

中国文化

之数学意象

Mathematical Image

of Chinese Culture

熊辉 著

中国文化之数学意象

Mathematical Image of Chinese Culture

熊 辉

Xiong Hui



唯有意象或抽象，才能在形式上极具美感



Scientific Research Publishing

Mathematical Image of Chinese Culture

中国文化之数学意象

Published by

Scientific Research Publishing, Inc.

ISBN: 978-1-61896-136-5

<http://www.scirp.org>

Copyright © 2015 by Scientific Research Publishing, Inc., USA.

All rights reserved.

This work may not be translated or copied in whole or in part without the written permission of the publisher (Scientific Research Publishing, Inc., USA), except for brief excerpts in connection with reviews or scholarly analysis. Use in connection with any form of information storage and retrieval, electronic adaptation, computer software, or by similar or dissimilar methodology new known or hereafter developed is forbidden.

Requests to the Publisher for permission should be addressed to the SRP Copyrights Manager, Scientific Research Publishing, Inc., USA, E-mail: service@scirp.org.

本书中文版由作者授权科研出版社独家出版发行，未经出版者预先书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。禁止用于任何形式的信息存储和检索，电子改编，计算机软件，禁止通过相同或不同的已知或未来开发的方法使用本书。版权所有，侵权必究。

有任何疑问请发邮件至: service@scirp.org

简介

本书以一名数学工作者之视角，来解释或阐述中国古代诸多门派之经典哲学与思想，所涉及之数学理论有实数论、数论、群论、集合论、微积分、博弈论、数理逻辑、分形几何、极限论等。

本书内容广博，其中涉及道家、儒家、佛家、阴阳家、杂家、法家、名家、墨家、兵家、纵横家等流派，以及物理学等现代自然科学。

序 言

若能理解抽象之数学，就会发现：数学之美令人窒息。数学美是简洁的，这主要体现于其符号化、统一性与抽象性。符号是意象的，数学及其推理都是抽象的（且比逻辑之抽象更为高级）。唯有意象或抽象，才能在形式上极具美感。

数学之方法与应用遍及天文、地理、物理、化学、生物、考古、工程等科技领域，且与经济、社会等科学亦联系密切。数学为科学发展提供了必不可少之工具，对于科学家理解、解释自然而言，数学是不可替代的。只有先学会欣赏数学那令人窒息之美，才能领略大自然至深之奥妙。

以建筑结构类比，可说明数学之基础性。如图 1 所示，黑色地基（1）表示数学，外墙（6）表示初级哲学，内墙、地板与天花板（7）表示宗教，屋顶（5）表示高级哲学；紧接着地基之楼层（2）表示自然科学，包括物理学、天文学、音律学、计算机科学、电子、通信、控制、土木、机械、化学等理工科学科；自然科学之上的（3）表示联系自然科学与社会科学之交叉科学，包括考古、生物、地质、物流、管理、会计等；再上层之（4）表示社会科学，其最接近哲学，这表明，科学家若想具有哲学思辨能力，必须具有较深之社会科学素养，特别是文学素养。祖冲之、华罗庚、丘成桐等，就是其中之佼佼者。

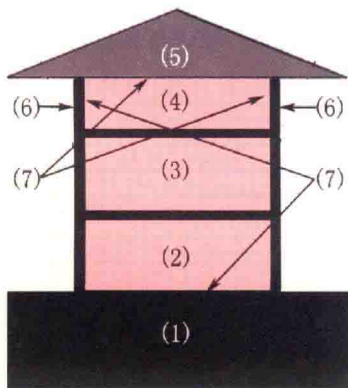


图 1：学科结构图结构图

想象一下，当人们处身于某栋封闭建筑之内时，看不见天地，看不见屋顶、外墙，更看不见地基；能看见的，除室内物品外，就是内墙。这就是为什么其他学科人士无法领略数学之美、也不能很好地领悟高级哲学之根本原因。外墙表示普通哲学，因其显而易见，故说明绝大多数人都具有基本的哲学思辨能力，都能说出一些“有道理”的话。

当人们因无法解释一些现象、不能理解一些事情而感到忧心时，就会去期待心灵安慰或寻求宗教之包容与指导。当人们在空荡荡的房间里独处时，多半会在墙角、窗边等地寻找依靠、安慰或包容。因此，内墙、地板等具有宗教性质。

“九层之台，起于垒土”，建筑物越高，地基就必须打造得越扎实、越深厚，否则随时都有倒塌之可能。当自然科学蓬勃发展之时，若数学不能被同步推广起来，则自然科学所获之结论将很难存活。科学共产主义之创始人 Karl Marx（卡尔·马克思，1818-1883）曾道：“一门科学，只有成功地应用到数学，才能达到完善的地步。”由此可见数学之重要性。而数学在应用于科学时，其简洁性与抽象性必将使得该应用过程充满了各种各样的美感。在科学史上，波兰神学家、天文学家 Copernicus（哥白尼，1473-1572 年）发现古希腊学者 Ptolemy（托勒密，约 90-168 年）之地心说推理繁琐，单从数学简洁之角度，他就觉得应该推翻 Ptolemy。而百余年后，德国天体物理学家 Kepler（开普勒，1571-1630）也感觉到 Copernicus 数学美之不足，于是决定对行星采用椭圆型轨道。

光沿直线传播，植物叶序按其通风、采光之最佳布局排列，某些攀援植物（如藤类）所选之螺旋式上攀路径对其来说最省力，（体积一定的条件下）蜂房之结构最省材料，大雁迁徙时排成人字形之队伍空气阻力最小；动物粗细血管直径之比在输导液体时能量消耗最少……。这些最佳、最好、最省等事实，来自生物进化与自然选择，并同时展现了自然界之简洁与和谐。宇宙万物如此，数学也如此。

科学巨擘、英国物理学家、数学家、天文学家、自然哲学家 Newton（牛顿，1643-1727 年）曾说：

数学家不但更容易接受漂亮结果、不喜欢丑陋结论，而且他们也非
常推崇优美与雅致的证明、不喜欢笨拙与反复的推理。¹

数学之简洁性首先体现在其符号化表述。一种文化必须有其文字，文字其实就是一种符号，仓颉造字时天地惊而鬼神泣，可见符号之运用实有神鬼莫测之机能。

¹转引起：吴振奎，吴旻，数学中的美，上海：上海教育出版社，2002。

在数学也一样，数、字母、代数式，还有图，这都是数学之符号。将数学符号化，是使数学简洁首要而必不可少之手段。若无符号表示数学及其运算，数学之发展是无法想象的。正如若无文字，语言与文学就难以发展一样。数学符号是贯穿于所有数学分支之支柱，恰当而巧妙地运用符号去简化所要考虑之问题，可使得相应之理论更容易被人接受。如，微分方程 $\frac{dx(t)}{dt} = \lambda x(t)$ 表示函数 $x(t)$ 之变化率与 $x(t)$ 自身之大小成正比，而定积分 $\int_a^b |f(x)| dx$ 表示函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 内所覆盖之面积。读者试回想定积分之定义，若函数 $f(x)$ 所对应之图形不是直线或折线，求其覆盖面积要做无穷划分，这是很繁琐的。

数学符号与运算法则就像道教正一派之符篆。符，作为一种文字，曲折难辨、似书亦似图，令人茫然无知，但道教认为其能召致鬼神、厌镇精魅。《三洞神符记》中道：

此符本於结空，太真仰写天文，分别方位，区别图像符书之异。

道经认为，符本身乃天上云气自然结成，后由太上老君等神仙将它传于人间。据《淮南子·本经训》记载：

昔者仓颉作书，而天雨粟，鬼夜哭。（高诱注云：鬼恐为书文所劾，故夜哭。）

可见，符（号）之形态，决定了其功能与（计算）法则。

数学符号之发展，与道符之发展基本类似：从少到多，从简单到复杂。这实际上与生命体之进化也颇有相通之处。道符形成于东汉，其造作大概是模仿古代君主用以传达命令或调动军队之虎符，这就正如将加减乘除应用于自然数一样。随后，人间符被改换后应用于神鬼世界，遂有天符、神符之出现。据《日书》乙本记载，战国时期之巫师已经在使用禹符，也称作巫符。早期的道派继承了多数巫术且加以发展，最终形成庞杂之道教，巫符也便转变成了道符，并且发展出了成卷连篇之符书。如：东汉时期之《太平经复文》、《灵宝五符经》、《五芽真文》、《三皇文》等；而东汉以后，新的道符越来越多，如葛洪《抱朴子·内篇·遐览》中著录大符五十六种，合五百餘卷。道教符书文句连贯，比巫符字多量大，因此表现力更为丰富。这一过程，与初始之数字符号向后世复杂繁多之数学符号演变，如出一辙。

在数学中，有符号就必须有法则，这就是抽象；在道教，有符就必须有篆，

篆出于自然之气，这就是意象。这一点，与所有的数学法则都出于自然数有异曲同工之妙。《正一修真略仪》记载：

神符宝篆，其出自然，故於元始赤明浩劫之初，浑茫之际，空中自结飞玄妙气，成龙篆之章，乃元始神尊化灵应气然也。

篆以检劾三界官属，御运元元；统握群品，鉴鹭罪福，考明功过，善恶轻重，纪於简籍，校诫宣示之文；掌觉灵图，推定阳九百六天元劫数。又当诏令天地万灵，随功役使，分别仙品，众官吏兵，亿乘万骑，仙童玉女，列职主事，驱策给侍之数目。浩劫无穷，太上十方至真众圣，皆互禀师资，结盟受授，从俗登真，永保生道。

即篆为笔画曲折成龙形之符字，得其篆者，即可召唤篆上神吏兵将护卫，役之施行道法。同时，它对受篆者亦可形成一种约束。故《正一修真略仪》书中又云：

篆者，戒篆情性，止塞愆非，制断恶根，发生道业。从凡入圣，自始及终，先从戒篆，然後登真。

经过长期演变，道教内部形成了正一、灵宝、上清、神霄、清微、净明等法篆，以作为入道凭信与道阶之标志。唐代时，道教从正一法篆，经三皇法篆、灵宝法篆依次递升，直到最高之上清法篆，总计一百二十阶，最为完备。元以後，神霄、清微等法篆渐渐并入龙虎山正一派，元、明时代又由龙虎山大真人总领茅山（上清）、合皂山（灵宝）与龙虎山（正一）三山符篆，符篆派遂以正一道为代表，正一法篆也从此增至三十六种。迄今为止，法篆之授受仍是正一派之宗教活动盛典。受篆后，道士方具有法师资格。

数学符号抑或道教符篆，其本身只是一种被选定之记号，并无多大意义。但一旦其取代了某个事物，则有意想不到之神奇。当人们在闷热无风之夏夜发出“呜——噜噜噜噜噜噜”之呼唤“咒语”后，马上便会清风徐来。作者无法解释其因，但自从被奶奶教会如此“召唤风神”后，从小到大，屡试不爽。或许是因为作者祖祖辈辈都生长于中国道教圣地、道教正一派之祖庭龙虎山附近，因此对于符篆之信仰不但始终无法被科学磨灭，反而数学读得越多，就越觉得其符号系统与道教正一派之符篆系统有着相通之处。

符篆必须与咒语相结合，这就像数学符号必须有运算口诀或法则一般。有符无咒，不起法效；有咒无符，那纯粹是鬼叫。道士念咒前先画符，而画符前必先沐浴更衣、焚香敬神、行法礼、念八大神咒；礼毕方可画符，否则所画之符仅是

一幅书法而已。咒语即具有特殊音频效应之口诀，道教以之养生辅助、祈福消灾或召驱鬼神，以达到施行者之特殊目的。



图 2：左为古人求取功名之学业文昌符，今日民间仍有遗风；中为夫妻和合符，能使夫妻和合减少争吵，感情恩爱；右为五雷符，随身携带可护身、避免意外盗难。



图 3：唐代符篆纹镜

第三十代天师张继先真人在《开坛法语》中道：

吾家法祿，上可以动天地，下可以撼山川，明可以役龙虎，幽可以摄鬼神，功可以起朽骸，修可以脱生死，大可以镇邦家，小可以却灾祸。

这与（南宋）秦九韶在《数书九章·序》中对数学之评价有异曲同工之妙：

（数学）大则可以通神明，顺性命；小则可以经世物，类万物。

若中世纪以前之数学家复活到现在，他会认为这些数学符号是神仙符咒组成之魔力公式，若念对了，则可获得战胜自然之无比力量。

目 录

简 介.....	i
序 言.....	ii
目 录.....	x
卷一 算术与数学.....	1
1.1. 算术与算数.....	2
1.2. 精度与测度.....	9
1.3. 数术与数学.....	15
1.4. 内算与外算.....	21
1.4.1. 内外算之普及.....	21
1.4.2. 内外算之转换.....	28
卷二 数与易经意象.....	33
2.1. 易经与传承.....	34
2.2. 卦辞与卦象.....	37
2.2.1. 卜卦与卦辞.....	38
2.2.2. 卦爻与象数.....	41
2.3. 奇门与卜筮.....	43
2.3.1. 奇门遁甲概论.....	44
2.3.2. 龟卜与揲蓍法.....	51
卷三 道家及其相关教派.....	55
3.1. 无极与混沌.....	58
3.2. 时空与长生.....	68
3.2.1. 长生之时空表述.....	68

3.2.2. 长生之时空映射	71
3.3. 消息与丹道	75
3.3.1. 消息与呼吸	75
3.3.2. 内丹与外丹	82
3.4. 阴阳与五行	86
3.5. 医家与医道	94
3.5.1. 中医与西医	95
3.5.2. 中医之医道	102
3.6. 时间与空间	107

卷四 儒法墨名与兵家纵横.....111

4.1. 诸学派总论	112
4.2. 儒家与法家	115
4.3. 墨家与墨子	123
4.4. 再论儒与墨	130
4.5. 名家与辩论	137
4.6. 兵家与博弈	143
4.7. 纵横与捭阖	151

卷五 古典文学之数学随想.....159

5.1. 诗词曲之代数结构	160
5.2. 文学与数字分布	165
5.3. 文学与分形几何	172
5.3.1. 分形之维度	173
5.3.2. 空间与时间	176
5.3.3. 外物与内在	181
5.4. 数学与文学作品	184
5.4.1. 数学随想	185
5.4.2. 西游记	189
5.4.3. 三国演义	193

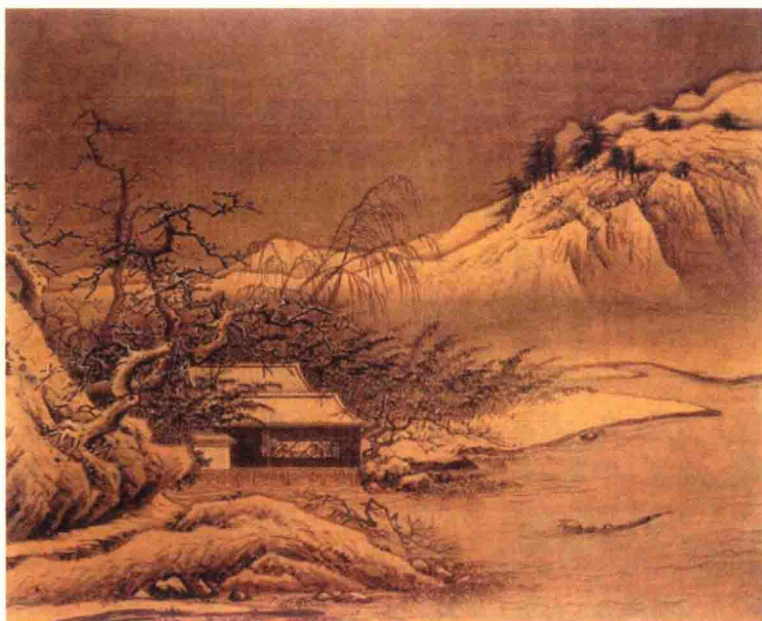
参考文献.....	197
A 类文献.....	197
B 类文献.....	203
C 类文献.....	204
跋.....	211

卷一

算术与数学

当所有文明都被归因于欧洲人时，这就如同某位人类学家某一天在原始部落里听到的那样——他们只是讲述自己的事情。他们过于相信世界上所有重要的一切都与他们共始终。……当原始部落做出如此声明时，我们会感到好笑。但是这种嘲笑反过来或许同样适用于我们自己。……狭隘主义可能改写历史，而仅仅大肆宣扬自己族群成就的历史学家，同样是狭隘主义者。

——露思·本尼迪克特《菊与刀》



哲学一词源出希腊语 *philosophia*，意为“热爱智慧”，其根本问题为思维与存在、精神与物质之关系等。中国古代并无哲学一词，但热爱智慧之行为却相当久远，而关于思维与存在、精神与物质之思考，也是层出不穷、代有传承，并形成了以三教九流为代表之学术门派。而这些门派，在思考方式上都与古希腊截然不同。

1.1. 算术与算数

《孙子兵法·计篇》（成书于公元前 512 年左右）曰：

夫未战而庙算胜者，得算多也；未战而庙算不胜者，得算少也。多算胜，少算不胜，而况无算乎？

可见，战前“庙算”或“算”非常重要。庙算，指古代用兵、征讨之前，在祖庙里举行祭祀与授权仪式，并与宗祖“讨论”作战之规划等问题。在六十四卦中，“火山旅”卦（䷷）“九四”爻曰：

旅于处，得其资斧，我心不快。

以及“双风巽”卦（䷸）“上九”爻曰：

丧其资斧，贞凶。

其中所提及资斧之“斧”，正是“庙算”仪式中某种授权之信物。

中国古代文字系统十分简洁，寥寥数句，含义却十分丰富而深刻，往往使后人解读时难辨其真义，赞叹感慨之余，复加诚惶诚恐。子曰：“书不尽言，言不尽意。”是以圣人“设卦观象”，《易经·系辞上》曰：

圣人立象以尽意，设卦以尽情伪，系辞焉以尽其言，变而通之以尽利，鼓之舞之以尽神。

从《易经》一书不难看出，中国古代早期之数学以“算”为主，因此有关“算”字之词语比比皆是，如：神算、妙算、盘算、计算、谋算、胜算、打算、划算、失算、测算、推算、暗算、老谋深算、神机妙算、能掐会算、掐指一算、人算不如天算、机关算尽太聪明……。而“算”之对象就是“数”，因此有关“数”之词语，亦比比皆是，如天数、气数、命数、运数、岁数、套数、路数、礼数、定数、心中有数、在数难逃……。至于算数的法门，就称为“术”。因此，在中国古代早

期，算数、算术、术数、数术，基本上是同义同理的。

当今之数学家、科学家大都认为，数学为自然科学之基石，是人类认识世间万物与发展科技之重要而不可替代之工具。故唯有理性地应用数学，才能服务于社会。实际上，《易经》早就告诉我们，数学除了应用之广泛性外，还具有思维之抽象性与理论之严谨性。因此，数学不单单只能被应用，也应该继续其抽象与严谨，发展其固有之数理规律。不难理解，后世之算卦、卜卦系统，正是由此而生的。故《汉书·艺文志》曰：

数术者，皆明堂、羲和、史、卜之职也。

并将数术家分为天文家、历谱家、五行家、蓍龟家、杂占家、形法家六大派。天文家研究星象，测算日月星辰之运行，观测气候；历谱家侧重于分四时、定节气，推算日月星辰之行度以记时日，并兼修古代帝王年谱；五行家研究阴阳五行之变化、推衍，总结出万物相生相克之规律；蓍龟家研究龟卜、蓍筮之术，为国家行为、决策提供重要参考依据；杂占家根据各种事物之迹象，推知善恶之征兆，包括占梦、求福、除妖、祈雨等；形法家研究勘舆地理、风水、相术等。以上六家术数，皆以自然比附人事，据自然现象推断吉凶灾祥，并为君王施政提供参考。

可见，数学在中国古代早期是有地位者才有资格研习的，如周文王姬昌本人便是其中之佼佼者。《汉书·艺文志》录有“数术百九十家，二千五百二十八卷”，可谓人才鼎盛、作品繁多。时至今日，那些著作大多已经亡佚。据考证，今存之《山海经》亦为数术家之代表作，作者不详，内容主要为民间传说中之地理知识。

从数术之用途与研究数术者之地位可以看出，数术利用阴阳变化以及五行生克等规律，来推断万事万物之吉凶，在中国古代早期几乎就是治国平天下之术。早期之数术家对中国古代思想、文化与社会生活影响巨大，在西汉及更早期之知识体系中，数术是一套广为流行且具有实际功效之技术与观念，今日观之则科学知识 with 迷信法术兼具，并与宗教信仰密切相关。由于后世数术家与阴阳家、方技家多有关联，有时三者界限并不清晰，后世亦逐渐将诸家合流。是以今日但凡说起“算卦”，科学工作者便嗤之以鼻，以之为妄谈。更有甚者，不分青红皂白，便将之与“算命”视为同等之迷信。这实际上甚不公平。

据作者统计，在《易经》之卦象里，占筮有上吉，初吉，终吉，利，无咎，无悔、悔吝咎，不利，凶，大凶等。统计结果如表 1.1 所示，其中不算差之断语占 71%，不算好之断语占 29%（其中真正之凶卦只占 17%），这与变化的随机性出入甚大（随机吉凶应该各占 50%）。很多学者认为，《易经》之真正意图，并不在于

教人怎样卜卦算命，而是极力表达了一种积极向上、自强不息与厚德载物之思想。其主要目的，在于培养人们当修养达到一定高度之后对事物进行判断之能力。可见，算命是否迷信姑且不论，而算卦却是既数学、哲学，亦科学的。

表 1.1:《易经》中卦爻辞之吉凶论断及其频率

论断	大吉	吉利	无咎、无悔	不利、悔吝咎	凶	大凶
频数	21	128	124	65	56	27
频率	4%	43%	24%	12%	11%	6%

事实上，数确实可以算！如：火箭升空、卫星发射、雷达定位、车速测量等问题。在运动定律尚未出现之前，人们只怕无法理解为什么有人能知道某时刻某个被研究对象之位置与速度。随着现代数学与物理学之发展，人类知识日渐丰富，今天已可做到“算”得很精确。由此作者推测，德国理论物理学家、量子论矩阵力学之创始人 Heisenberg（海森堡，1901-1976 年）通过数学所建立之“测不准原理”，即粒子之动量与位移不能同时被精确测量这一理论，很可能是因为目前的数学还不太会“算”之原因。当今之科学工作者，已经达成这一共识：计算科学，理论，实验，共同构成了现代科学的三大支柱。¹既然要计算，那怎么可能不用到数与数学呢？

再如近一百年发展起来之天气预报，主要有天气图预报、统计预报与动力学预报等方法。统计预报是以概率论为基础，根据预报量与预报因子之回归方程，看其在概率上是否已达到某种置信水平。动力学预报是最主要之方法，其原理其实就是利用几个微分或差分方程通过一些初值条件来预测未来几天之天气状况，利用耗散系统之差分方程

$$x_{n+1} = \lambda \cdot x_n (1 - x_n), \tag{1.1}$$

只要给出初始时刻之各层天气图资料，则可确定未来某时刻压、温、湿、风等分布情况。这种预报若对初始值掌握越精确，则预报之准确度会越高。

1963 年，美国麻省理工学院的气象学家 E.Lorenz 在试图利用计算机模拟进行长期天气预报时发现，在一些参数区，方程的解非常敏感地依赖于初始条件。²当

¹钟万镒，高强。辛破茧。大连：大连理工大学出版社，2011：前言 p3。
²贺凯芬。从孤立波到湍流——非线性波的动力学。北京：北京大学出版社，2011：p95。