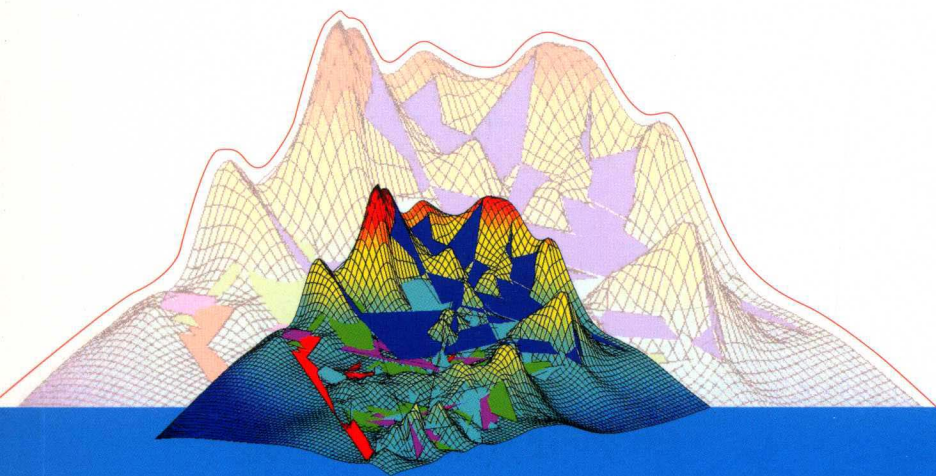


数学建模

——问题、方法与案例分析

基础篇



谭 忠 编著

高等教育出版社

数学建模

——问题、方法与案例分析

基础篇



谭 忠 编著

高等教育出版社·北京

内容简介

本书是与“爱课程”网上厦门大学谭忠教授主讲的“数学建模MOOC”配套使用的教材，分基础篇和提高篇两册。

基础篇从数学产生的源头问题出发引出数学建模的问题与方法，同时配备相当数量的应用案例，主要内容包括数学建模与数学思想、初等数据处理方法、初等分析方法、初等代数与几何方法、差分方程方法、常微分方程方法、偏微分方程方法、变分法与最优控制、线性规划与整数规划方法、非线性规划方法、动态规划方法、图论方法等。全书纸质内容与数字课程一体化设计，紧密配合。数字课程包含微视频、PPT 课件等内容，为学生的学习提供思维与探索的空间。

本书可作为理工、经管等各专业本科生和高职高专学生学习数学建模课程、参加数学建模竞赛的教材或参考书，也可作为各个领域用数学建模方法解决实际问题的科技工作者的参考书。

图书在版编目（CIP）数据

数学建模：问题、方法与案例分析．基础篇 / 谭忠
编著．-- 北京：高等教育出版社，2018.11
ISBN 978-7-04-049746-5
I. ①数… II. ①谭… III. ①数学模型－高等学校－
教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2018）第 105310 号

策划编辑	李晓鹏	责任编辑	李晓鹏	特约编辑	边晓娜	封面设计	张 志
版式设计	张雨微	插图绘制	于 博	责任校对	陈 杨	责任印制	尤 静

出版发行	高等教育出版社	网 址	http://www.hep.edu.cn
社 址	北京市西城区德外大街4号		http://www.hep.com.cn
邮政编码	100120	网上订购	http://www.hepmall.com.cn
印 刷	北京市大天乐投资管理有限公司		http://www.hepmall.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.hepmall.cn
印 张	25	版 次	2018 年 11 月第 1 版
字 数	560 千字	印 次	2018 年 11 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	52.00 元
咨询电话	400-810-0598		

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 49746-00

数学建模

——问题、方法与案例分析
基础篇

谭忠

- 1 计算机访问<http://abook.hep.com.cn/1251541>, 或手机扫描二维码、下载并安装 Abook 应用。
- 2 注册并登录, 进入“我的课程”。
- 3 输入封底数字课程账号(20 位密码, 刮开涂层可见), 或通过 Abook 应用扫描封底数字课程账号二维码, 完成课程绑定。
- 4 单击“进入课程”按钮, 开始本数字课程的学习。



课程绑定后一年为数字课程使用有效期。受硬件限制, 部分内容无法在手机端显示, 请按提示通过计算机访问学习。

如有使用问题, 请发邮件至 abook@hep.com.cn。



扫描二维码
下载 Abook 应用

<http://abook.hep.com.cn/1251541>

前言

数学建模是人类应用定量思维的方式,探讨自然现象、社会现象、工程技术以及日常生活中的实际问题的过程。数学建模的过程一般分为以下两个阶段:首先,分析现象和问题演化的过程,找出其中的关键因素,应用已知规律或探索新规律建立这些因素之间的定量关系,这个关系即为数学模型;然后,应用合适的数学方法求解数学模型,并将求解结果翻译回到实际问题,验证模型的有效性,并将结果最终应用于实际问题。根据实际问题 and 研究目的的不同,数学建模也促成了两类相互关联的研究体系,一类通过分析研究建立纯粹的理论体系,另一类则通过近似计算来预测或解释现实问题。前者属于基础数学或应用基础研究范畴,后者属于应用数学研究范畴。

回顾漫长的数学发展历程,我们发现,数学建模与数学学科的发展有非常紧密的联系。很多数学的理论分支都是在人们研究实际问题的过程中产生的,对实际问题研究的过程就是数学建模的过程。本书着重还原这一发展历程,从数学产生的源头问题出发,引出数学建模的问题与方法,使学生对数学建模与数学学科的关系有更深入的了解。首先是最简定量关系,即函数关系,形成了初等分析方法,并建立了函数论理论;然后,更复杂的变量满足某个代数方程,形成了初等代数方法和初等几何方法,建立了代数学和解析几何理论;进一步地,人们建立了变量之间的动力学方法,当变量为离散型时称为离散动力学(差分方程)方法,当变量为连续型时称为连续动力学(常微分方程和偏微分方程)方法。同时,还建立了优化方法,分为动态优化方法(变分法)和静态优化方法(包括线性规划与整数规划、非线性规划、动态规划、组合优化与图论方法、排队论、存储论、对策论和决策论等)。不仅如此,人们通过对不确定问题的研究,建立了随机数学方法(包括概率论与随机过程、蒙特卡罗模拟、随机排队论、随机存储论等)、统计方法(包括回归分析与方差分析、聚类分析与判别分析、主成分分析和因子分析、对应分析与典型相关分析、时间序列分析等)、模糊数学方法(包括模糊数学方法和灰色系统分析方法等),等等。当然,还有许多看似非常抽象的数学理论也来源于实际问题,并应用于更加抽象和高深的科学理论,甚至在高科技领域得到应用,如微分几何和偏微分方程在广义相对论中的应用,拓扑学在非结构数据分析中的应用,偏微分方程在瓦斯爆炸的阻隔爆技术和高超声速(航空发动机)推进技术中的应用等。

厦门大学历来重视数学建模的教学与竞赛培训工作。早在 2004 年,学校就成立了“厦门大学数学建模创新实验室”,对数学建模竞赛活动进行支持。从 2003 年到 2017 年,厦门大学共有 40 个参赛队获全国大学生数学建模竞赛全国一等奖、

77 个参赛队获全国二等奖。其中, 2003 年和 2013 年两次获“高教社杯”, 成为自 2002 年该奖项设立以来, 唯一一所两次获得“高教社杯”的重点高校。同时, 厦门大学数学建模课程也于 2008 年被评为国家精品课程, “数学建模 MOOC” 于 2017 年被认定为国家精品在线开放课程。

厦门大学在多年的数学建模教学实践中, 既开发了面向大一新生的数学建模思想入门课程, 也坚持将数学建模思想融入数学主干课的教学活动中, 取得了良好的效果。同时, 我们也鼓励学生在课程或竞赛结束后继续钻研, 将数学建模问题作为大学生科创项目、毕业设计题目或硕士博士阶段的研究选题。经过多年的努力, 逐步形成了从面向大一新生到毕业生职业规划, 贯穿本硕博多层次阶梯性的, 覆盖多学科多行业的立体化课程体系。

本书初稿形成于 2003 年, 并作为讲义在厦门大学数学建模课程教学和竞赛培训中长期使用, 历经多次修改最终完成。在编写过程中力图体现以下特点:

1. 内容丰富, 体系完整。全书尝试比较全面地介绍数学建模的思想与方法, 并按照知识结构进行分块, 各章节相对独立、自成体系、由浅入深, 又相互衔接, 汇聚成体。这些设计为学生的模块化训练提供了方便, 也有助于拓宽学生的知识面。

2. 以数学方法为主线。每章从产生该数学分支的源头问题出发, 引出相应的数学思想和当今应用, 然后过渡到数学方法的介绍, 最后对具体案例进行分析。案例分析遵循“类比”和“创新”相结合的原则。

3. 坚持以“高兴趣、宽知识、阔视野、强能力”为导向的全过程案例式教学。所选案例面向各学科、各行业和日常生活的各个方面, 许多是紧扣科技发展前沿、国家和地方战略需求以及社会热点的问题。这些案例新颖有趣, 富有时代感, 有助于提高学生学习数学和应用数学解决实际问题的兴趣。同时, 学生通过学习这些案例, 可以拓宽知识面、开阔视野、增强创新意识和创新能力, 为他们未来在学术界或行业企业中的工作打下坚实的基础。

4. 注重建模论文的写作, 以适应全国大学生数学建模竞赛和美国大学生数学建模竞赛的赛前培训, 同时强调案例和竞赛真题的训练。具体来讲, 包括以下几个步骤: (1) 该案例过去有类似的研究吗? 引导学生认真查阅资料, 包括教材、专著和论文; (2) 过去的研究采用什么数学方法? (3) 这个建模方法你是否熟悉? (4) 与前面的研究方法相比, 你有哪些创新? 学生通过这些训练, 科研意识和创新能力得到显著增强。同时, 书中配备了大量案例分析与习题, 这些内容为学生的训练提供了方便。

5. 体现以教学内容促进教学模式、教学方法改革的思路。书中所选的教学案例强调与多学科、多行业结合的开放性, 将多学科的科研问题、行业企业急需解决的问题融入教学案例。案例教学建议以研究型教学与协同式学习相结合, 建议以学生为主体、教师为主导, 形成适合学生自主学习、协同创新的教学环境。

6. 充分考虑学生学习方式改变的新趋势。本书采用“纸质教材+数字课程”的出版方式对教材的内容和形式进行了整体设计。纸质教材内容精炼适当,通过正文设置旁白的方式,对教材内容进行补充说明和拓展讨论,以新颖的版式设计和内容编排,方便学生学习和使用。数字课程以“数学建模 MOOC”为基础,包含了微视频、PPT 课件等资源,对教材内容起到巩固、补充和拓展作用,形成以纸质教材为核心,数字化教学资源配合的知识体系。

本书可作为本科生、高职高专学生数学建模课程的教材或参考书,特别适合作为全国大学生数学建模竞赛和美国大学生数学建模竞赛的培训教材,也可供各领域用数学建模方法解决实际问题的科技工作者参考使用。

本书的编写得到了厦门大学校领导、教务处和数学科学学院的大力支持和帮助。同时,全国大学生数学建模竞赛组委会顾问李大潜院士、主任陈叔平教授以及组委会和专家组的多位专家给予了建设性的建议、指导和帮助,在此对他们表示衷心的感谢!

本书的每个章节都在编者的“金融数学”“大数据分析建模”“随机微分方程及其应用”等研究方向的研究生讨论班上多次使用,研究生为本书的形成做了大量工作,在此对他们的工作表示衷心感谢!

谨以此书献给我的恩师王柔怀先生!最后,将特别的致谢献给我的妻子刘松月和女儿谭天琪,她们的爱是我认真教学和科研的巨大动力!

谭忠于厦门大学海韵园

2017 年 09 月

目 录

第一章 数学建模与数学思想	001
1.1 量化思想的核心元素 —— 变量	001
1.2 数学建模的步骤	002
1.3 数学建模论文写作规范	005
习题 1	006
第二章 初等数据处理方法	009
2.1 催生函数产生的源头问题与当今应用	009
2.2 初等数据分析思想与建模方法	011
2.2.1 观察法和初等数学方法	011
2.2.2 数据拟合方法	018
2.2.3 插值方法	027
2.2.4 拟合与插值的 MATLAB 编程实现	033
2.3 案例分析	034
习题 2	043
第三章 初等分析方法	051
3.1 应用积分思想建模	051
3.1.1 催生积分思想产生的源头问题	051
3.1.2 积分思想与建模方法	052
3.1.3 案例分析	052
3.2 应用导数思想建模	055
3.2.1 催生导数思想产生的源头问题和当今应用	055
3.2.2 导数思想与建模方法	055
3.2.3 案例分析	057
3.3 初等连续优化方法	059
3.3.1 无约束优化方法	059
3.3.2 约束优化方法	066
习题 3	074

第四章 初等代数与几何方法	079
4.1 初等代数方法	080
4.1.1 源头问题与当今应用	080
4.1.2 代数思想与建模方法	081
4.1.3 案例分析	081
4.2 初等几何方法	086
4.2.1 源头问题与当今应用	086
4.2.2 几何思想与建模方法	088
4.2.3 案例分析	089
习题 4	093
第五章 差分方程方法	099
5.1 源头问题与当今应用	099
5.2 差分方程的思想与建模方法	100
5.2.1 差分的基本概念与理论	100
5.2.2 应用差分方程思想建模	102
5.2.3 差分方程模型的求解	108
5.2.4 差分方程的平衡点及稳定性	119
5.3 案例分析	120
习题 5	133
第六章 常微分方程方法	137
6.1 源头问题与当今应用	137
6.1.1 催生常微分方程产生的源头问题	137
6.1.2 当今应用	139
6.2 常微分方程思想与建模方法	140
6.2.1 可用常微分方程思想建模的几种情形	140
6.2.2 常微分方程基础知识简介	142
6.3 案例分析	143
6.3.1 寻找某变量关于其他变量的变化率与另外一些 变量之间的关系	143
6.3.2 按已知规律列式法	149
6.3.3 微元分析法	153
6.3.4 近似法	154

习题 6 156

第七章 偏微分方程方法 165

7.1 源头问题与当今应用 165

7.1.1 催生偏微分方程产生的源头问题 165

7.1.2 当今应用 168

7.2 偏微分方程思想与建模方法 172

7.2.1 一阶偏微分方程模型的建立 172

7.2.2 二阶偏微分方程模型的建立 174

7.2.3 高阶偏微分方程模型和偏微分方程组模型的建立 182

7.2.4 偏微分方程的基本概念 183

7.2.5 偏微分方程形成的数学问题 —— 定解问题 187

7.3 案例分析 193

习题 7 196

第八章 变分法与最优控制 205

8.1 源头问题与当今应用 205

8.1.1 催生变分学产生的源头问题 205

8.1.2 当今应用 208

8.2 变分思想与建模方法 211

8.2.1 变分模型的构建 211

8.2.2 变分学的基本概念 219

8.2.3 变分问题的求解 223

8.3 案例分析 247

习题 8 251

第九章 线性规划与整数规划方法 255

9.1 源头问题与当今应用 255

9.1.1 催生运筹学诞生的源头问题 255

9.1.2 当今应用 259

9.2 线性规划与整数规划思想与建模方法 261

9.2.1 线性规划方法 261

9.2.2 整数规划方法 267

9.2.3 灵敏度分析 271

9.3 案例分析	273
习题 9	280
第十章 非线性规划方法	307
10.1 源头问题与当今应用	307
10.2 非线性规划思想与建模方法	308
10.2.1 基本概念	308
10.2.2 无约束非线性规划的解法	314
10.2.3 约束非线性规划的解法	321
10.3 案例分析	327
习题 10	329
第十一章 动态规划方法	335
11.1 源头问题与当今应用	335
11.2 动态规划思想与建模方法	336
11.3 案例分析	345
习题 11	350
第十二章 图论方法	355
12.1 源头问题与当今应用	355
12.2 图论思想与建模方法	355
12.3 案例分析	363
习题 12	375
参考文献	381

第一章 数学建模与数学思想

学习目标与要求

1. 充分训练对问题的分析和变量识别,并能找出主要变量.
2. 熟练掌握数学建模的步骤.
3. 按照科研论文的要求进行数学建模论文的撰写.

数学诞生于人类与自然的长期互动中. 数学之所以诞生,都是人类为解决某些实际问题采用定量研究的方法而催生出来的. 如果仅仅停留在定性研究的层面,是不可能产生数学的. 那么存在什么样的源头问题? 它是如何催生早期数学理论的? 这些理论又如何发展壮大并形成了当今的数学分支呢? 让我们通过量化思想描述数学建模的步骤,品味数学的诞生与回归.

1.1 量化思想的核心元素——变量

我们所考察的现象或事件常常要面对许多困难,每个困难可能受到许多因素的影响. 要应用量化思想,必须弄清影响这个现象或事件的所有因素. 数学上称这些因素为变量,有的是因变量、有的是自变量,有的学科称它们为解释变量和非解释变量. 一个现象或事件中的变量有以下几种情形.

(1) 所研究的现象或事件中的自变量和因变量都明确. 比如: 苹果从树上掉下来,受地球引力作用开始自由下落,掉落地点决定了重力加速度,另外掉落时间、空气阻力、掉落位移等变量都明确.

(2) 因变量明确,但自变量不明确. 比如: 高校的学风好还是不好,决定学风的是什么自变量呢? 可以是上课出勤情况以及上课玩手机的人数多少,还有吗? 似乎我们说不全.

(3) 自变量明确,但因变量不明确. 比如: 一个人每天上网浏览他喜欢的内容或者留言,从这些信息能得出关于这个人的什么结论? 这类问题特别普遍.

(4) 因变量和自变量都不明确. 复杂的问题往往是这种类型,我们只能从中提取感兴趣的部分. 比如: 侦察机在高空侦查,看到形形色色的事件,我们只能抽取军事或者商业方面的信息,其他信息不得不舍弃. 因此,我们的建模问题就从变量的识别开始.



微视频 1-1
何谓数学建模



PPT 课件 1-1
何谓数学建模

确定变量是一件困难的事情. 同时, 即使变量已经确定, 将其量化表达也是一件困难的事情.

根据全国大学生数学建模竞赛专家组组长陈叔平教授的某次演讲, “现代知识结构来自三个方面: 人与自然、人与社会、人与自身; 在人对自然的认识中形成了自然科学, 在人改造自然的过程中形成了工程技术; 在人认识社会的过程中形成了社会科学, 在人改造社会的过程中形成了管理工程; 在人认识自身的过程中形成了生物医学和心理科学, 在人改造自我的过程中形成了生物工程、医学工程等技术”. 我们所面临的问题一定是自然现象、社会现象、人类自身以及日常生活的问题交织在一起的综合问题. 决定这些问题的因素, 即变量, 常常不是单方面的, 这些变量有的具有自然属性或称物质属性, 有的具有精神属性或称社会属性或人文属性. 具有自然属性或物质属性的变量容易被量化或被称为可度量的, 如高矮胖瘦等; 而具有精神属性、社会属性或人文属性的变量不易量化甚至不易确定, 如人的情绪、性格等, 即使确定了变量, 由于变量之间的逻辑关系或定量关系微弱, 没有深刻的洞察力也不易觉察这种关系. 这就是为什么自然科学容易被数学化, 而社会科学尤其人文科学不易被数学化的原因.

因此, 用量化思想认识世界首先就要确定或识别变量, 然后给出这些变量的(度) 量化方法, 最后建立这些变量之间的定量关系, 即数学模型. 这样认识问题的步骤就清楚了.

1.2 数学建模的步骤

数学建模的步骤可分为问题分析与假设、模型构建、模型求解、解的分析与检验、模型检验、模型的改进、论文写作、应用模型解决实际问题.

第 1 步 问题分析: 抓住事件本质, 揭示 “理想状态”, 确定主要变量, 做出合理假设

数学建模的思想就是要对问题的变量之间建立定量关系. 许多学科逐步从定性的分析转向了定量的研究, 这就是数学能够成为其他学科基础的原因.

把我们所面对的问题归纳为一个数学问题, 这是最具有技巧性和原创性的一步, 也是数学思想产生的源泉. 它抽象出所研究问题的本质特征, 要拨开迷雾, 揭示其理想状态, 抓住主要变量. 比如: 苹果从树上掉下来, 现象是自由落体运动, 而导致自由落体的本质因素是重力与空气阻力形成的合力. 因此, 首先应通过对问题的分析, 明确问题中的变量所在, 将所有影响现象或事件的因素即变量找出来, 这是第一步.

现实问题纷繁复杂, 我们不可能在一个数学模型中抓住影响问题的所有因素,

必须根据现象或事件的特征和建模的目的,找出本质的因素,忽略次要的因素,对问题进行必要的、合理的假设和简化.合理假设在数学建模中不仅仅是出于简化的目的,还对问题进一步详细深入的研究起到启发性作用.在物理等自然科学的研究中,假设与简化就是为了使现象或事件回归“理想状态”,即只考虑主要因素.模型假设是否合理是评价一个模型优劣的关键因素之一,也是模型建立成败的关键所在,假设过于简单,或过于详细,都有可能使模型建立得不精确.

如何确定主要变量,应从以下三个主要方面来考虑.

(1) 抓住事件本质,揭示“理想状态”,确定主要变量.

(2) 顺着主要因素,找出相应的其他因素,把这些因素作为变量列出来,完善变量体系.

(3) 忽略某些自变量:首先,与其他因素相比,某个因素的影响要小一点;其次,这个因素以几乎相同的方式影响其他各种因素.那么这个因素可以忽略,即使这个因素对所研究的行为有很重要的影响.

例 1.1 考察单种群的总量增长.

理想状态就是生命体的生存与繁衍,再考虑单种群的特点就可以确定重要变量.

例 1.2 考虑将大房间设计成报告厅的问题.

显然黑板的位置、投影仪的位置与清晰度、前后排座位的高低差、安全通道是重要因素.照明是关键因素,但它以几乎同样的方式影响所有可能的形状.因此可以不在此考虑,而是当报告厅的形状确定后,在照明效果要求一致的情况下,建立成本最低的子模型.通过忽略照明因素,分析就可能大大简化,但以后可以在模型的改进中予以考虑.

第 2 步 模型构建

我们知道人们面对任何问题,有两种思维方式,一种是类比的思想.了解前人或自己过去是否处理过类似的问题,并借鉴已有方法来处理当前的问题,即通过某种“类比”过程,把要解决的问题,归结为已经解决或易于解决的问题.数学中的类比思想无处不在,如将陌生问题熟悉化、将实际问题数学化、将复杂问题简单化、将抽象问题具体化以及解题时从条件到结论的过程等,都体现了类比思想的应用.另一种就是完全创新的思想.在大数据时代,创新必不可少,即使对过去已经研究过的问题,如果重新采集数据,重新寻找思路,也完全有可能得到新的结果.比如过去比较同一专业的学生成绩很容易,因为选课完全一致,成绩加总就可以排名,但现在选课可能不一样,如何排序最科学呢?

当然,有一个应遵循的原则,即尽量采用通用而简单实用的数学工具,除非命题人希望看到创造性答案.

第3步 求解或解释模型

在求解数学模型时,重点考察该模型是否包含了问题所需要的信息.求解不同的数学模型时,会涉及不同数学分支中的求解方法,而且还应具备熟练的计算机编程能力,如 MATLAB 和 R 软件等的使用.

如果所建的模型无法求解,应该回到第1步去重新进行问题的分析和假设.

第4步 模型检验

在使用该模型之前,必须先检验该模型.而模型检验需弄清以下几个问题.

首先,该模型是否回答了第1步中所判别的问题,或者是否偏离了我们构建该模型的关键问题?数学模型能否反映原来的现实问题,必须经受多种途径的检验,包括:

- (1) 数学关系的正确性;
- (2) 是否会有多解或无解的情况出现;
- (3) 数学方法的可行性以及算法的复杂性等.

其次,该模型在实际意义下有用吗?即,我们确实能收集到必要的数据来运作该模型吗?

例 1.3 试设计一个将月球改造成宜居星球的方案.

首先,我们真能采集到月球表面的数据吗?

再次,该模型有普遍意义吗?最重要和最困难的问题是检验模型是否真正反映原来的现实问题.评价模型的根本标准是看它能否准确地解决现实问题,模型的解在实际问题中说明了什么、效果怎样、模型的适用范围如何,等等.

最后,误差分析和灵敏度分析等工作结果如何?由于数学模型是在一定的假设下建立的,而且利用计算机的近似求解,其结果产生一定的误差是必然的.通常意义下的误差主要包括由问题的假设引起的误差、近似求解方法产生的误差、计算机产生的舍入误差和问题的数据本身误差.

第5步 模型的改进

模型在不断检验过程中经过不断修正,逐步趋向完善,这是建模必须遵循的重要规律.一旦在检验中发现问题,人们必须重新考虑建模时所做的假设和简化的合理性,检查是否正确地刻画了事件内在的变量之间的相互关系和服从的客观规律.

第6步 论文写作

因为数学建模工作的目的是解决实际问题,是一次科研经历,所以工作完成以后要写出一篇论文,即一篇研究报告.论文要力图通俗易懂,能让人明白作者用什么方法解决了什么问题,结果如何,有什么特点等.为此,应尽可能使论文的表述清晰、主题明确、论述严密、层次分明、重点突出、参考文献引用规范,符合科技论文的写作要求.

第7步 应用模型解决实际问题

用数学模型解决实际问题, 应当注意如下两个方面.

(1) 对于不同的实际问题, 通常会使用不同的数学模型. 但是, 有时同一个数学模型, 往往可以用来解释表面上看来毫不相关的实际问题. 例如, 墨水在清水中的扩散模型与热传导模型相同; 计算连续复利的本利模型与马尔萨斯生物群体总数模型完全相同. 此外, 对于人口问题、新技术传播问题、流行病传播问题和体重控制问题等均可建立形式完全相同的数学模型. 又如, 流体力学的数学模型在交通流问题中也发挥了重要的作用.

(2) 若对于同一个实际问题要求不同, 则构建的数学模型可能完全不同. 例如“期权期货的定价理论”中, 如果在要求不高的情况下想获得价格, 那么只需要一个简单的代数方程组即可; 如果要求高, 就要用到偏微分方程理论; 如果需要进一步考虑价格以外的随机因素的影响, 就要使用随机偏微分方程的理论等.

1.3 数学建模论文写作规范

每次数学建模的过程都是一次科研创新的过程. 因此, 必须将数学建模论文当作科研论文来对待. 数学建模论文包括以下部分.

1. 摘要

非常明确地陈述应用了什么数学方法研究了什么问题; 建立了什么数学模型, 并用什么方法对模型进行了检验; 应用什么算法求解了模型并得到了什么结果, 其结果与现实的吻合程度如何. 尤其有多个小时问题时, 应该分开仔细叙述每个小时问题.

同时给出不多于五个关键词, 这些关键词能准确地反映问题是什么, 解决的方法是什么, 模型是什么等.

2. 问题的重述

将问题充分理解后, 用自己的语言写出这个问题, 切不可完全复制原题.

3. 问题的分析

通过对问题的影响因素 (变量) 的分析, 找出主要变量. 尤其分析出主要变量间可能的定量关系, 选择最常用的那种.

4. 问题的假设与符号

基于上面的分析做出假设, 主要是给出去掉次要变量的假设, 列出符号.

5. 问题的解答

(1) 问题一的解答

问题分析

模型构建 (模型验证)



微视频 1-3
论文写作要求



PPT 课件 1-3
论文写作要求

模型求解 (编写的程序)

模型检验

模型的改进

(2) 问题二的解答

.....

6. 结论

7. 参考文献

由于数学建模的过程是一次科学研究的过程, 而研究的某些问题可能历史上从来没有人研究过, 必须用崭新的方法予以解决; 有的问题则是前人研究过的类似的问题, 可以通过采用类比的方法借鉴并修改前人的方法予以解决. 研究者必须查阅资料, 理解前人解决类似问题时的想法和思想, 学习其技巧与方法. 有些技巧与方法还没有写入教材, 甚至也没有写入专著, 只是在最近发表的学术论文中. 因此, 查阅的资料需包括教材、专著和最近发表的论文.

8. 附录

程序以及某些图表可以放在附录.

习题 1

1. 试指出下列各题中所有可能的变量, 哪些变量最重要? (无标准答案.)

(1) 继 19 年前, “深蓝” 在象棋领域赢了人类大师之后, 2016 年 3 月 15 日, 五局总比赛结果为 1 : 4, 阿尔法围棋取得压倒性胜利. 试分析到底阿尔法会不会最终战胜人类.

(2) 一家零售店要建造一个新的停车场, 停车场应该怎样照明?

(3) 一位农民期望地里种植的粮食农作物产量达到最大, 如何正确地判别问题?

(4) 怎样设计一个供大班级用的演讲厅?

(5) 一个物体从很高的地方掉下来, 何时它撞击到地面? 撞击到地面的力度有多大?

(6) 卫生部门想要了解一种新药对控制人群中的某种疾病是否有效.

(7) 滑雪者滑下山坡有多快?

2. 对下列各题, 试抽象出值得研究的问题并列会影响问题的变量. 哪些变量可以完全忽略? 哪些变量在开始时可以认为它们是常数? 指出你想收集的数据.

(1) 一位植物学家有兴趣研究叶子的形状以及影响叶子形状的各种支配力量. 她在一棵白橡树的底部剪下几片叶子, 发现叶子相当宽且没有很明显的锯齿形. 当她到树的顶部去看时, 她发现有明显的锯齿形而几乎没有展得很宽的叶子.

(2) 不同大小的动物其特性也不同. 小动物比之于较大的动物, 叫声尖细、心跳较快以及呼吸次数更多. 另一方面, 较大动物的骨骼比小动物的骨骼更为强健, 较大动物的直径和体长之比大于小动物. 所以, 当体型从小到大增加时, 存在着与动物体型比例相对应的规则的变形.

(3) 一位物理学家想要研究光的性质. 他想知道当光线从空气进入平滑的湖中, 特别是在两种不同介质的交界处, 光线的路径.