

中小学教师教学技能实训系列教材

丛书主编 章苏静

# 数学教师 专业技能实训

主编 巩子坤 陈碧芬 章勤琼

非外借



科学出版社

中小学教师教学技能实训系列教材

丛书主编 章苏静

# 数学教师专业技能实训

主 编 巩子坤 陈碧芬 章勤琼

副主编 李国强 朱 哲 唐恒钧

科学出版社

北 京

## 内 容 简 介

本书是基于《中小学和幼儿园教师资格考试标准(试行)》和《数学学科知识与教学能力(笔试部分)》等教育部文件,以及大学数学与应用数学专业(师范)的培养目标,为满足数学与应用数学专业教学技能实训、数学教师专业技能提升而开发、撰写的。

本书可以作为数学教师资格考试参考书、大学数学与应用数学专业学生的教学技能实训教材、教师培训教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

数学教师专业技能实训 / 巩子坤, 陈碧芬, 章勤琼主编. —北京: 科学出版社, 2018.2

中小学教师教学技能实训系列教材

ISBN 978-7-03-056556-3

I. ①数… II. ①巩… ②陈… ③章… III. ①中小学-数学教学-教学研究-师范大学-教学参考资料 IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 028248 号

责任编辑: 任俊红 李淑丽 孙翠勤 / 责任校对: 桂伟利  
责任印制: 霍 兵 / 封面设计: 华路天然工作室

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

**北京密东印刷有限公司** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2018 年 2 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2018 年 2 月第一次印刷 印张: 20

字数: 486 000

定价: 45.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 前 言

知与行的关系被先哲们辩论了很多年：或曰“知易行难”，或曰“行易知难”，或曰“知行合一”。谁不知“知行合一”好，只是做起来十分困难罢了。本书从萌意到成稿的艰辛历程，再一次验证了这个恒久不变的真理。

2012年伊始，浙江省等成为第一批先行先试的省份：取消师范生的身份，所有大学生，即便是传统意义上的师范生，即便是在大学里学习了教育学、心理学、学科教学论，即便是参加了教育实习，即便是上述所有的课程都获得了优秀的成绩，也并不能够必然地获得教师资格证；要获得教师资格证，必须参加全国统一组织的“教师资格考试”，先笔试，再面试，两者都过关了，才能够获得证书。教师资格证制度热情地扑面而来：准备好也罢，不欢迎也罢，它就这样地呼啸而来了。

2013年初，来自吴越大地的一批数学教育同仁，汇聚西子湖畔，研讨数学教育的诸多话题：或曰数学课程改革，或曰教师专业发展，或曰师范生培养。他们是浙江师范大学的唐恒钧博士、朱哲博士、陈碧芬博士、俞向军博士，温州大学的章勤琼博士，杭州师范大学的李国强博士、巩子坤博士等。因为均从事数学教育研究，因为均给本科生开设“数学教育学”“数学课堂教学技能实训”等课程，又都承担着辅导学生参加“教师资格证”考试的任务，面临着教材空缺这样一个实际，于是大家不约而同地提出，自己动手，编写一本数学课堂教学技能实训的教材。这就是编写教材的最初动机了。既然是好的想法，那就付诸实施吧。然而，个中辛苦，一言难尽，不一而足。

比如，为了提出一个较为完善的教材框架，大家就讨论了多次，也讨论了较长的时间，有半年左右吧。我们觉得这是值得的。比如，为了找到好的案例，大家反复推敲，一再改变。比如，完成初稿后，我们交换作者通读，提出修改建议，这又花费了近半年的时间。比如，如何处理“案例”的事情，也让我们颇费脑筋。这个过程说明，好的想法要有好的结果，就需要好好地付出。这4年的历程历历在目，这4年的桩桩件件告诉我们：我们是在好好地付出了，我们已经做出了最大努力。是否是好的结果，请读者评判。

本书分为基础篇、设计篇、实训篇。基础篇侧重数学课程与教学的基础知识；设计篇侧重数学教学设计的理论、过程与方法，以及上述理论的具体应用；实训篇侧重课堂教学技能的训练。这三篇是层层递进的：数学、数学课程知识、数学教学知识是开展教学设计的理论指导；教学设计则为开展课堂教学技能实训提供了方法论指导。基础篇侧重理论，技能篇侧重实践，设计篇作为中介，搭建了从理论到实践的桥梁，为理论到实践的转化提供了方法论的基础。我们反对脱离理论的盲目的技能实训，也反对不能指导实践的空洞的理论。我们试图通过设计来构建理论与实践之间的联系，密切理论与实践之间的关系，因而，“走向实践的理论”成为我们的诉求，也成为本书的鲜明特色。

“基础篇”按照数学课程知识、学科知识、学习知识、教学知识展开。但是，考虑到与“设计篇”内容可能重复，故去掉了学习知识，而在设计篇中，有关不同数学内容的教学设计，再来介绍诸如概念学习、命题学习、技能学习等数学学习知识。

数学课程知识一章，首先简要回顾了中华人民共和国成立以来，我国数学课程改革发展的历程，以期对数学课程的发展有一个概貌性的了解；然后通过比较《全日制义务教育数学课程标准（实验稿）》与《义务教育数学课程标准（2011年版）》的变化，揭示了数学课程改革的理念与目标，梳理了数学课程设计、课程实施所发生的变化；最后，基于比较研究，概括了数学课程改革的国际趋势。

数学学科知识简要介绍了数学学科的特点，着重介绍了基础教育阶段数学课程内容中，“双基”“四基”的内涵，以及从“双基”到“四基”的变化。

数学教学知识这一章，首先对数学教学进行了概述，然后分别概括性地介绍了数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个内容模块的教学，每一个模块，均包含两个方面，一是内容主线，二是教学中应该注意的几个问题。

“设计篇”主要包括教学设计的理论、过程、方法，以及上述理论的具体应用。教学设计理论的具体应用，从两个方面展开：一是按照数学知识的类型分类，分为概念、命题、技能等知识的教学设计。在介绍不同类型知识的教学设计时，均介绍了这些知识的学习过程，这就弥补了第一篇中数学学习方面内容的不足；二是按照教学模式分类，分为讲授课、活动课等。

第5章、第6章是教学设计概述，分别介绍了教学设计的理论基础与基本内容。教学设计的理论基础，主要介绍的是学习的理论基础，因为我们认为教以学为基础，明白了学习的过程、学习的规律、学习的内部条件，才能够通过教学设计，规划合理的外部条件，进而促进学生的学习。这里，设计理论的介绍没有涉及，是一个遗憾。我们比较详细地介绍了教学设计的内容，包括需求分析、目标确定、活动（任务）设计、策略选择、过程安排、评价设计等。我们建议，作为数学专业的学生，应该好好读读这两章的内容，避免一谈教学设计，就马上落入经验主义的泥潭。仅就目标确定来说，就值得我们思考从教学设计的角度出发，目标是怎样确立的，是怎样表述的。

第7章、第8章是教学设计理论、原则、方法的具体运用。“不同数学内容的教学设计”针对不同的内容，从两个方面展开：一是该内容的学习过程（学习心理），二是基于学习过程与教学设计理论、原则的教学设计。“不同教学模式的设计”这一章选取了几种经典的教学模式，分别从以下两个方面展开：一是该模式的基本结构，二是例说该模式的结构。

如果说，前面两篇侧重于教学设计的理论、服务于教师资格证考试的“笔试”的话，那么，“实训篇”内容则侧重于教学的课堂实践、着力于技能的训练与掌握、服务于考试的“面试”。本篇又可以分为两个部分：第9章至第12章为宏观实训；第13章至第19章为微观实训。实训的所有篇章是按照这样一个顺序来安排的：首先呈现一个具体案例，以期读者能够对该技能有一个直观的了解与感受；然后，介绍该技能是什么，比如模拟上课的内容与环节、说课的内容、说题的内容、指导学生的内容、观察与倾听的内容等；再后，阐明怎样做，也就是该技能的操作程序是什么，注意事项是什么，“是什么”是相对静态的陈述性知识，“怎样做”是动态的程序性知识；最后，提供实训的项目，明确了实训的目的，以期通过实训达到掌握该技能的目标。

宏观实训，是从课堂教学的整体来设计的，包括模拟上课、说课、说题、评课等，这是目前比较常用的考试与应聘技能。

微观实训，主要是从一堂完整的课堂教学来展开的，是从一堂课铺排的先后顺序来安排的：先创设情境；然后展开讲解，间或提问启发，适时指导，细心观察与倾听；最后，进行

总结与拓展. 这是课堂教学的具体技能, 这是课堂教学的一个个片段, 就是这些片段构成了完整的课堂, 就是这些技能塑造了课堂的灵与魂. 这些技能是教学理论、教学设计理论的具体体现, 也是课程理念、课程知识的折射, 因而, 踏踏实实地训练、掌握这些技能, 是职初教师走向专业化的敲门砖与必经之路.

具体分工如下: 第1章由巩子坤、汪清、林永伟编写, 第2章由巩子坤、杨婷、肖春和、林永伟编写, 第3章、第9章由李国强编写, 第4章、第8章由章勤琼编写, 第5章由巩子坤、范建辉编写, 第6章、第19章由唐恒钧编写, 第7章由巩子坤、李宁宁、谢欢碧、林永伟编写, 第10章、第11章、第14章由陈碧芬编写, 第12章、第15章、第16章、第18章由朱哲、胡静、叶玲菊编写, 第13章由刘光林编写, 第17章由李津、王云剑、林永伟编写. 我的研究生李硕鑫、汪恋一、王梦佳、王莉莉、徐丽、滕林林、李冬冬、陈冬冬、殷文娣通读了书稿, 在此对他们的工作表示感谢.

感谢这个团结的、富有奉献精神的团队. 写书是一件十分劳神的工作; 大家不计付出, 不计功利, 为了数学教育, 承一份担当, 尽一些绵薄. 有了这样一个好的开头, 相信我们接下来会走得更远、更好.

感谢杭州师范大学教育学院的章苏静教授, 她最初的鼓励, 她提供的经费支持, 才使得本书由设想变成了现实.



2017年7月1日于新安嘉苑

# 目 录

## 一、基础篇

|     |             |    |
|-----|-------------|----|
| 第1章 | 绪言          | 3  |
| 第2章 | 数学课程知识      | 10 |
| 2.1 | 我国数学课程改革概述  | 10 |
| 2.2 | 数学课程的理念与目标  | 15 |
| 2.3 | 数学课程的设计与实施  | 21 |
| 2.4 | 数学课程改革的国际趋势 | 23 |
| 第3章 | 数学学科知识      | 26 |
| 3.1 | 数学学科的特点     | 26 |
| 3.2 | 从“双基”到“四基”  | 30 |
| 第4章 | 数学教学知识      | 43 |
| 4.1 | 数学教学概述      | 43 |
| 4.2 | 数与代数的学与教    | 48 |
| 4.3 | 图形与几何的学与教   | 52 |
| 4.4 | 统计与概率的学与教   | 55 |
| 4.5 | 综合与实践的学与教   | 59 |

## 二、设计篇

|     |             |     |
|-----|-------------|-----|
| 第5章 | 教学设计概述      | 63  |
| 5.1 | 教学设计的理论依据   | 63  |
| 5.2 | 教学设计的原则与方法  | 69  |
| 第6章 | 教学设计的内容     | 72  |
| 6.1 | 任务分析        | 72  |
| 6.2 | 教学目标确定      | 77  |
| 6.3 | 教学策略与方法选择   | 79  |
| 6.4 | 教学过程设计      | 81  |
| 6.5 | 教学活动设计      | 88  |
| 6.6 | 教学评价设计      | 90  |
| 6.7 | 教学设计的书写规范   | 101 |
| 第7章 | 不同数学内容的教学设计 | 103 |
| 7.1 | 概念的教学设计     | 103 |
| 7.2 | 命题的教学设计     | 110 |
| 7.3 | 技能的教学设计     | 116 |
| 7.4 | 问题解决的教学设计   | 125 |

|                       |     |
|-----------------------|-----|
| 第 8 章 不同教学模式的设计 ..... | 132 |
| 8.1 讲授式教学模式 .....     | 132 |
| 8.2 讨论式教学模式 .....     | 138 |
| 8.3 活动式教学模式 .....     | 143 |
| 8.4 探究式教学模式 .....     | 148 |
| 8.5 复习课教学模式 .....     | 153 |

### 三、实训篇

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 实训篇之一：宏观实训 .....         | 161 |
| 第 9 章 模拟上课 .....         | 161 |
| 9.1 模拟上课案例呈现 .....       | 161 |
| 9.2 何谓模拟上课 .....         | 162 |
| 9.3 模拟上课的实施 .....        | 164 |
| 9.4 模拟上课实训 .....         | 169 |
| 第 10 章 说课 .....          | 173 |
| 10.1 说课案例呈现 .....        | 173 |
| 10.2 何谓说课 .....          | 183 |
| 10.3 说课的实施 .....         | 185 |
| 10.4 说课实训 .....          | 194 |
| 第 11 章 说题 .....          | 196 |
| 11.1 说题案例呈现 .....        | 196 |
| 11.2 何谓说题 .....          | 200 |
| 11.3 说题说什么：内容 .....      | 201 |
| 11.4 说题怎样说：模式 .....      | 203 |
| 11.5 说题实训 .....          | 205 |
| 第 12 章 评课 .....          | 206 |
| 12.1 评课案例呈现 .....        | 206 |
| 12.2 评课概述 .....          | 208 |
| 12.3 如何评课 .....          | 210 |
| 12.4 评课技能实践 .....        | 220 |
| 12.5 评课实训 .....          | 220 |
| 实训篇之二：微观实训 .....         | 222 |
| 第 13 章 情境创设 .....        | 222 |
| 13.1 情境创设案例呈现 .....      | 222 |
| 13.2 情境创设的原则、类型与方法 ..... | 225 |
| 13.3 情境创设实训 .....        | 233 |
| 第 14 章 讲解 .....          | 239 |
| 14.1 讲解案例呈现 .....        | 239 |
| 14.2 讲解的基本要求 .....       | 241 |
| 14.3 讲解技能实训 .....        | 249 |

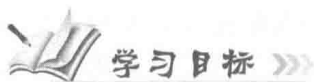
|                              |     |
|------------------------------|-----|
| 第 15 章 提问与启发 .....           | 252 |
| 15.1 提问案例呈现 .....            | 252 |
| 15.2 基于认知水平的提问类型 .....       | 253 |
| 15.3 基于 SOLO 模式的学生回答类型 ..... | 255 |
| 15.4 问与答的互动性与有效性 .....       | 256 |
| 15.5 提问技能实训 .....            | 260 |
| 第 16 章 数学学习指导 .....          | 261 |
| 16.1 指导案例呈现 .....            | 261 |
| 16.2 数学学习指导 .....            | 265 |
| 16.3 作业指导 .....              | 271 |
| 16.4 指导技能实训 .....            | 273 |
| 第 17 章 观察与倾听 .....           | 274 |
| 17.1 观察与倾听案例呈现 .....         | 274 |
| 17.2 课堂观察的内容与方法 .....        | 275 |
| 17.3 倾听的内容与方法 .....          | 280 |
| 17.4 观察与倾听技能实训 .....         | 285 |
| 第 18 章 总结 .....              | 286 |
| 18.1 总结案例呈现 .....            | 286 |
| 18.2 课堂总结介绍 .....            | 287 |
| 18.3 总结技能实训 .....            | 293 |
| 第 19 章 教学板书 .....            | 296 |
| 19.1 教学板书案例呈现 .....          | 296 |
| 19.2 何谓教学板书 .....            | 297 |
| 19.3 教学板书的设计 .....           | 300 |
| 19.4 教学板书的技能实训 .....         | 305 |
| 参考文献 .....                   | 307 |

## 第七章 结 束

### 一、基础篇



# 第1章 绪 言



- (1) 了解何谓教师的专业技能;
- (2) 了解在国际比较研究中显示出来的中国学生的优势与不足;
- (3) 了解教师专业方面的优势与不足, 理解数学课程的理念与目标;
- (4) 清楚本书的结构与框架.

什么是教师专业技能? 如何提升教师的专业技能? 这是我们开展教师专业技能实训首先需要清楚的问题. 本章将首先基于《中学教师专业标准》来廓清“教师专业技能”这个核心概念, 解说教师专业技能的含义与包含的基本内容. 在清楚了这个概念后, 为了有针对性地提升教师的专业技能, 我们又从国际比较的视角, 分析了中国学生数学学习的优势与不足、中国数学教师的优势与不足, 从而明白哪些是我们的优势、哪些是国外的优势. 我们的优势需要保持、发扬与学习, 而不足则需要改善与弥补. 这样, 在开展教师技能实训的时候, 就能够用国际视野看问题, 做到扬长补短, 有的放矢.

## 1. 教师专业技能

21 世纪的竞争实质上是人才的竞争, 是一个民族素质的竞争. 人才从何而来? 民族的素质又从何提升? 归根到底源自教育. 拥有一支高素质的教师队伍, 才能真正提高教育教学质量, 从而提高民族的素质. 那么, 如何提高教师的专业素质呢? 这就要从提高教师的专业技能说起.

《中学教师专业标准》提出中学教师必须秉持的四个基本理念: 学生为本、师德为先、能力为重、终身学习. 这四大理念也作为教师专业标准的根本出发点. 首先, 最重要的就是学生为本, 这完全契合新课标提出的以人为本的理念, 也就是说, 从关注课本转向关注学生, 在教学中需要突出学生的主体地位, 关注每一位学生的全面发展. 其次, 师德为先. 以身作则, 为人师表, 教书更育人, 育人在育德, 从古至今, 教师高尚的师德都为教师赢得了社会的认可和尊重. 可以认为师德是教师安身立命之本, 是教师专业的中流砥柱. 能力为重和终身学习, 强调教师对于教与学孜孜不倦的态度, 不断完善自己, 丰富教学经验.

整个标准从 3 个维度, 14 个领域对中学教师提出 61 项要求. “3 个维度”分别是: “专业理念与师德”“专业知识”和“专业能力”. 每个维度下都有若干个领域, 在每个领域之下, 又提出了若干个基本要求. 这 61 项具体要求涵盖了教师技能的各个方面. 在专业理念与师德维度下, 除了包括一些教师所必须具备的教学理念, 还包括教师的个人修养与行为规范, 强调个人修养对于教师职业的重要性, 强调师德对于教师职业的不可或缺性; 在专业知识维度下, 所分的领域类似于学科教学知识理论对于教师知识的分类, 有常见的教育知识、学科知识、学科教学知识. 值得注意的是教师要具备通识性知识. 比如说需要具备相应的自然科

学和人文社会科学知识，具有相应的艺术欣赏与表现知识等，这对于教师的知识结构又提出了新的要求，也促进教师不断学习，拓宽知识领域。在专业能力维度下，可以概括为教师应该具备四种能力，一是教学能力，这是教师职业最基本的能力，也是教师工作的核心；二是开展班级管理和其他教育活动的能力——师生关系、班风学风等因素都会潜在影响教师的工作质量；三是人际交往能力，知识总是在交流中传授的，想法也是在交流中获得的，教师的交际对象不仅仅是学生、同事，也有家长、社会等，教学工作的顺利开展需要各方面协调，因此教师需要具备一定的交流合作能力；四是自我发展能力，终身学习，更新知识与观念，适应工作的需要。教育是国家发展的基石，教师专业发展是教育的基石。21 世纪，教师扮演的角色越来越多，比如班级管理者、课程研究者、学习合作者、家长代理人等，集多重身份于一体。学校即社会，社会即学校，多重身份对教师所掌握的知识提出更高的要求，多种角色间的转换对教师所具备的能力提出了巨大的挑战，不仅存在教学上的挑战，还有教学理念上的挑战，更有师生沟通上的挑战，正是艰巨的挑战任务促使教师不断发展，从理念到技能，全方面武装起来，才能从容应对新时代带来的挑战。

2. 我国学生数学学习的优势与不足

中华民族拥有博大精深的文化传统，中国的数学教育就植根于这片沃土中。我国的数学教育，最早出现在夏商时期，已经走过了 3000 多个春秋。在古代学堂“必修”的六艺中，已经有了数学的影子，礼、乐、射、御、书、数，“书”与“数”为小艺，都作为基础文化课，在古人眼里，“数”就是一种艺术，这也充分说明了数学在古代教育中的地位。在数学著作方面，《九章算术》代表了中国古代数学的极高成就，成为中华民族灿烂文化的缩影。

20 世纪 90 年代以来，我国学生参加了国际数学竞赛与数学教育测试，均取得了较为优秀的成绩，2009 年中国上海的学生首次参加 PISA（国际学生评估项目）数学项目就勇夺冠军，2012 年又成功卫冕，这引起了国际数学界的高度重视。“两连冠”是否能够说明我国的数学教育已经达到了世界领先水平？我国学生到底在哪些方面强于国外学生，又在哪些方面表现得不够优秀？针对这些问题，许多学者都进行了很有价值的研究。

1995 年，蔡金法运用了 3 类任务去检测美国学生和中国学生的数学表现，内容包括 3 部分：①20 个多项选择题，以检测计算技能；②18 个多项选择题，以检测简单的问题解决技能；③7 个开放性问题，以检测复杂的问题解决技能。研究表明，中国学生在计算和解决简单问题上的表现优于美国学生，在解决复杂的、开放性问题方面，则不如美国学生。

5 年之后，蔡金法又做了一份相关的研究，比较中美学生在解决 4 种类型的任务的表现，实验结果如表 1-1 所示。

表 1-1 中美学生在解决 4 种类型的任务的表现

| 国家 | 计算  | 简单问题解决 | 过程受限的<br>复杂问题解决 | 过程开放的<br>复杂问题解决 |
|----|-----|--------|-----------------|-----------------|
| 美国 | 48% | 57%    | 54%             | 61%             |
| 中国 | 88% | 77%    | 75%             | 57%             |

（简单问题举例：哪一个表达式是正确的：赵民比周祥多了 5 个弹子。①赵民的弹子数=5+周祥的弹子数；②赵民的弹子数+5=周祥的弹子数；③赵民的弹子数+周祥的弹子数=5；④赵

民的弹子数=5. 过程受限的复杂问题举例: 见下面的“比萨饼问题”. 过程开放的复杂问题举例: 见下面的“门铃问题”.)

研究发现, 中国学生在3类任务中表现优于美国学生, 尤其在计算问题中, 完全压倒美国学生; 在简单问题解决和过程受限的复杂问题解决中, 也大幅度领先于美国学生. 只有在过程开放的复杂问题解决中, 美国学生的表现要好于中国学生, 而这一任务具有新奇性, 需要足够的创意. 这一结果与5年前的研究结果, 具有一致性.

华人学者做过一项称作“门铃问题”的研究: 在一次聚会中, 客人随门铃声进入会场. 第1次铃声, 1个客人进入会场. 第2次铃声, 3个客人进入会场. 第3次铃声, 5个客人进入会场. 第4次铃声, 7个客人进入会场. 这样继续下去, 后一次铃响时进入的客人总是比前一次铃响时进入的客人多2个人. ①在第10声铃响时, 多少客人进入会场? 解释你的解答过程. ②写出一个公式或者文字描述怎样找出每次铃响时进入会场的人数. ③在第几次铃响时, 有99位客人进入会场? 结果表明, 中美两国的学生采用了不同的解决问题策略, 中国学生更加喜欢运用抽象策略, 而美国学生更加倾向于运用具体策略. 考虑到门铃问题本身的性质, 采用具体策略更易于产生解答上的错误, 而正是因为中国学生采用了合适的策略使得他们在解答上优于美国学生.

蔡金法做了一项“比萨饼问题”研究. “有3块同样大小的比萨饼(提供3个比萨饼的图, 见图1-1), 7个女孩平均分两块比萨饼, 3个男孩平均分一块比萨饼. 每个男孩和每个女孩是否得到同样多的比萨饼? 如果不同, 谁得到的多? 解释你的解答过程.” 研究表明, 超过90%的中国学生直接比较 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{2}{7}$ , 通过通分比较两个分数的大小, 或者化成小数比较大小. 而只有20%的美国学生采用了这种常规方法. 绝大部分的美国学生采用了3种方法.

方法一:



方法二:



方法三:



图1-1 美国学生采用的3种方法

G—女孩; B—男孩

从两国学生对于 $\frac{1}{3}$ 与 $\frac{2}{7}$ 的比较中发现, 尽管常规方法能够更加有效地解决类似问题, 但是并没有显示出足够的创造性, 我国学生受教学中思维定式影响明显; 相反, 美国学生表现出足够的创造力, 但是这些方法未必就能解决其他类似的问题. 这也说明了中国课堂教学在培养学生常规策略上的有效性, 美国课堂教学在培养学生创造性思维上的有效性. 中国学生在问题解决中不愿意冒风险, 容易根据思维定式来解决问题, 习惯应用更加常规的解决方法, 当老师提出要多种解决方法时候, 中国学生能够拿出多种方案.

以上是从华人学者的研究来看中国学生数学学习的优势和短板,之后我们再从大型的国际性教学评价中来看中国学生的表现。

从大型国际比较研究中我们发现,中国学生总体上是名列前茅的,但是我们还是存在一些方面的不足,比如说国际教育进展评价(IEAP),学生分成9岁组和13岁组,主要考查5个领域的知识:数与运算、测量、几何、数据分析和统计与概率、代数与函数。值得注意的是在13岁组中,我国学生在数与运算、测量、几何方面、代数与函数方面都是第一,但是在数据分析和统计与概率方面就表现不佳,仅仅是第十位,与其他内容的排名形成强烈的对比。

在2011年,来自全球的63个国家和地区以及14个基准教育实体参加了TIMSS,中国香港、中国台北的4年级、8年级的学生也参加了,结果表明,无论是哪个年级组,香港、台北的学生都进入了前五名。值得关注的是亚洲的学生表现抢眼,两个年级段的前五名都是由亚洲人包揽:新加坡、韩国、中国香港、中国台北、日本。中国学生在内容领域和认知领域的总体表现都非常好,但是其中几何方面的表现不太好。

中国学生虽然在TIMSS的成绩非常优异,但是所表现出来的数学学习态度相对负面。按照正常的教学规律,积极正面的学习态度对取得好的成绩有着重要影响,而中国学生却呈现出了一种不对称现象。TIMSS的结果显示,台湾只有23%的学生对学习是一种积极的态度,香港只有28%,而国际平均水平达到了37%。台湾只有11%的学生有信心学好数学,香港是14%,而国际平均水平达到了18%。从这些数据对比中我们发现,中国学生在情感态度价值观方面有所欠缺,对于数学学习的态度比较消极,信心明显不足。

而在PISA2012中,上海学生在数学方面的测试成绩领先第二名新加坡多达40分,以绝对的优势夺冠。通过分析具体数据我们发现,在内容维度上,上海学生在空间和图形、变化和关系、数量、不确定性和数据等四个内容上的平均成绩都名列第一。但相对而言,上海学生在数量、不确定性和数据这两个领域的得分,要低于空间和图形、变化和关系。在过程维度上,数学化的情境表述,运用数学概念、事实、步骤和推理,解释、应用和评价数学结果,上海学生得分也都名列第一,但在解释、应用和评价数学结果这个过程部分的得分,明显低于其他两个数学思维过程部分的得分。

在国际奥林匹克数学竞赛中,从2000年到2015年,在这16年中,我们只让冠军旁落了4次,当之无愧的IMO霸主,这说明中国具有一整套完善的奥赛冠军培养体系,包括苗子的选拔,教练的指导,有效的训练等。的确,我们盛产学霸,应试能力出众,但这并不能说明中国盛产英才。

在东亚地区,各国都比较重视基础的学习,不会有人来否认基础的重要性,中国则更加强调双基的数学教学,在几千年中国传统文化的影响下,逐渐形成了以“双基”为核心的中国数学教育。双基就是基础知识和基本技能。双基的教学目标就是使学生能够快速、准确地解答数学问题,而考试则顺理成章地成了双基落实的试金石,因此我们经常可以在课本中见到这样的话“看谁做得又快又好”。其实就是一种变相的“最优化原则”,用最少的时间解答出最多的问题,在这“高效率”的背后就需要获得最大的解题能力。而解题能力正是双基教学明确要求的。

张奠宙先生对双基教学进行了研究,归纳出双基教学有4个特征,非常具有代表性:记忆通向理解、速度赢得效率、严谨形成理性、重复依靠变式。正是由于注重操练,注重变式,使得中国学生在计算能力中表现了足够的强势,在解决常规问题时表现出足够的“高效率”,可以说这两方面中国学生在世界上已经是绝对的领先地位。针对题目选择合适的解题策略方

面,中国学生也比美国学生表现更加出色.但是,中国学生也有不足.在解决非常规化的问题,诸如一些开放性问题时,中国学生就开始表现出弱势了,思维缺乏足够的创造性.在学习态度上,中国学生的表现也不如国外学生,缺少自信、态度消极等,这都将阻碍中国学生更进一步.

正是因为双基存在问题,抑或是因为中国学生在国际测试中表现的劣势(主要有两个原因:一个是没有开放性、创新性,另一个是负面的学习态度,我们过于功利的教育与学习,并没有真正地激发起学习数学的兴趣与热情),所以,提出了“四基”.四基的基本思想,就是要进一步提升大家对数学的理解;提出活动经验,就是要让学生经历知识发生发展的过程,一方面是为了更好地理解知识,而更为重要的是要在这样一个经历过程中,积累活动的经验,进而积累创造的经验,同时也可以增进学生学习的积极性.

在2011版的义务教育阶段新课程标准中,将原有的“双基”扩展为“四基”,要求教育要关注到学生的数学思想和数学活动经验.

我们不缺计算,不缺方法,我们缺少的是天马行空的想象,是给人惊喜的创新意识.虽然数学建模已经是数学课程标准的核心概念之一,但是我们的建模能力还比较薄弱.而没有关注到数学思想、数学经验的数学教学只不过是培养解题机器,希望在今后的数学教育中,继续保持我们的优势项目,同时尽快补上我们的短板,只有这样中国学生才真正地独领风骚.

### 3. 我国数学教师的优势与不足

我国数学教师与国外的教师相比,到底优势在何处?还存在哪些不足?

2009年在美国南加利福尼亚州召开的一次关于中美两国数学教师发展的研讨会上,两国的教育工作者畅所欲言,各抒己见,最终关于中国数学教师的特点达成以下共识.

①通常数学教师就是专家,不论各个学段;②中国的数学教学是公开的、促进合作的实际活动,而美国则是私人化的;③教师具有竞争体制,从新教师到优秀教师都有一个明确的、正式的职称体系;④优秀教师会继续在教学岗位上,并以课堂为基地,终生奉献于教育事业;而美国教师到达“master teacher”后会往往会被提拔到一些非教学的岗位上去;⑤教师专业发展往往嵌入在学校的日常工作中;⑥国家课程能够让教师拥有更多的时间在备课中持续地加以改进;⑦教师非常积极地积累教学经验,改善教学过程.

无独有偶,20世纪90年代,马立平博士在深入研究后发现,中国学生在数学能力国际评比中明显优于美国学生,但是大部分中国的中小学教师接受的数学教育远远少于美国教师.一般中国教师接受数学教育为15年左右,而美国教师将近19年.在马立平一个针对中美数学教师的研究中,揭示了中美两国教师的差异.

测试题目:人们会用不同的方法做分数除法.以下问题你会如何解决.

$$1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}.$$

设想你正在教分数的除法.为了使学生理解它的意义,许多教师尝试把数学和现实世界的情境联系起来,来说明具体知识的应用.你能为 $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ 编一个好的情境题,或者建立一个恰当的模型吗?

在计算方面,美国的23位教师中,有21人计算了 $1\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$ ,只有9人(43%)完成了计

算,并得到了正确的答案.他们的计算过程清楚明了:把带分数化成假分数,取除数的倒数,然后与被除数相乘,对结果 $\frac{14}{4}$ 约分,把它转化成真分数 $3\frac{1}{2}$ .有19%的人过程不清晰,有教师提出要考虑相乘和相加就要先把它们化成公分母,转换成 $\frac{7}{4} \div \frac{2}{4}$ 再交叉相乘得到 $\frac{28}{8}$ ,他将分数除法的标准算法与需要通分的分数加法混淆起来了.其他5人(24%)的知识更加支离破碎,他们只模糊地记得“应该把它倒过来再相乘”但不确定是 $\frac{7}{4}$ 变成 $\frac{4}{7}$ ,还是 $\frac{1}{2}$ 变成 $\frac{2}{1}$ .余下的教师看了一眼问题后就承认不懂怎么计算.

所有72名中国教师计算都正确,并且给出了问题的完整答案,大多数中国教师用了“除以一个数等于乘以这个数的倒数”的说法,而不是说“倒过来相乘”.在描述意义方面,23位美国教师中有6位不会编情景题,而16位编出的情景中有概念性错误,只有1人给出了概念上的正确的表示,而从教学角度看仍存在问题.这些教师表现出了各种各样的关于分数除法的误解.

90%的中国教师都能正确描述,72名中国教师中有65名一共给出了80多个情景故事,而且都清楚地表达了分数除法的含义.

该研究在当时引起了广泛关注,该研究得到了一个主要的结论:中国数学教师具有丰厚的学科知识,对数学基础知识有深刻的理解;中国数学教师在学历低的背景下是如何实现对数学基础知识的深刻理解的?原因在于“钻研教材,向同事学习,向学生学习,在做数学中学习数学,一轮轮地开展教学实践”.上海学生参加PISA2012并取得了优异的成绩,引起国外学者的关注,70多位英国教师来上海学习,并在平时的学习中记录日常所见,最后讨论上海教师的特点,最后他们归纳出教师的六大优势.作者认为有三个优势最为重要.

第一个优势就是相信与期望.他们发现上海的教师相信每一个孩子都可以学好数学,对于每个孩子都抱有期望.虽然每个孩子在数学上的发展不会一样,但是教师还是尽力使得孩子们不掉队,尤其对差生特别关注,以至于上海的学生数学程度差距很小.而英国教师强调学生的个性发展,更加尊重个体差异,因此往往有任由学生荒废数学学习的现象存在.

第二个优势就是教师足够专业.绝大部分教师拥有本科数学学位,并且经历了师范教育,即大都从师范大学的数学专业毕业.教师都是专注数学教育的,不需要教授其他科目.而英国教师不仅要包班,还要教授其他科目.在术业专攻方面,中国教师要更胜一筹.

第三个优势就是重视教师培训和资源共享.英国教师认为较多的教师培训进修的机会将有助于教师更好地发展自己、完善自己.而中国教师非常乐意分享彼此的经验,老教师对于新教师都是倾囊相授,帮助新教师快速成长,在一个共享合作的气氛下进行教学讨论,集体备课等,而在国外教学是一个私人化的活动,因此不存在资源共享的情况.

我国的教师有着得天独厚的优势,不能妄自菲薄,盲目学习国外的新概念.我们的教师队伍高度专业化:他们大学主修的专业往往就是职后教学的学科,绝大部分教师将教学作为自己终生的职业.我们的教师数学知识扎实,讲述概念性知识时候,采用联系的观点来看待教材,注重知识间相互联系,串成一个知识网,利用多种方式来讲授运算定理的合理性.而在程序性知识方面,我们的教师更是表现出彩,在解题时情绪高涨,充满自信,喜欢采用多种方式解题,擅长变式教学.我们的教师培养有一整套完善的机制与路径:职前一般在师范院校学习,大都学习了系统的教师教育课程,辅以教育心理学课程,再经过平时师范生技能