

基于改进BESO算法的 多尺度 多相材料 并行优化设计

王宪杰◎著



云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

基于改进BESO算法的 多尺度 多相材料 并行优化设计

王宪杰. © 著



云南大学出版社
YUNNAN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

基于改进BESO算法的多尺度多相材料并行优化设计/
王宪杰著. — 昆明: 云南大学出版社, 2017
ISBN 978-7-5482-3165-3

I. ①基… II. ①王… III. ①材料研究 IV. ①TB3

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第285224号

策划编辑: 朱 军
责任编辑: 万 斌
封面设计: 王娅一

基于改进BESO算法的 多尺度 多相材料 并行优化设计

王宪杰 © 著

出版发行: 云南大学出版社

印 装: 昆明德范印务有限公司

开 本: 787mm × 1092mm 1/16

印 张: 8.25

字 数: 166千

版 次: 2017年12月第1版

印 次: 2017年12月第1次印刷

书 号: ISBN 978-7-5482-3165-3

定 价: 35.00元

地 址: 昆明市一二一大街182号(云南大学东陆校区英华园内)

邮 编: 650091

电 话: (0871) 65031070 65033244

E-mail: market@ynup.com

本书若发现印装质量问题, 请与印厂联系调换, 联系电话: 0871-65516447。

前 言

传统的产品设计需要经历设计、制造、试验、再设计的漫长过程，周期长、耗费高，而且得到的设计只能满足基本的要求，因此先进的设计手段和优质创新型产品是企业战略发展的核心。^[1] 拓扑优化设计，可以实现结构轻量化、功能特殊化、性能集成化，满足宏观结构的服役环境要求，最大限度地挖掘材料和结构设计潜力。^[2] 其目的在于为工程师提供高效、可靠、系统的最优结构，优化设计策略，改变传统的设计理论和方法，寻求既安全又经济的结构形式，最大限度地缩短设计周期和降低费用。^[1] 拓扑优化在尺度上分为宏观结构拓扑优化、材料微观拓扑优化和材料/结构的一体化。^[3]

本书在分析传统双向渐进结构优化方法 (Bi-directional Evolutionary Structural Optimization, 简称 BESO) 存在不足的基础上，有针对性地对数值计算进行了合理的改进。并在此基础上分别对宏观结构拓扑优化、材料微结构优化、材料/结构一体化等相关问题进行了多尺度、多相复合材料布局及拓扑优化等层次系统的研究。主要研究内容如下：

(1) 通过对传统 BESO 的数值计算方法的合理改进，对解的合理性进行了深入的讨论与论证，给出了重要参数选取区间的合理建议，对实际工程应用具有较好的指导意义。

(2) 引入惩罚指数材料插值方案改进灵敏度，有效地解决了多相材料分布优化和材料/结构一体化优化问题，结合相关算例分析验证了优化结果的合理性。

(3) 在改进 BESO 方法的基础上提出了以结构宏观性能为目标函数，建立材料微观结构形状与宏观结构材料弹性张量之间的联系，集成宏观结构所得到的位移场，推导出带有宏观结构力学特性的微观敏度。该方法在极小尺度周期性排列的材料微结构胞元优化设计过程中，无论是拓扑优化还是多相材料布局优化都能得到边界清晰、受力合理的优化结果。

(4) 充分考虑微观尺度和宏观尺度的关联性，将材料微结构胞元设计和宏观结构拓扑优化相结合，建立周期性复合材料构型及结构一体化优化设计方法。并通过倒“L”形梁优化结果和理论分析的比较，验证本书提出方法的有效性。

(5) 在一体化优化方法的基础上, 建立周期性多相材料微结构布局及宏观结构拓扑并发优化方法的一般规律, 并以典型算例为基础对本书所提方法进行了合理性验证。取有差异的宏观初始有限元模型和不同微观胞元初始有限元模型研究了宏观、微观初始模型对优化结果的影响。

目 录

第一章 绪论	(1)
第一节 研究背景	(1)
第二节 宏观结构拓扑优化	(2)
第三节 材料微观拓扑优化	(11)
第四节 材料/结构的一体化设计	(16)
第五节 渐进拓扑优化方法及研究进展	(18)
第六节 本书的主要工作	(23)
第二章 BESO 算法改进及参数分析	(25)
第一节 传统优化方法存在的问题	(25)
第二节 BESO 的改进算法	(26)
第三节 BESO 算法实现流程	(30)
第四节 改进效果及参数取值区间	(31)
第五节 特殊结构优化	(37)
第六节 合理性的讨论	(38)
第七节 本章小结	(44)
第三章 多相材料布局及材料/结构的一体化设计	(46)
第一节 多相材料/结构的一体化 BESO 改进算法	(47)
第二节 优化准则	(49)
第三节 BESO 优化算法实现流程	(50)
第四节 算 例	(52)
第五节 本章小结	(59)
第四章 基于宏观性能的材料微观拓扑优化	(60)
第一节 周期性多孔材料的优化模型	(61)

第二节	基于均匀化理论的敏度分析	(61)
第三节	优化步骤和程序数值实现	(62)
第四节	数值算例及结果分析	(64)
第五节	本章小结	(67)
第五章	微结构布局及宏观结构拓扑一体化分析及设计	(68)
第一节	两尺度应力学分析	(68)
第二节	微结构布局及宏观结构拓扑一体化优化模型	(72)
第三节	灵敏度分析	(73)
第四节	优化步骤和程序数值实现	(74)
第五节	数值算例及结果分析	(76)
第六节	本章小结	(79)
第六章	多相材料多尺度布局优化设计	(80)
第一节	多相材料多尺度布局优化模型	(81)
第二节	灵敏度分析	(82)
第三节	优化步骤	(84)
第四节	特殊算例及结果分析	(85)
第五节	本章小结	(104)
第七章	总结与展望	(106)
第一节	成果总结	(106)
第二节	未来展望	(107)
参考文献		(108)

第一章 绪 论

第一节 研究背景

传统的产品设计需要经历设计、制造、试验、再设计的漫长过程,周期长、耗费高,而且得到的设计只能满足基本的要求,因此先进的设计手段和优质创新型产品是企业战略发展的核心。^[1] 拓扑优化设计,可以实现结构轻量化、功能特殊化、性能集成化,满足宏观结构的服役环境要求,最大限度地挖掘材料和结构设计的潜力。^[2] 其目的在于为工程师提供高效、可靠、系统的最优结构优化设计策略,改变传统的设计理论和方法,寻求既安全又经济的结构形式,最大限度地缩短设计周期和降低费用。^[1] 拓扑优化在尺度上分为宏观结构拓扑优化、材料微观拓扑优化和材料/结构的一体化。^[3]

目前宏观结构拓扑优化已发展比较成熟,近期研究更多的是关注于多相复合材料的优化设计。^[3] 因为组分材料之间可以相互补充,复合材料具有传统材料所不具备的优良性能,如质量轻、比强度高、比模量大、可设计性等,因而广泛地应用于航天、航空、汽车、建筑、化工和体育器材等领域。^[4,5]

微结构胞元是材料在细观尺度上最小的重复性单元,它对材料失效的检测和材料设计等有着关键的作用并决定着宏观性能。^[6] 随着均匀化方法的发展而兴起的微观材料拓扑优化主要是集中于两种问题的研究:一是使材料满足给定性能的最小体积含量问题,如零泊松比材料设计、负热膨胀系数设计等问题;二是满足一定材料体积约束和对称边界条件下,具有极端性能的材料微结构构型问题,如极端弹性性能材料设计。^[7] 通过对材料微观构型的优化获得具有特殊性能的复合材料成为目前材料领域科研工作者研究的热点。这种复合材料不但可以应用于复合材料的设计与制造,还可为材料科学的研究提供力学的理论依据。^[6]

因为宏观结构的形状、几何参数、加载方式等对材料微结构的最佳构型有很大的影响,所以依据等效性能优化得到的微结构胞元组成宏观结构时,并不能保

证依旧是满足特定结构要求的最优微结构。^[8]为达到材料设计与结构设计的有机融合以及实现材料与结构的最佳匹配,材料/结构一体化设计被开创性地提出。在采用宏观布局设计与微结构精细设计相结合的方法所进行的材料/结构一体化设计中,宏观布局优化在于获得指定材料的宏观分布,而微结构拓扑优化着重于最优结构下局部材料微结构构型设计,从而可以最大限度地发挥材料的潜能,这对新型轻质功能结构设计技术具有重要参考意义。^[9]材料/结构一体化设计技术是空间结构发展的重要方向,发展结构和材料、宏观和微观的整体拓扑优化技术和理论,已成为结构和材料设计的发展趋势。^[10]应该指出,虽然多尺度分析已经取得了很多重要进展,但多尺度优化才刚刚引起人们的注意。^[8]

目前,结构优化应用涉及航空航天、水利、桥梁、汽车、铁路、轻工纺织、能源工业以及军事工业等诸多领域,弄清材料性能的宏观、细观及微观演化规律,进行材料的虚拟设计与选材,促进多孔材料/复合材料的自主创新,既具有重要的基础研究意义,也有着重要的应用价值。^[11]在此背景下,本书先针对传统拓扑优化方法的不足,引入基于惩罚指数的材料插值方案,通过编写第三方插件,实现改进后的拓扑优化方法 MATLAB 子程序与 ABAQUS 有限元软件数据交换,成功用于解决宏观多相材料分布及材料/结构一体化优化问题。然后,充分考虑材料和结构的尺度关联性,基于均匀化理论将材料微结构胞元设计和宏观结构拓扑优化相结合,按照材料属性排序引入材料插值函数依次进行灵敏分析,建立周期性多相材料微结构布局及宏观结构拓扑并发优化设计方法。

第二节 宏观结构拓扑优化

自 1988 年丹麦学者 Bendsøe 与美国学者 Kikuchi^[12]提出均匀化方法以来,连续体结构拓扑优化在理论和应用上得到了迅速发展,引起了研究人员越来越多的关注。目前,连续体结构拓扑优化领域比较成熟的方法有均匀化方法、变厚度法、密度插值法、ICM 法、水平集法、渐进结构优化法和智能优化算法七大类。^[13]研究人员集中在以下四个方面做了大量的研究工作:

- (1) 实际优化问题数学描述方法的研究;
- (2) 拓扑优化算法及应用领域拓展;
- (3) 优化过程中各种数值问题的解决;
- (4) 实现优化算法的计算机软件开发。

一、拓扑优化的数学描述

拓扑优化方法,就是在给定的空间区域内,依据已知的负载或支承等约束条

件, 解决材料的最优分布问题, 从而使结构的刚度达到最大或使输出位移、应力等达到规定要求的一种创新结构设计方法。^[14] 其工作主要是依据工程实际建立数学模型, 选择合理的优化方法, 并在计算机软件上实现的过程。那么, 把一个工程结构的设计问题用准确的数学公式抽象出来, 确定合理目标函数, 无疑是拓扑优化首要完成的任务, 也是是否能得到理想的新型产品最关键的一步。

(一) 拓扑优化的数学模型

对于连续体拓扑优化是在规定的设计域内确定结构孔洞的数量、位置、大小及其形式。拓扑优化必须包含设计变量、目标函数和约束条件三要素, 其数学模型如下:

设计变量: $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

$$x = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in \Omega_s \\ 0 & \text{if } x \notin \Omega_s \end{cases}$$

目标函数: $\min f(x)$

(1-1)

约束条件: $g_i(x) \leq 0, i=1, 2, \dots, k$

$H_j(x) = 0, j=1, 2, \dots, l$

终止条件: $\varepsilon < 0$

其中, Ω_s 是实体材料所占区域。

拓扑优化数学模型主要包括以下内容:

(1) 设计变量 x 。设计变量是设计对象中需要改变或调整的参数。根据实际问题及不同的拓扑优化方法, x 是一个参数化包含 n 个元素数据向量的设计变量, n 的取值由具体数目由拓扑优化问题和有限元单元数目确定。对于多目标优化问题, 设计变量的种类也不再单一。通常情况下, 一个优化设计方案中设计变量取得越多, 优化的效果就越好, 同时工作量也越大。合理的选择设计变量及确定设计变量的种类对优化效果和优化效率起着至关重要的作用。

(2) 目标函数 $f(x)$ 。目标函数就是要求产品达到的性能或结构拓扑优化设计需要达到的目标, 如结构的柔顺性、结构的刚度、自振周期、结构质量等。它是设计变量的函数, 对于多目标设计优化问题, 目标函数是多个, 同时优化准则或灵敏度求解也将随之变化。

(3) 约束条件 $g_i(x)$ 和 $H_j(x)$ 。约束条件是结构设计中应遵守的各种限制性条件, 其表达形式主要有等式约束 (如 $H_j(x) = 0$) 和不等式约束 (如 $g_i(x) \leq 0$)。同时, 它们不是必不可少的, 针对不同的结构优化设计问题, 约束条件根据具体设计要求和设计方法而定。常见的约束条件如几何约束, 有体积约束、位移约束、应力约束等等。有时约束条件也可作为目标函数来使用, 以完成多目标优化任务。

(4) 终止准则 ε 。优化设计中达到目标函数预设值时, 通过事先定义的终止准则使迭代过程终止。

对于不同的实际问题或选择的优化方法的差异, 具体的优化数学模型也存在着很大的差别, 很难用一个统一的表达式来定义, 但是其主要思想和基本构成是一致的。

(二) 拓扑优化材料插值模型

在拓扑优化中, 材料插值模型非常重要, 其是解决优化过程中很多数值问题的基础。目前, 应用于拓扑优化中的材料插值方法有 SIMP (Solid Isotropic Microstructures with Penalization) 方法^[15]、均匀化方法^[12]、峰值函数模型^[16]、相场模型^[17]以及 RAMP (Rational Approximation of Material Properties) 方法^[18]等。其中 SIMP 方法和 RAMP 是最具有代表性的两种材料插值模型。

(1) SIMP 方法。

在 SIMP 模型中, 对两种实体材料或一种实体材料与空洞的组分布局, 若赋给每个单元一个伪密度变量 $y \in [0, 1]$, 则单元材料的弹性模量插值计算式为:

$$E_i = E_1 + \rho_i^\alpha (E_2 - E_1) \quad (1-2)$$

式中, E_1 、 E_2 分别为实体材料 1 和实体材料 2 的弹性模量(假设均为各向同性材料); E_i 、 ρ_i 分别为第 i 个单元的弹性模量和伪密度; α 为惩罚因子, 一般为 2 ~ 4, 本书取 4。

当其中一种材料为空材料, 即 $E_2 = 0$, 该问题转换为结构的拓扑优化, 那么式 (1-2) 等价于:

$$E_i = \rho_i^\alpha E \quad (1-3)$$

SIMP 方法是以各单元的材料伪密度为设计变量, 通过加入惩罚因子将 0 ~ 1 量转变为 0 ~ 1 之间的连续变量, 并对中间伪密度值进行惩罚使之尽可能趋于 0 或 1。该方法具有简单、易于实现、计算效率高等特点。

为了使 SIMP 能够拓展到两尺度问题的研究, 对其进行必要的改进可得到 PAMP (多孔各向异性材料惩罚策略), 并将 PAMP 运用到宏观尺度的拓扑优化, 同时微观尺度上采用 SIMP 插值方法。为了和单一的宏观优化区别, 可重新定义为:

$$\text{SIMP: } E_j^{MI} = \rho_i^\alpha E^B \quad (1-4)$$

$$\text{PAMP: } E_i^{MA} = \rho_i^\alpha E^H \quad (1-5)$$

式中, E^B 、 E_j^{MI} 分别为微观材料尺度上基础材料弹性模量和第 j 个微观胞元的弹性模量; 同时, E^H 、 E_i^{MA} 分别为宏观结构尺度上嘉定多孔材料(或复合材料)的均匀化弹性模量和第 i 个宏观单元的等效弹性模量。

(2) RAMP 方法。

RAMP 方法是 Stope 和 Sanberg 提出的一种用有理函数来近似表述材料插值关系的模型^[19]。在该模型下,由密度为 ρ 的材料和孔洞组成的复合材料的弹性模量为:

$$E(\rho) = \frac{\rho}{1 + p(1 - \rho)} E^0 \quad (1-6)$$

其中 $E(\rho)$ 和 E^0 分别为复合材料及密度为 ρ 的材料的弹性模量。RAMP 插值模型对结构单元的弹性模量的控制参数为 ρ 和 p 。当取不同的惩罚参数 p 时,会导致不同的材料密度单元的弹性模量逼近 0 或 E^0 的趋势。

另外,诸多科研人员也对其他一些方法做了大量研究工作。Mlejnek 等^[20]从工程角度出发提出了结构材料密度的幂次惩罚模型,其在 0~1 离散结构优化问题中引入连续设计变量,并加入中间密度惩罚项,从而将离散结构优化问题转换为连续结构优化问题。Sigmund 和 Bendsoe 等^[19-22]对密度法材料插值模型进行了深入研究,从理论上研究了各种不同的密度法惩罚材料插值方法。

二、拓扑优化算法及应用研究进展

结构拓扑优化能在工程结构设计的初始阶段为设计者提供一个设计概念,其在保持原结构性能不变的情况下减轻结构重量的同时,往往能得到创新的设计,从而使传统结构设计理念有了跨越式发展。因此,结构拓扑优化已成为国内外研究的一个热点。为此,学者们先后提出了许多优秀算法,其中较成熟、应用范围最广的方法主要有变密度方法、变厚度方法、映射方法 (Independent、Continuous、Mapping, 简称为 ICM)、均匀化法和渐进结构优化法等。^[14] 均匀化法和渐进结构优化法分别在本章第三节和第五节详细介绍。

(一) 变密度法

变密度法^[20]是属材料 (物理) 描述方式的结构拓扑优化方法。其可以人为地引入一种假想密度在区间 $[0, 1]$ 内可变的材料,以连续变量的密度函数形式表达了单元相对密度与材料物理参数之间的对应关系,以每个单元的伪密度作为设计变量,以材料的最优分布为目标函数,将结构拓扑优化问题转化为材料最优分布设计问题,应用优化准则法^[24]或数学规划方法^[25]求解材料最优分布设计。密度法中引入 SIMP 模型或 RAMP 模型,通过惩罚因子对中间密度值进行惩罚,使中间密度向 0~1 聚集,拓扑优化设计结果能很好地逼近实体和孔洞分明的 0~1 优化结果。其特点是:更能反映拓扑优化的本质特征,变量少,程序实现简单,计算效率高,广泛地应用于应力、频率、位移、动力响应的连续体结构拓扑优化设计问题。变密度法虽然克服了均匀化方法中微结构的缺陷,但由于人造密度的假定,使处理中间密度成为难题,解的精度较差。^[26]

近年来,研究人员对变密度法做了大量卓有成效的研究。Mlejnek^[27]和 Bendsøe^[21]分别建立了变密度模型并证实了该方法物理意义的存在性,随后 Yang^[37]基于该理论对车身进行了拓扑优化,王健等^[28]解决了应力约束下平面弹性结构的拓扑优化问题。另外,袁振^[29]基于杂交元和变密度法研究了连续体结构拓扑优化问题,指出其数值的不稳定性和计算的复杂性是该方法在应用中面临的主要困难,^[30-32]故该方法有待进一步修正和改进。

(二) 变厚度法

变厚度法的基本思想是以基结构中单元厚度为拓扑优化设计变量,通过改变结构中厚度分布实现结构拓扑的变更。变厚度法用于比较简单的平面结构(如膜、板和通过删除厚度尺寸的壳等),该方法避免了均匀化方法构造微结构的麻烦,但是由于把拓扑变量挂靠在单元厚度上,拓扑变量失去了独立的层次,导致推广到三维问题有一定的难度,应用范围狭窄,优化效率也难以得到提高。^[33,34]

自 Tenek 等^[31]在对薄壳结构的研究基础上提出变厚度法后,研究人员在变厚度法的应用领域上做出了一定的开拓。利用该方法,程耿东^[35,36]等先后对平面膜结构和平面弹性体结构进行了研究。另外,周克民^[37]和胡云昌^[38]等分别将该方法拓展到了对连续体结构拓扑优化的应用,随后又将此方法与拓扑分析相结合。^[39]

(三) ICM 方法

ICM 方法^[40]是隋允康于 1996 年提出的。它以一种独立于单元具体物理参数的设计变量来表征单元的“有”与“无”,将拓扑变量从依附于面积、厚度等尺寸优化层次变量中抽象出来,恢复了拓扑变量的独立性,为模型的建立带来了方便。同时,为了求解的简捷性,该方法构造了过滤函数和磨光函数,把本质上是 0~1 离散型变量的独立拓扑变量映射为在区间 [0, 1] 上的连续型变量,定义了独立连续的拓扑变量;^[14]在按连续变量求解之后,再把拓扑变量反演成离散变量,使独立连续的拓扑变量逼近离散拓扑变量,即通过映射反演完成拓扑变量“离散—连续—离散”的变化过程。它的关键在于独立连续的拓扑变量和映射反演过程。独立是指拓扑变量不再依附于低层次的具体参数上;连续是指拓扑变量的连续。映射反演包含两层含义:一方面是为了协调独立和连续之间的矛盾,借助过滤函数建立离散拓扑变量和连续拓扑变量之间的映射;另一方面是指优化模型的求解用到了原模型和对偶模型之间的映射。

ICM 优化方法在每一轮子循环迭代求解中,结构位移等特性量及其导数都用该轮循环迭代开始时的结构特性量及其导数近似得到,而忽略了循环过程中设计变量的变化大小。这种近似处理可能造成较大的计算误差,从而产生目标函数的振荡现象。^[41]且在优化过程中,大量被删除的材料单元仍以较小的刚度和质量存

在于结构中,易引起结构总刚度矩阵病态以及结构出现虚假的局部模态。另外,结构分析始终保持在最大设计域的规模,其分析计算量大。^[42]以上几点在一定程度上限制了该方法的应用和推广。但是,ICM方法在保持拓扑变量独立的前提下,定义了连续的拓扑变量,应用数学规划中连续光滑的解法有效地解决了应力、位移、频率等约束下的连续体结构拓扑优化问题,并通过引入对偶规划方法大大减少了设计变量的数目,提高了优化的计算效率,具有简洁性、合理性,同时物理上有明确的解释。因此,其在优化领域依然占据重要位置。

ICM方法主要代表性的工作有:隋允康^[43]和叶红玲等^[44]用ICM方法分别研究了骨架与连续体结构的统一模型和位移约束下多工况连续体拓扑优化;张学胜等^[57]研究了位移约束集成化处理的连续体结构拓扑优化问题;彭细荣等^[45]基于应力约束凝聚化对ICM方法进行了改进。

三、常见数值问题解决及研究

连续体结构拓扑优化方法中采用的数值计算方法主要有无网格法和有限单元法。无网格法是用移动的最小二乘法构造插值形函数,离散模型仅用一系列节点和对模型边界的描述来表示,从而摆脱了有限元中烦琐的单元网格生成过程,但该方法对边界条件的处理效率很低,目前尚处于发展和完善之中。^[13]

有限元法是现行运用最广泛的数值计算方法,优化过程的编程简单,但基于有限元法求解时常会出现数值计算问题,如灰度单元(Gray-scale Element)、棋盘格(Checkerboard)、网格依赖性(Mesh Dependency)和局部极值问题(Local Minima)等。这些与材料的优化算法、插值模型及数值求解方法等因素有关的数值计算问题,影响到优化过程的稳定性、收敛性及优化结果的可加工性,导致无法对优化结果进行识别和提取,难以进行后续尺寸和形状的设计与制造。

(一) 灰度单元

灰度单元是指在优化结构中存在大量伪密度(介于0~1之间的密度)单元,使拓扑结果不清晰,难以确切地给出拓扑构型,使得优化结果在工程实际中可制造性差。灰度单元问题主要存在于变密度方法中,^[3]可以从以下几个方面进行解决:

(1) 加入惩罚项。构建数学模型时在目标函数中加入惩罚项,使优化变量向变量的上限或下限靠拢。

(2) 合理确定滤波半径。研究表明,为消除网格相关性和棋盘效应而引入滤波的方法,当滤波半径过大时将会导致灰度单元的产生。^[47]因此,合理选择滤波半径对于抑制灰度单元有明显的效果。

(3) 后处理法。在优化后期,人为地把中间密度定义为更接近的0~1密

度值。

(4) 新算法。从算法本质上克服中间密度的存在。如渐进结构优化法通过逐渐将无效或低效的材料删除,实现连续体结构拓扑优化,因此在优化过程中,不再产生 0~1 之间的中间密度,拓扑形式清晰,具有良好的工程应用性。^[48]

(二) 棋盘格

结构拓扑优化最优结果中,在某些区域内常常出现材料和空材料交替出现类似棋盘格的现象,使拓扑构型的提取有一定困难,且难以符合生产实际。Bendsøe^[49]认为,棋盘格的出现与优化问题解的存在性以及有限元近似的收敛性密切相关,是连续问题的解以弱收敛方式逼近原离散问题的真实解时出现的一种现象。为了得到清晰、匀质并适合加工的优化结果,许多研究人员就棋盘格式抑制技术开展了大量的研究,主要方法有:

(1) 后处理方法。在棋盘格式出现后,采用后处理技术把棋盘格式部分滤除。^[50]

(2) 改变优化目标函数的泛函以使优化过程趋于稳定。^[51]

(3) 局部密度斜率控制法。主要对单元密度的梯度变化引入约束来限制相邻单元之间的密度变化,保证有限元求解的准确性。

(4) 采用较为稳定的分析单元。Diaz 等^[52]的研究表明,棋盘格的产生与分析单元的选择有关,合理选择高阶单元或采用非协调元,可有效降低或消除棋盘格。如非协调单元、杂交单元和八节点单元等,可在一定程度上抑制棋盘格式,但随之而来的是有限元计算量急剧增大,而且绝对稳定的单元仍未发现。^[53]

(5) 过滤技术。主要包括灵敏度过滤法^[54]和密度过滤法^[55]。它是基于卷积过滤技术,以某单元为中心且在过滤半径范围内各单元灵敏度或密度的加权平均值,使结构体现出网格无关性,从而有效消除棋盘格现象,而且不需要加入额外约束,程序实现简单。

(6) 灵敏度再分配法。首先用节点相连的单元灵敏度平均值作为该节点的灵敏度,再用单元的节点灵敏度平均值作为该单元的灵敏度,在拓扑优化过程中以再分配后的单元灵敏度作为材料删除判据。^[56]这种方法加入了额外约束,增加了计算的时间,影响了算法的准确性。

(7) 周长约束法。在规定孔洞面积的前提下,通过引入周长的上限约束,来对棋盘格现象进行控制。周长控制法是一种全局约束,不能对结构的局部细节拓扑进行限制,所以可能落入局部极值点。^[57]

(三) 网格依赖性

网格依赖性是指拓扑优化计算结果与计算区域的不同网格划分密度有关。随着网格的剖分密度变大,网格数量增加,优化结果的几何复杂性增加,几何尺寸

逐步减小, 出现大量极不利于生产加工的细小分枝结构, 导致计算结果的可制造性下降, 同时也容易产生屈曲等问题。Zhou 等^[58]认为, 网格依赖性实际上是棋盘格式的一种表现形式, 从而能够避免棋盘格现象的方法对于克服网格依赖性也是同样有效的。因此, 周长约束法、过滤法、敏度再分配法等也同样适用于对网格依赖性的问题的解决。

另外, Petersson 等人提出的局部梯度约束方法^[59]、引力函数法^[60]、多尺度小波函数法^[61]、最小尺寸控制法^[58]等的可行性也同样得到了证明。

(四) 局部极值

局部极值问题是指在相同离散格式下, 选择不同的算法参数以及不同的计算初始点会得到不同的优化结果。也就是说, 即使初始参数很小的变化(如几何设计域、单元数、优化参数等)都可能导致优化设计结果有较大的变化。它是优化领域一个公认的难题, 目前还没有找到一种完全有效地克服所有局部极值问题的方法, 特别是多目标、多约束、大规模、复杂的拓扑优化问题, 通用的全局最优算法还有待于进一步研究和完善。^[62]

一般采用两种措施来减少局部极值问题的影响:^[33]一是从优化算法上寻找一种尽量合适的全局优化算法; 二是从迭代初值上采取选用不同的初始计算值来进行试算, 选取较好的优化结果。

国内学者程耿东等^[63]对此进行了深入研究, 并指出应力函数的不连续性是导致桁架结构拓扑优化奇异最优解的原因, 提出了搜索奇异最优解的 ε 放松算法。左孔天等人^[18]提出了一种基于卷积因子前处理和小波分析后处理的综合过滤算法来消除拓扑优化中的数值计算不稳定现象。目前一些消除数值不稳定性现象的方法都有各自的优缺点, 特别是在实际应用中, 不同的数值方法对计算收敛性和计算速度影响很大。^[13]

所有这些数值异常的现象, 都是由于拓扑优化数学模型的病态引起的, 所以解决局部极值问题必须从改进优化数学模型开始。^[64]一个公认的结论是只有凸规划问题的局部最优解才是全局最优解, 但大多数拓扑优化问题都不是凸规划, 因此难以保证其收敛的结果是全局最优解。^[64]对原优化问题进行改造, 使之成为凸规划问题, 求解过程中再逐渐将其退回至原问题, 即使这样, 也不排除全局最优解存在但是不唯一的情形。因此, 选择一种合适的克服数值不稳定性方法显得尤为重要。

四、现有优化商业软件及开发

成熟的结构拓扑优化方法对于工程结构设计有重大现实意义, 在结构概念设计阶段, 拓扑优化即能得出合理、有效的创新结构初步设计方案。然而, 如何将

理论有效地在计算机软件上实现,需要在两个方面同时努力。

首先,商用优化软件的通用性和简单易操作性,对于优化技术的推广起到至关重要的作用。拓扑优化对使用者的专业知识要求较高,计算机优化软件平台复杂的操作界面在一定程度上阻碍了拓扑优化在结构设计中的广泛应用。所以,将现有工作人员熟悉的建模界面嵌入合适的优化程序,进一步简化操作界面,使之更加智能化是推动优化技术普及应用的一个重要途径。现有商业软件已经对此做了一些卓有成效的工作,其中最著名的是美国 Altair 公司的 Optistruct 软件和德国 Fe - design 公司的 TOSCA 软件。前者能够采用 Hypermesh 作为前处理器,在各大行业内都得到了较多的应用;后者最开始只集中于优化设计,支持所有主流求解器,以及前后处理,操作可以利用已熟悉的 CAE 软件来进行前处理加载,而后利用 TOSCA 进行优化。另外,Ansa 联盟基于 Ansa 的前处理器开发了 TOSCA GUI 界面,以及 ANSYS Workbench 当中 ACT 的插件,可以直接在 Workbench 当中进行拓扑优化仿真。^[65]

其次,基于现有有限元软件进行开放的功能化二次开发,将最新的理论研究成果更加快捷地通过经典算例加以实现并证明,显然对于科研人员更加重要。另外,谢亿民等^[66]组成的研究组开发依附于常用的 Rhinoceros 3D 结构建模界面,通过第三方插件进行数据交换。其利用 Rhinoceros 强大的建模功能建立复杂的结构原形,并通过插件调用 BESO 3D 进行对结构的拓扑优化,优化结果通过插件再次调入 Rhinoceros 环境进行进一步的处理。例如,表面光滑拟合与着色上光等。荣建华等^[67]将 ABAQUS 作为平台结合 Python 程序和 Fortran 语言进行有限元分析和优化设计的二次开发,为结构拓扑优化方法的深入研究奠定了软件基础。李国清等^[68]利用 ANSYS 二次开发语言编制了相应的优化程序,有效地进行了二维平板结构的分析和拓扑优化设计。苏铁熊等^[69]在 CAD/CAE 的基础上,根据快速响应 CAE 设计的需求建立了相应的产品数据库,构架了结构的参数化几何模型与优化设计模型的双向数据共享和映射机制,进行了弹槽导引的快速参数化优化设计,验证了双向相关的 CAD/CAE 快速响应设计方法的可行性。刘书田等^[70]以有限元分析软件 Strand 7 为基础,充分利用其各种分析功能,实现多种载荷边界条件不同目标类型的拓扑优化,验证了所开发程序的有效性。对于不同的课题组,选择更为合适的基础软件平台没有一个统一的标准。