所要解决的问题类型众多,故每一位数学建模者需要具备的知识越广越好。其中使用最多的数学建模基础知识包括以下三个方面。

##### 1. 统计学

在解决众多实际问题时数据资料是十分重要的,因为通过以往的数据资料可以迅速提高对问题的认识。但是,无论是搜集整理数据,还是分析测试数据,统计学均