

高等学校电子信息学科“十三五”规划教材·电子通信类

信号与系统分析

周巧娣 何志伟 编著
杜铁钧 杨宇翔



西安电子科技大学出版社
<http://www.xduph.com>



电子资源

高等学校电子信息学科“十三五”规划教材·电子通信类

信号与系统分析

周巧娣 何志伟 编著
杜铁钧 杨宇翔



西安电子科技大学出版社

内 容 简 介

本书主要介绍确定信号与线性时不变系统的基本概念和基本分析方法,内容上采用从信号到系统、从时域分析到变换域分析的编排方式。

全书共7章,包括绪论、信号、系统、线性时不变系统的时域分析、连续时间系统的傅里叶分析、连续时间系统的 s 域分析、离散时间系统的 z 域分析。

本书可作为高等学校电子信息工程、通信工程、集成电路和光电工程等专业“信号与系统”课程的教材,也可作为相关专业、相关领域工程技术人员的参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统分析/周巧娣等编著. —西安:西安电子科技大学出版社,2018.8

ISBN 978-7-5606-4915-3

I. ① 信… II. ① 周… III. ① 信号分析 ② 信号系统—系统分析

IV. ① TN911.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 126506 号

策划编辑 陈 婷

责任编辑 许青青

出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)

电 话 (029)88242885 88201467 邮 编 710071

网 址 www.xduph.com 电子邮箱 xdupfxb001@163.com

经 销 新华书店

印刷单位 陕西华沐印刷科技有限责任公司

版 次 2018年8月第1版 2018年8月第1次印刷

开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 16.75

字 数 395千字

印 数 1~3000册

定 价 39.00元

ISBN 978-7-5606-4915-3/TN

XDUP 5217001-1

* * * 如有印装问题可调换 * * *

本社图书封面为激光防伪覆膜,谨防盗版。

前 言

“信号与系统”课程是电子信息工程、集成电路、光电工程和通信工程等专业的一门重要的专业基础课。该课程以高等数学、线性代数、复变函数和电路分析等为基础，以系统的观点研究信号处理的数学模型，分析系统输入激励和输出响应之间的关系，主要研究连续时间系统和离散时间系统的时域与变换域分析的基本概念及基本方法。

“信号与系统”课程的特点是：概念和数学公式多，理论抽象，计算复杂。针对该课程的特点，本书尽量用贴近生活的例子讲解概念及公式中各物理量的含义，并在每章(除第1章)的最后一节设置了实例分析；同时，在讲解相关内容时附上了对应的MATLAB程序，以方便读者验证理论。本书重点介绍常用信号和线性时不变系统的特点，进而分析信号作用下系统的响应，旨在培养读者分析信号、分析系统、设计系统以及计算系统响应的能力。

全书共分为七章。

第1章 绪论；

第2章 信号；

第3章 系统；

第4章 线性时不变系统的时域分析；

第5章 连续时间系统的傅里叶分析；

第6章 连续时间系统的 s 域分析；

第7章 离散时间系统的 z 域分析。

本书由周巧娣、何志伟、杜铁钧和杨宇翔共同编著。周巧娣负责全书统稿工作并编写第3章、第5章及附录，何志伟编写第1、2章，杜铁钧编写第4章，杨宇翔编写第6、7章。

在本书编写过程中，杭州电子科技大学信号与系统课程组的钱志华、潘勉和骆新江老师提出了很多宝贵意见，徐璐同学参与了本书部分MATLAB程序的运行、绘图和校对工作，杭州电子科技大学教务处和西安电子科技大学出版社对本书出版也给予了大力支持，在此一并致以诚挚的谢意。

由于作者水平有限且时间仓促，书中难免有欠妥之处，敬请读者批评指正。

作 者

2018年5月于杭州

书中符号说明

$x(t)$: 连续时间系统的输入;
 $y(t)$: 连续时间系统的输出;
 $x(n)$: 离散时间系统的输入;
 $y(n)$: 离散时间系统的输出;
 $f(t)$: 连续时间信号;
 $f(n)$: 离散时间序列;
 $\delta(t)$: 单位冲激信号;
 $u(t)$: 单位阶跃信号;
 $\delta(n)$: 单位冲激序列;
 $u(n)$: 单位阶跃序列;
 $y_{zi}(t)$: 连续时间系统的零输入响应;
 $y_{zs}(t)$: 连续时间系统的零状态响应;
 $y_{zi}(n)$: 离散时间系统的零输入响应;
 $y_{zs}(n)$: 离散时间系统的零状态响应;
 $y(0_-)$: 连续时间系统的起始状态;
 $y(0_+)$: 连续时间系统的初始状态;
 ω : 连续时间信号的角频率;
 Ω : 离散时间序列的角频率;
 T_s, f_s, ω_s : 采样周期、采样频率、采样角频率;
 f_m, ω_m : 带限信号的最大频率、最大角频率;
 T_1, f_1, ω_1 : 周期信号的周期、频率、角频率;
 f_0, ω_0 : 调制解调中载波信号的频率、角频率;
 f_c, ω_c : 滤波器的截止频率、截止角频率;
 $h(t)$: 连续时间系统的单位冲激响应;
 $h(n)$: 离散时间系统的单位样值响应;
 $g(t)$: 连续时间系统的单位阶跃响应;
 $g(n)$: 离散时间系统的单位阶跃响应;
 $H(p)$: 连续时间系统的传输算子;
 $H(\omega)$: 连续时间系统的频率特性;
 $H(s)$: 连续时间系统函数;
 $H(E)$: 离散时间系统的传输算子;
 $H(e^{j\Omega})$: 离散时间系统的频率特性;
 $H(z)$: 离散时间系统函数。

Contents

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 信号、电路与系统	1
1.2 典型系统示例	5
1.2.1 二阶 RC 电路	5
1.2.2 弹簧阻尼系统	5
1.2.3 多级对称电阻网络	6
1.3 系统的分析方法	7
1.3.1 系统的时域分析方法	7
1.3.2 系统的变换域分析方法	8
1.3.3 各种系统分析方法的关联	9
1.4 内容框架与特点	10
习题 1	11
第 2 章 信号	12
2.1 信号描述和分类	12
2.1.1 信号描述	12
2.1.2 信号分类	13
2.2 常用信号及其特征	18
2.2.1 常用连续信号	18
2.2.2 常用离散序列	25
2.3 信号的时域运算	27
2.3.1 信号幅度运算	27
2.3.2 连续信号的微分与积分运算	28
2.3.3 离散序列的差分与累加运算	29
2.3.4 信号的自变量变换	29
2.4 信号的分解	32
2.4.1 信号的奇偶分解	32
2.4.2 连续信号分解成冲激信号	33
2.4.3 离散序列分解成单位样值序列	34

2.5 实例分析	34
习题 2	36
第 3 章 系统	39
3.1 系统描述和分类	39
3.2 线性时不变系统	41
3.3 微分方程和差分方程的建立	45
3.4 传输算子	47
3.5 系统方框图和信号流图	50
3.6 系统实现	58
3.7 实例分析	61
习题 3	67
第 4 章 线性时不变系统的时域分析	71
4.1 连续时间系统的时域分析	72
4.1.1 微分方程的求解	72
4.1.2 起始状态到初始状态的转换	77
4.1.3 连续时间系统的零输入响应与零状态响应	80
4.2 离散时间系统的时域分析	86
4.2.1 差分方程的求解	86
4.2.2 离散时间系统的零输入响应与零状态响应	90
4.3 单位冲激响应与单位样值响应	93
4.3.1 单位冲激响应	93
4.3.2 单位样值响应	98
4.4 卷积积分与卷积和	99
4.4.1 卷积积分及其应用	99
4.4.2 卷积和及其应用	108
4.5 实例分析	114
习题 4	115
第 5 章 连续时间系统的傅里叶分析	120
5.1 信号的正交函数分解	120
5.2 周期信号的傅里叶级数	124
5.2.1 傅里叶级数的三角形式	124
5.2.2 傅里叶级数的指数形式	127
5.2.3 周期信号的频谱	128
5.2.4 傅里叶级数的性质	132
5.3 傅里叶变换	137
5.3.1 典型非周期信号的傅里叶变换	139
5.3.2 傅里叶变换的性质	143
5.3.3 周期信号的傅里叶变换	151
5.4 抽样和抽样定理	154

5.4.1 抽样和抽样信号频谱	155
5.4.2 时域抽样定理	157
5.5 连续时间系统的频域分析	159
5.6 傅里叶变换的应用	164
5.6.1 系统无失真传输	165
5.6.2 理想滤波器	167
5.6.3 调制解调	169
5.7 实例分析	172
习题 5	176
第 6 章 连续时间系统的 s 域分析	182
6.1 拉普拉斯变换	182
6.1.1 从傅里叶变换到拉普拉斯变换	182
6.1.2 常用信号的拉普拉斯变换	186
6.1.3 拉普拉斯变换的性质	186
6.2 拉普拉斯反变换	189
6.3 拉普拉斯变换求解微分方程	194
6.4 拉普拉斯变换分析电路	197
6.4.1 电路元件的 s 域模型	197
6.4.2 用 s 域模型分析电路	199
6.5 系统函数及零极点分析	200
6.5.1 系统函数	201
6.5.2 系统函数的零极点	203
6.5.3 系统的稳定性分析	208
6.6 实例分析	208
习题 6	210
第 7 章 离散时间系统的 z 域分析	213
7.1 z 变换	213
7.1.1 z 变换的定义	213
7.1.2 典型序列的 z 变换	217
7.1.3 z 变换的性质	219
7.2 z 变换与拉普拉斯变换的关系	222
7.3 z 反变换	223
7.3.1 幂级数展开法	223
7.3.2 部分分式展开法	225
7.4 z 变换求解差分方程	228
7.5 系统函数及零极点分析	231
7.5.1 系统函数	231
7.5.2 零极点分析	234
7.6 实例分析	236

习题 7	237
附录一 常用数学公式	240
附录二 MATLAB 基础	242
附录三 信号与系统常用公式	247
附录四 部分习题参考答案	249
参考文献	260



第1章 绪论

当前,我们正处于多元化的信息时代,这个时代的特征是用信息科学与计算机技术的理论和手段来解决科学、经济和工程问题。在信息时代,人类社会围绕信息资源的形成、传递和利用开展信息的获取、交换、传输、处理、存储、再现、控制与利用等活动,而这些活动都离不开信号的分析与处理。换句话说,信息活动就是通过对输入信号的分析与处理,得到另一个对应的输出信号,有时又将该信息活动称为系统处理过程。

1.1 信号、电路与系统

信号与系统的概念出现在各个领域,其思想在很多科学技术领域(如通信、航空航天、电路技术、生物工程、机械控制、声学、地震学、语音和图像处理、能源产生与分配、化工过程控制、工业自动化等)起着很重要的作用。

一般地,信号指电路中传递的信号或信息,如广播信号、电视信号、声音信号、电压信号、电流信号等。更一般地,任何一个自身可以被测量的物理量,或者影响另一个可以被测量的物理量的抽象量,都可以称为信号,如自行车制动拉索的张力、航天器的滚转速率、细胞内酶的浓度、美元兑欧元的汇率、财政赤字等。因此,信号是一个非常宽泛的概念。

系统的作用是将一个信号转换为另一个信号。例如,收音机、音频放大器、调制解调器、麦克风、手机、国际金融体系等都是常见的系统。由电阻、电感、电容等构成的电路就是一种常见的系统,其中的信号为常见的电压或电流信号。又如,人类的声道系统会根据声压的起伏变化而产生声音,我们可以通过拾音器来感受声压的变化,然后将其转换为某种电信号,并经过其他电路系统进行处理(如放大、压缩、传输等)。心电图诊断程序是另一个典型的系统,其输入是数字化的心电图数据,而输出则是心跳频率等的参数估计。

通常,系统的作用是对输入信号进行分析、处理或变换后得到输出信号。以图 1.1-1(a)所示的一阶动态电路(电路中含有电感或电容等动态元件)为例,电路的输入信号为直流电压源信号,当电路在某一时刻发生换路(开关从一条支路切换到另一条支路)时,该电路中电容两端的电压或流过电容的电流可能会形成由一个稳态(起始状态)向另一个稳态(终止状态)变化的动态过程(过渡状态)。图 1.1-1(b)给出了电容两端电压的变化情况,图中的过渡状态实际上是按指数规律上升的过程,其上升速度取决于 R 与 C 的乘积,即 RC 电路的时间常数。

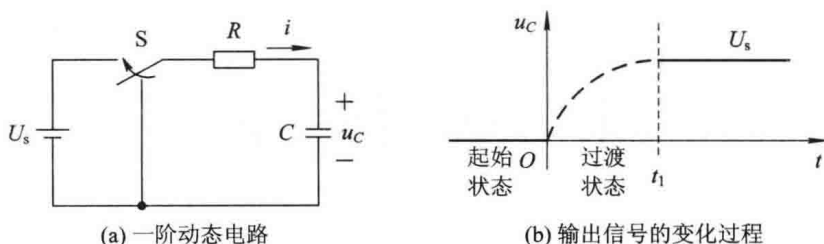


图 1.1-1 一阶动态电路系统和其中的信号变化过程

又如, 图 1.1-2(a)所示的 RLC 串联电路, 当正弦电压信号 u 加到电路的输入端时, 该电路的电流 i 以及电感两端的电压 u_L 、电容两端的电压 u_C 的稳态响应均为与输入正弦电压信号 u 频率相同但幅度和相位发生改变的正弦量。

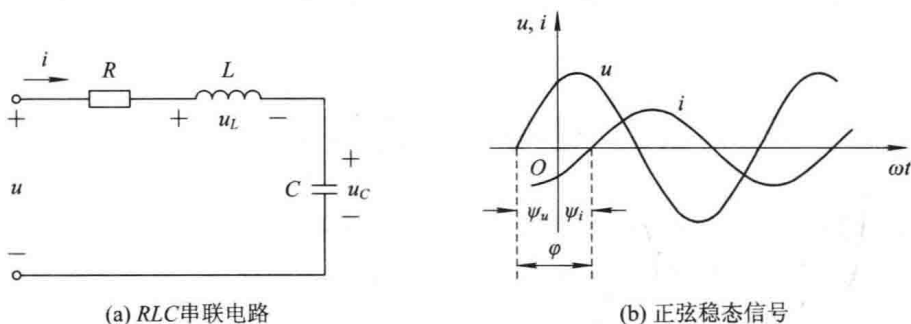


图 1.1-2 正弦稳态电路系统中的信号关系

再看图 1.1-3(a)所示的无阻尼质量-弹簧振动系统, 弹簧的弹性系数为 k , 物体质量为 m , 物体的初始位移为 X_0 。当释放物体后, 假定整个系统无阻尼, 则物体的位移随时间的变化过程可表示为 $x(t) = X_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right)$, 如图 1.1-3(b)所示。

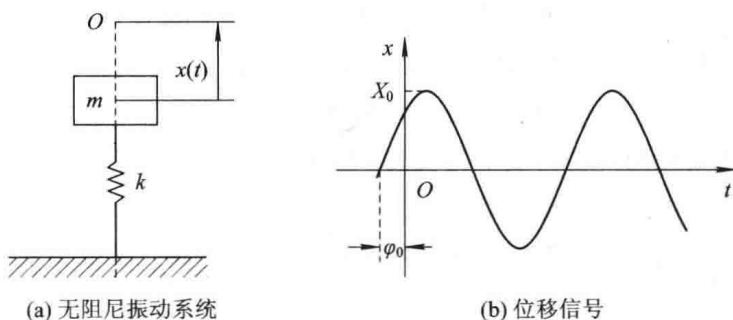


图 1.1-3 无阻尼质量-弹簧振动系统及其位移信号

最后看一个图像采集与处理系统, 如图 1.1-4 所示。

图 1.1-4(a)是一只狒狒的脸部。在实际图像采集过程中, 由于存在抖动和噪声, 因此获得的图像模糊不清, 如图 1.1-4(b)所示。通过后期的图像处理, 我们可以将该模糊图像进行恢复, 从而获得清晰的恢复图像, 如图 1.1-4(c)所示。实际上, 图 1.1-4 可以看作两个不同的子系统: 图 1.1-4(a)到图 1.1-4(b)是图像采集子系统, 而图 1.1-4(b)到图 1.1-4(c)则是图像恢复子系统。

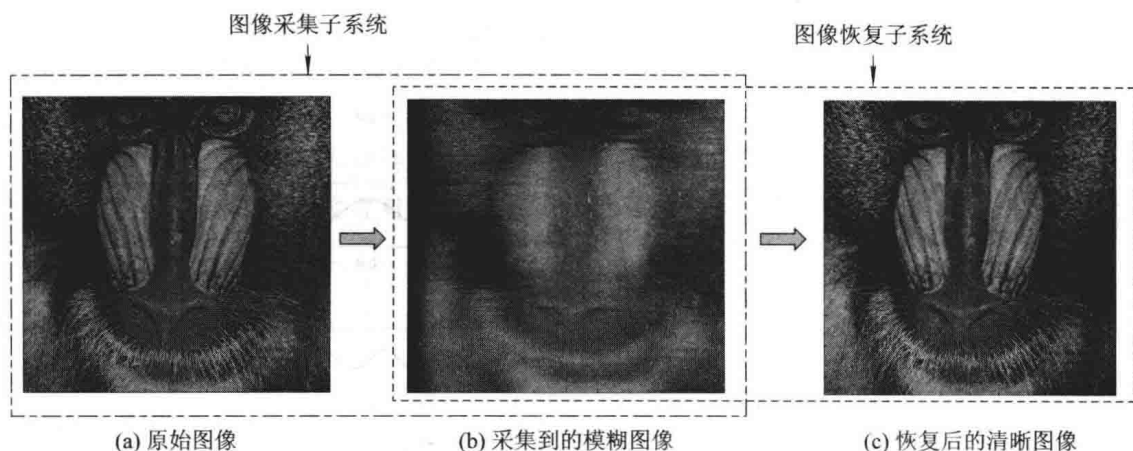


图 1.1-4 图像采集与处理系统

从上述信号以及系统的描述和示例可以看出,虽然在不同领域所表现出的信号与系统的物理性质不同,但有两个基本点是共同的:

(1) 信号总是作为一个或几个独立变量(自变量)的函数而出现,并携带着某些物理现象或物理性质的相关信息;

(2) 系统总会对给定的输入信号作出响应,产生另一个信号或另外几个信号。

本书主要介绍信号与系统的分析方法。

对于信号的分析,一般有两种角度:一种是时域角度,另一种是频域角度。在时域,我们通常将信号看成一种“时间序列”,或者说信号是随时间变化的一系列值,如图 1.1-5(a)所示。这种表示方法可以直观地表征信号在某一特定时刻的值,但不利于描述信号的全局特性。另一方面,如果将图 1.1-5(a)中的信号看成如图 1.1-5(b)所示的具有不同幅度、不同频率的 3 个正弦信号的和,并将不同频率下的幅度图画出来,如图 1.1-5(c)所示,则图 1.1-5(a)中的信号的特性将更易于理解。实际上,图 1.1-5(c)是图 1.1-5(a)中信号的频域表示。在后续的学习过程中,我们将会发现,对信号从频域角度进行分析,有时会起到意想不到的简化效果。

对系统进行分析的基本任务包括如下两个方面:

(1) 对某个特定的系统,关注该系统对不同输入信号处理后得到的输出信号,又称系统对输入信号所作出的响应。例如,对某一电路分析的目的就是求该电路在不同的电压和电流源激励下的响应;汽车要针对不同的油门踏板压力、路面情况和风力大小确定其速度变化情况。

(2) 要求设计出以特定方式对信号进行处理的系统。例如,通信系统中信号通过信道后不同频率成分会发生不同程度的衰减,且信号传输过程中不可避免地混杂有噪声,我们的任务就是要设计出一个信道均衡系统,对这种衰减进行补偿,同时要尽可能地抑制噪声,以使接收端信号与发送端信号一致。在本书中,我们重点关注的是系统对输入信号响应的求解方法。

信号与系统的概念来源于极为广泛的应用,目前已形成了一套较为完整的基本概念、基本理论和基本分析方法。虽然大部分信号与系统问题由具体应用促成,但其中很多概念

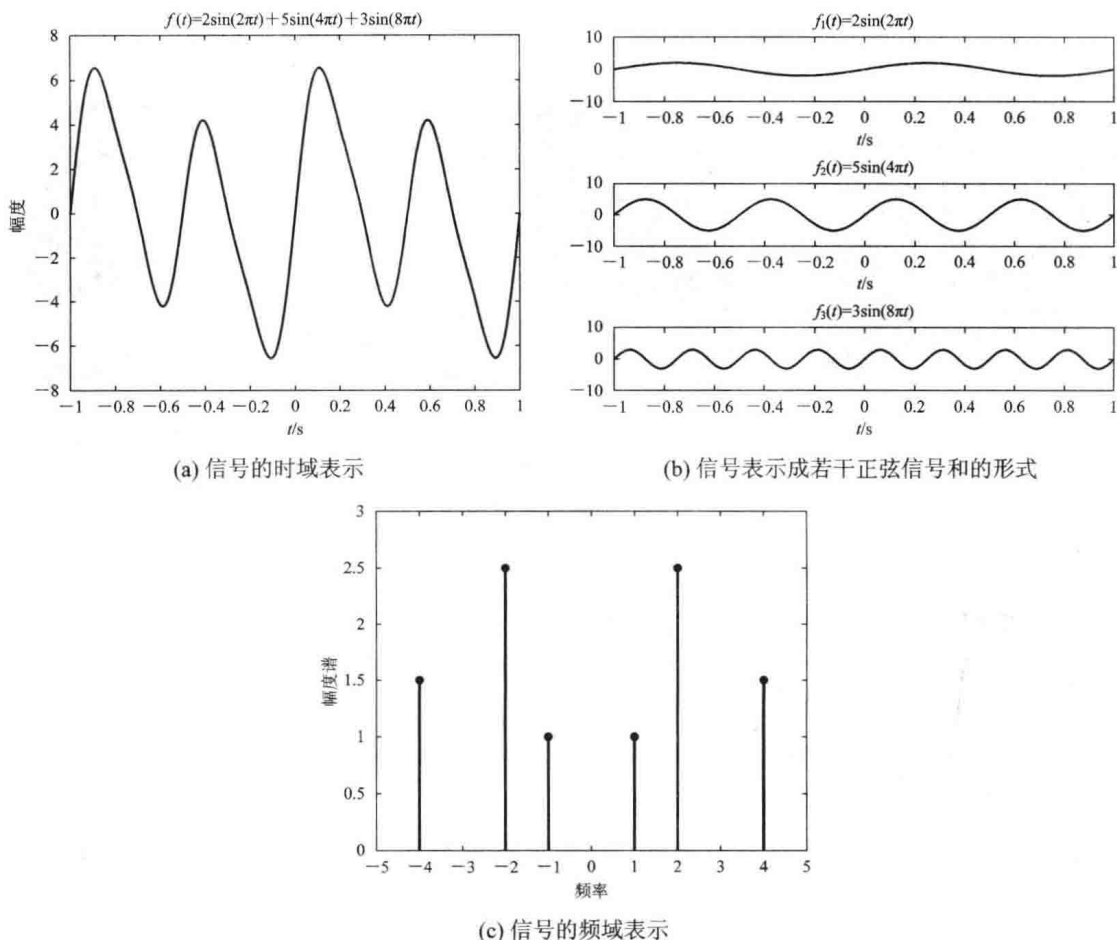


图 1.1-5 信号的不同分析角度

的重要性已大大超出当初所预计的应用领域。例如，本书中将详细讨论的信号与系统的频域分析基础——傅里叶分析方法，于 19 世纪初由傅里叶在对热的传播过程的研究中提出，目前已广泛应用于频谱分析、通信等领域。又如，本书中的另一重要概念“卷积”，原本是线性时不变系统的一种基本时域分析方法，目前已广泛应用于图像分析、深度学习等领域中。

上面给出的例子中，有些系统(如电路)处理的是连续时间信号，而另外一些系统(如心电图系统)处理的则是离散时间信号。实际上，历史上连续时间信号系统与离散时间信号系统是两个并行研究的概念，并各自发展出了不同的分析方法。随着研究的不断深入，连续时间信号系统与离散时间信号系统又可以有机地统一起来，读者应将它们关联起来进行学习，并努力区分它们的异同。

实际中的系统是千变万化的，在一本书中不可能包含所有这些系统的分析内容，因此研究一类具有典型性质的系统的分析方法往往更有实际意义。在本书中，我们重点研究线性时不变系统。该系统是一类在实际应用中具有普遍意义的重要系统，其性质和基本分析方法可以非常方便地推广到其他系统中。

总之，信号与系统分析以数学和物理学为基础，但其发展内涵已远远超出了基本的数学和物理概念。随着新问题、新技术和新机遇的不断挑战，信号与系统分析也在不断地演变和发展。



1.2 典型系统示例

本节将给出三个具有不同性质的典型系统,并试图利用前续课程所学的知识对这些系统进行基本分析,旨在让读者对信号与系统分析有一个基本的概念,并进一步明确信号与系统分析的基本任务。

1.2.1 二阶 RC 电路

二阶 RC 电路系统如图 1.2-1 所示。对于该系统,我们要讨论在不同输入电压 u_i 作用下输出电压 u_o 随时间的变化情况。下面讨论该二阶 RC 电路的数学模型。

根据基尔霍夫电压定律,有

$$R_1 C_1 \frac{du_{C_1}}{dt} + R_1 C_2 \frac{du_o}{dt} + u_{C_1} = u_i \quad (1.2-1)$$

$$R_2 C_2 \frac{du_o}{dt} + u_o = u_{C_1} \quad (1.2-2)$$

从而有

$$R_1 C_1 R_2 C_2 \frac{d^2 u_o}{dt^2} + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2) \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i \quad (1.2-3)$$

令 $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$, $T_{12} = R_1 C_2$, 可以得到

$$T_1 T_2 \frac{d^2 u_o}{dt^2} + (T_1 + T_{12} + T_2) \frac{du_o}{dt} + u_o = u_i \quad (1.2-4)$$

式(1.2-4)为典型的线性常系数二阶微分方程,其解由通解与特解构成。

1.2.2 弹簧阻尼系统

弹簧阻尼系统如图 1.2-2 所示,其中 k 为弹簧的弹性系数, f 为阻尼器的阻尼系数, $F(t)$ 为对质量为 m 的物体所施加的外力, $y(t)$ 为物体的位移。对于该系统,我们要研究在不同外力 $F(t)$ 作用下物体位移 $y(t)$ 随时间变化的过程。

同样地,首先讨论该弹簧阻尼系统的数学模型。

对于弹簧,由胡克定律有

$$F_1(t) = ky(t) \quad (1.2-5)$$

对于阻尼器,有

$$F_2(t) = f \frac{dy(t)}{dt} \quad (1.2-6)$$

对于物体,根据牛顿定律有

$$F(t) - F_1(t) - F_2(t) = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (1.2-7)$$

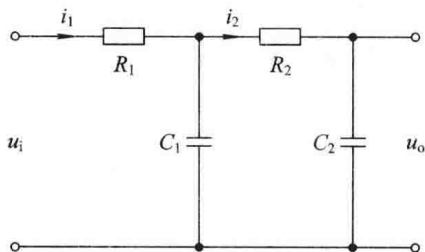


图 1.2-1 二阶 RC 电路系统

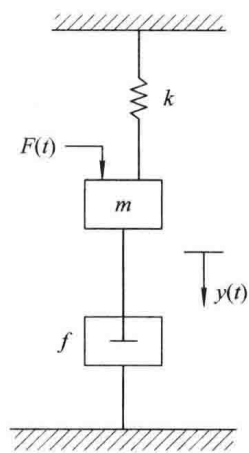


图 1.2-2 弹簧阻尼系统



由此有

$$F(t) - ky(t) - f \frac{dy(t)}{dt} = m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} \quad (1.2-8)$$

即

$$\frac{m}{k} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{f}{k} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{1}{k} F(t) \quad (1.2-9)$$

不难发现, 式(1.2-9)也是一个典型的线性常系数二阶微分方程。换句话说, 图 1.2-1 中的二阶 RC 电路系统与图 1.2-2 中的弹簧阻尼系统是具有完全不同物理性质的两个系统, 但当选定合适的物理参数后, 其数学模型可以一模一样。

实际上, “信号与系统分析”课程中往往不关注系统的具体实现形式, 而是要研究抽象系统的常规分析方法。对于具有不同物理性质的具体系统, 我们可以根据其物理特性, 应用合适的物理定律(定理)对其进行抽象, 从而获得系统的数学模型(对于连续时间线性时不变系统, 往往可以采用线性常系数微分方程来描述), 进而采用合适的系统分析方法, 完成该系统的分析。正是由于这一原因, 除非特别说明, 本书中将主要以电路系统为例来阐述系统的分析方法。

图 1.2-1 和图 1.2-2 是两个典型的连续时间系统, 其表达式如式(1.2-4)和式(1.2-9)所示, 我们通常可以采用微分方程来描述连续时间系统。

1.2.3 多级对称电阻网络

图 1.2-3 所示为多级对称电阻网络, 其各支路电阻都为 R , 每个节点对地的电压为 $u(n)$, $n=0, 1, 2, \dots, N$ 。已知两边界节点对地的电压为 $u(0)=E$, $u(N)=0$ 。对于该系统, 我们希望研究在不同输入电压 E 时的各节点电压情况。

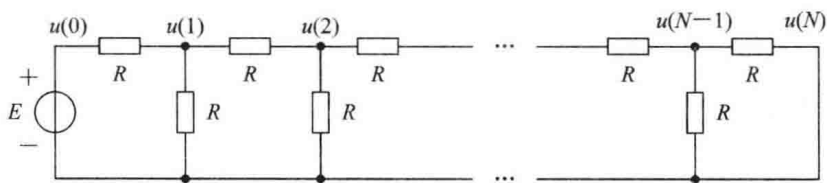


图 1.2-3 多级对称电阻网络

考察其中任一节点 $n-1$, 其部分电路如图 1.2-4 所示。

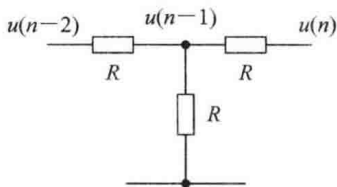


图 1.2-4 多级对称电阻网络中某一节点的部分电路

根据电压和电流的关系, 可以得到

$$\frac{u(n-2) - u(n-1)}{R} = \frac{u(n-1)}{R} + \frac{u(n-1) - u(n)}{R} \quad (1.2-10)$$

整理得到



$$u(n) - 3u(n-1) + u(n-2) = 0 \quad (1.2-11)$$

式(1.2-11)是一个典型的常系数线性差分方程。由于差分方程往往用来描述离散系统,因此图 1.2-3 是一个典型的离散系统。

1.3 系统的分析方法

1.3.1 系统的时域分析方法

对于图 1.2-1 所示的二阶 RC 系统,假设 $R_1=R_2=1\text{ k}\Omega$, $C_1=C_2=1\text{ }\mu\text{F}$, 当输入 u_i 满足

$$u_i(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 5 & (t \geq 0) \end{cases} \quad (1.3-1)$$

时,可以将 u_o 看作上述系统的零状态响应。根据电路原理中零状态响应的求解方法,可以得到

$$u_o(t) = 5 - \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2} e^{-\frac{3-\sqrt{5}}{2} \times 10^3 t} - \frac{5 + 3\sqrt{5}}{2} e^{-\frac{3+\sqrt{5}}{2} \times 10^3 t} \quad (t > 0) \quad (1.3-2)$$

同理,对于图 1.2-3 所示的多级对称电阻网络,可以采用式(1.2-11)所示的差分方程进行建模。根据边界条件 $u(0)=E$, $u(N)=0$, 我们可以方便地求得

$$u(n) = A \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2} \right)^n + B \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2} \right)^n \quad (1.3-3)$$

其中:

$$\begin{cases} A = \frac{-(3-\sqrt{5})^N}{(3+\sqrt{5})^N - (3-\sqrt{5})^N} E \\ B = \frac{(3+\sqrt{5})^N}{(3+\sqrt{5})^N - (3-\sqrt{5})^N} E \end{cases} \quad (1.3-4)$$

我们将这种直接在时间域对系统进行求解的方法称为系统的时域分析方法。换句话说,系统的时域分析方法主要研究在一定的输入信号作用下时域系统的输出随时间变化的情况。系统的时域分析方法具有直观和准确的优点,并可以提供系统时间响应的全部信息。“人眼”对信号的时域变化非常敏感,我们可以通过眼睛从示波器上直观地看到输入信号通过系统后所发生的改变。

然而,当输入信号比较复杂时,上述求解方法往往很难实施。例如,对较复杂的输入信号,式(1.2-4)的特解有可能很难求解。随着人们的对系统分析方法研究的不断深入,目前最为常用的方法是对输入信号进行分解,将输入信号分解成一个个基信号,然后研究系统对于这些基信号的响应,对于线性系统(参见本书第3章),其响应就是这些基信号响应的叠加。具体到时间域来说,就是将输入信号分解成一个个具有不同幅度和不同延时的冲激(样值)函数(参见本书第2章)的叠加,而系统对单位冲激(样值)函数 $\delta(t)$ 的响应 $h(t)$ (简称单位冲激响应,参见本书第4章)是确定的,则对于线性时不变系统(参见本书第3章),其完整响应就是延时后的单位冲激(样值)响应通过幅度加权后的叠加,这个过程实



际上就是我们将在第 4 章中介绍的“卷积”和“卷积和”的概念。

1.3.2 系统的变换域分析方法

对于图 1.2-1 所示的二阶 RC 电路, 当输入为正弦信号 $u_i = A \cos(\omega t + \varphi)$ 时, 可以采用前述求微分方程通解和特解的方法来求解输出信号, 这里我们采用更方便的相量法对该电路进行求解。由于输入信号的相量可表示为

$$\dot{U}_i = \frac{1}{\sqrt{2}} A \angle \varphi \quad (1.3-5)$$

由电路理论, 根据原电路的相量模型可以得到

$$\begin{aligned} \dot{U}_o &= \frac{\frac{1}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C_1} // \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)}{R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} // \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)} \dot{U}_i \\ &= \frac{1}{j\omega R_1 (C_1 + C_2) - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + j\omega R_2 C_2 + 1} \dot{U}_i \end{aligned} \quad (1.3-6)$$

从而可以方便地得到 $u_o(t)$ 的时域形式。

上述相量法求解过程, 实际上是先将时域信号表示为相量域信号, 然后在相量域直接对电路进行求解, 最后将求得的输出相量转换回时域。这种将时域问题转换到非时域的方法称为系统的变换域分析方法。

相量域是变换域中较为简单的一种。在相量域中, 我们只考虑将单一频率的正弦信号作为输入, 而当输入信号包含更多的频率成分(实际系统的输入往往如此)时, 相量域分析方法即可推广为傅里叶级数和傅里叶变换(又称频率域变换)分析方法(参见本书第 5 章)。与相量域分析方法一样, 在傅里叶变换分析方法中, 我们首先需要将输入信号从时域变换到傅里叶域, 然后在傅里叶变换域中对系统进行求解并最终变换回时域。实际上, 信号的傅里叶变换是信号在频率域的一种分解形式: 在傅里叶变换中, 我们将信号分解为一个具有不同幅度、频率和相位的三角函数信号(参见图 1.1-5), 而系统对每一个三角函数信号的响应可以根据相量法求解, 则对于线性时不变系统, 其完整响应就是这些三角函数信号响应的叠加。

然而, 傅里叶变换要求输入信号必须绝对可积。换句话说, 当原信号不满足绝对可积条件时, 其傅里叶变换不存在。此时我们将其乘以一个指数衰减信号 $e^{-\sigma t}$ 即有可能再次满足绝对可积条件。也就是说, 原信号经指数衰减后的信号其傅里叶变换是存在的, 而这一变换过程实际上就是我们后面将要学习的拉普拉斯变换(又称复频域变换, 参见本书第 6 章), 因此, 拉普拉斯变换又是傅里叶变换的进一步推广。傅里叶变换和拉普拉斯变换是本书中非常重要的两种连续时间系统变换域分析方法。

对于离散时间系统, 也相应地存在一种常用的重要的变换域分析方法, 即 Z 变换分析方法(参见本书第 7 章)。

在后面的学习中我们将会发现, 系统的变换域分析方法有时比时域分析方法更为简洁, 另一方面, 我们也可以从变换域角度加深对系统特性的理解。