

2019 李永乐·王式安
考研数学系列

数学基础过关

660 题

数学三

主编◎李永乐 王式安 武忠祥

编委◎“高数”：李正元 武忠祥 刘西垣 章纪民 蔡燧林
“线代”：李永乐 胡金德 “概率论”：王式安

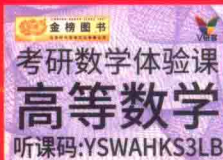
核心搭配：《复习全书》+《660题》+《历年真题》

哪里不会 重难点视频讲解 下载V研客APP
扫哪里 APP扫书中二维码 获取方式详见封二使用说明

· 一线名师强强联手
· 典型习题精选精编
· 解答精准评注点睛
· 渐进稳步提升

· 实力打造考研精品
· 难度适中题量适当
· 全面指导解题思路
· 基础过关举一反三

超值
加赠



双色印刷

高品质
阅读体验



全国各大考研辅导机构通用教材

2019 李永乐·王式安
考研数学系列

数学基础过关

660题

数学三

主编

李永乐 王式安 武忠祥

编委

| | |
|--------------|------------|
| 王式安 (北京理工大学) | 刘西垣 (北京大学) |
| 李正元 (北京大学) | 李永乐 (清华大学) |
| 武忠祥 (西安交通大学) | 胡金德 (清华大学) |
| 章纪民 (清华大学) | 蔡燧林 (浙江大学) |

※按姓氏笔画排序



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

内容简介

《数学基础过关 660 题》是为参加硕士研究生入学考试的考生编写的数学基础习题集,题目覆盖考试大纲要求的所有知识点。多年来,编写团队老师一直不断进行修改与完善,已经是广大考生公认的一本优秀考研数学题集。全书以选择题和填空题的小题形式来考查各个知识点的掌握程度。很多小题的结果都是很常用的结论,熟练掌握这些题目的解题方法可以帮助提高做题的效率。希望大家通过练习这些题目,逐步提高成绩。

图书在版编目(CIP)数据

数学基础过关 660 题. 数学三/李永乐,王式安,武忠祥主编. —西安:西安交通大学出版社,2017. 11
ISBN 978-7-5693-0280-6

I. ①数… II. ①李… ②王… ③武… III. ①高等数学—研究生—入学考试—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 293202 号

书 名 数学基础过关 660 题·数学三
主 编 李永乐 王式安 武忠祥
责任编辑 李志丹

出版发行 西安交通大学出版社
西安市兴庆南路 10 号(邮政编码 710049)

网 址 <http://www.xjtupress.com>
电 话 (029)82668357 82667874(发行中心)
(029)82668315(总编办)

印 刷 三河市鑫鑫科达彩色印刷包装有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 25 字数 544 千字
版次印次 2017 年 12 月第 1 版 2017 年 12 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5693-0280-6
定 价 69.80 元

读者购书、书店添货,如发现印装质量问题,请与本社发行中心联系、调换。

版权所有 侵权必究



金榜图书官方天猫店
店名:时代巨流图书专营店
(<http://sdjits.tmall.com>)



金榜图书官方微信



西安交通大学出版社
天猫官方店



西安交通大学出版社
官方微信

金榜考研数学系列及使用说明

考研数学满分 150 分,数学在考研科目中的比重明显,同时又因数学学科本身的特点,考生的数学成绩历年来总是差别很大,因此有得数学者得考研之说。既然数学对考研成绩的意义如此重要,就有必要探讨一下影响数学成绩的主要因素。

本书编写老师们根据多年的命题经验和阅卷经验总结,发现考研数学命题的灵活性非常大,反映在命题中,不仅仅表现在一个知识点与多个知识点的考查难度不同,更多的是表现在考查多个知识点的综合上,这些题目在表达上多一个字或多一句话,难度都会千差万别。正是这些综合型题目拉开了考试成绩的距离,而构成这些难点的主要因素,实际上是最基础的基本概念、定理和公式的综合。同时,从阅卷反映的问题来看,考生答错题目的主要原因也是对基本概念、定理和公式记忆和掌握得不够熟练所致。总结为一句话,那就是:要想数学拿高分,就必须熟练掌握、灵活运用基本概念、定理和公式。

基于此,李永乐、王式安考研数学辅导团队结合多年来的考研辅导和研究,精心编写了本系列图书,目的就在于帮助考生有计划有步骤地完成数学复习,从基本概念、定理和公式的记忆,到对其的熟练运用,循序渐进。

一、本系列重点图书和复习建议

每年硕士研究生入学数学考试的时间一般都安排在上午,考生们可将数学的复习时间安排在每天上午。基础、强化阶段,每天至少应安排 2 小时来复习数学,对于数学基础较差的同学建议提早复习基础知识,每天再多花点时间来做做习题。

| 重点图书 | 复习建议 |
|----------------|---|
| 《考研数学复习全书》 | <p>重视基础积累,纵向学习,夯实知识点</p> <p>由于全书的编写起点是学完大学数学课程,所以建议基础薄弱的同学,先花点时间整体的看看书中的理论知识,然后再看例题。以章或节为单位,学习新内容前要复习前面的内容,按照规律来复习,经过必要的重复会起到事半功倍的效果。系统复习,打好基础,特别是对大纲中要求的基本概念、理论、方法要系统理解和掌握。完成基础准备。另外按章节顺序完成相应的配套练习题,通过练习检验你是否真正地掌握了。</p> |
| 《数学基础过关 660 题》 | <p>在完成基础知识的学习后,有针对性的做一些练习。熟练掌握定理公式和解题技巧,加强知识点的前后联系,体系化,系统化,分清重难点,让复习周期尽量缩短。</p> <p>虽说书中都是选择题和填空题,同学们不要轻视,也不要一开始就盲目做题。看到一道题,要能分辨出是哪个知识点,考什么,然后做题过程中看看自己是否掌握了,应用的定理、公式的条件是否熟悉。这样才是真正做一道题。</p> |
| 《数学历年真题权威解析》 | <p>通过真题,进一步提高解题能力和技巧,达到实际考试的要求</p> <p>第一阶段,看看各年真题,熟悉题型和常考点。</p> <p>第二阶段,进行专项复习。</p> <p>书中将真题按考点进行分类。对重点题型和自己薄弱的内容进行突破,达到全面掌握,不留考点空白。</p> <p>第三阶段,按年份,逐年练习。</p> |

| 重点图书 | 复习建议 |
|------------------|--|
| 《数学历年真题权威解析·试卷版》 | <p style="text-align: center;">考前真题真练,提高应考技巧</p> <p>仿照真实试卷,独立试卷,答题卡,答题纸。模拟考场真实环境。按照考试的要求在规定时间内去做一套真题,调动所有知识储备,调整心态,快速进入考试状态。做过的真题,自己要整理,总结的自己的薄弱环节,针对性复习,加深记忆。</p> |
| 《高等数学辅导讲义》 | <p style="text-align: center;">单科强化</p> <p>武忠祥老师的高数教学讲稿改编而成,系统阐述了高等数学的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。</p> |
| 《线性代数辅导讲义》 | <p style="text-align: center;">单科强化</p> <p>李永乐老师的代数教学讲稿改编而成,系统阐述了线性代数的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。</p> |
| 《概率论与数理统计辅导讲义》 | <p style="text-align: center;">单科强化</p> <p>王式安老师的概率教学讲稿改编而成,系统阐述了概率论与数理统计的基础知识。例题都是经过严格筛选、归纳。多年经验总结,对同学们的重点、难点的把握更准确、更有针对性。认真研读,做到举一反三。</p> |
| 《李永乐数学决胜冲刺6+2》 | <p style="text-align: center;">冲刺模拟题</p> <p>通过整套题的训练,进行总结和梳理。不同于重点题型的练习,需要全面的知识,要综合应用。必要时复习一下基本概念、公式、定理,准确记忆。</p> |

备注:以上内容仅供参考。各位同学可以根据自身的能力和學習习惯进行调整。

二、本书使用说明

本书精选精编选择题与填空题,可以应用于考研的各个阶段,着重训练考生对基本概念、基本理论的理解和运用,培养学生的解题技巧和应试能力。

同时本书的重点题型还配有视频讲解,凡是蓝色字印刷的题目,解析都配有二维码,扫码就能观看,帮助同学更好地理解解题方法,掌握做题技巧。视频扫码详细使用方法见封二。

同时,建议考生在使用本书时不要就题论题,而是要多思考,要对做什么题目、做多少道题目、如何做才能获得满分有所思考和研究,不但要研究考研数学复习必须注意的考点和题型,还要思考和研究,从一道题目中,你学到了多少知识、掌握了什么解题方法,发现了多少自身存在的问题,体会到了多少命题的思路和考点。使用本书的同时,也可以配合使用本书作者编写的《考研数学复习全书》、《数学历年真题权威解析》等,提高复习效率。

前言

本书是为报考硕士研究生的考生编写的数学复习备考用书,从2002年至今,已出版17年了,十多年来,得到了广大考生的信任与好评,成为考生心目中基础复习必备题集。2019版《660题》在2018版的基础上,进行了修订和调整,精益求精,全新升级,力争给考生们的复习带来更大的益处。

本书内容包括微积分、线性代数、概率论与数理统计,题型为选择题和填空题。在题目的编制设计上,我们有两个基本构思:一是选择题与填空题的模拟题,二是为解答题铺路的基础板块。

从教育部考试中心公布的统计结果来看,最近六年数学三的选择题、填空题难度系数如下:

| | 2012年 | 2013年 | 2014年 | 2015年 | 2016年 | 2017年 |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 选择题 | 0.637 | 0.617 | 0.585 | 0.570 | 0.539 | 0.595 |
| 填空题 | 0.528 | 0.412 | 0.356 | 0.624 | 0.405 | 0.548 |

是不是丢分丢得有点多了?对于往届考生的失误要引以为戒,应当重视选择题、填空题的复习吧。

针对大多数考生基础薄弱,很长时间没有复习数学的事实,加大数学复习的强度是有必要的,一定量的练习是必不可少的。本书从各科的难度和需要考生掌握的程度出发,对各科的题目相应的增加,总题目数增至782题,对一些旧、难题重新编写。是一本不可多得的复习用书。

硕士研究生入学考试的性质是“具有选拔功能的水平考试”,而“考查考生对基础知识的掌握程度,是数学考试的重要目标之一”,同时“由于数学学科本身的特点,考生的数学成绩历来相关较大,这说明数学学科的考试选拔性质更加突出”。近年来,一些考生的失误“并不是因为缺乏灵活的思维和敏锐的感觉,而恰恰是因对数学大纲中规定的基础知识和基本理论的掌握还存在某些欠缺,甚至有

所偏废所致”。因此,希望广大考生要按考试大纲踏实、认真、全面、系统地复习,心态要平和,戒浮躁,要循序渐进,不断积累,逐步提高。

另外,为了更好地帮助同学们进行复习,“李永乐考研数学辅导团队”特在新浪微博上开设答疑专区,同学们在考研数学复习中,如若遇到任何问题,即可在线留言,团队老师将尽心为你解答。请访问 weibo.com/@清华李永乐考研数学辅导团队。



清华李永乐
考研数学辅导团队



微信公众号

希望本书的修订再版能对同学们的复习备考有更大的帮助。对书中不足和疏漏之处,恳请读者批评指正。

祝同学们复习顺利,心想事成,考研成功!

编者

2017年12月

目录

第 1 部分 选择题

| | |
|----------------|-----|
| 微积分 | 3 |
| 线性代数 | 41 |
| 概率论与数理统计 | 58 |
| 参考答案 | 74 |
| 微积分 | 74 |
| 线性代数 | 170 |
| 概率论与数理统计 | 207 |

第 2 部分 填空题

| | |
|----------------|-----|
| 微积分 | 241 |
| 线性代数 | 255 |
| 概率论与数理统计 | 263 |
| 参考答案 | 271 |
| 微积分 | 271 |
| 线性代数 | 337 |
| 概率论与数理统计 | 365 |

第1部分

选择题

·微积分·

·线性代数·

·概率论与数理统计·

·参考答案·



微 积 分

1 设 $f(x) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 0, \\ x, & x > 0, \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ -x^2, & x > 0, \end{cases}$ 则

$$(A) f(g(x)) = \begin{cases} 1-x^2, & x \leq 0, \\ 1+x, & x > 0, \end{cases} \quad g(f(x)) = \begin{cases} 1+x, & x \leq -1, \\ (1+x)^2, & -1 < x \leq 0, \\ -x^2, & x > 0. \end{cases}$$

$$(B) f(g(x)) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 0, \\ 1-x^2, & x > 0, \end{cases} \quad g(f(x)) = \begin{cases} 1+x, & x \leq -1, \\ -(1+x)^2, & -1 < x \leq 0, \\ -x^2, & x > 0. \end{cases}$$

$$(C) f(g(x)) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 0, \\ 1+x^2, & x > 0, \end{cases} \quad g(f(x)) = \begin{cases} 1+x, & x \leq -1, \\ -(1+x)^2, & -1 < x \leq 0, \\ x^2, & x > 0. \end{cases}$$

$$(D) f(g(x)) = \begin{cases} 1-x, & x \leq 0, \\ 1-x^2, & x > 0, \end{cases} \quad g(f(x)) = \begin{cases} 1-x, & x \leq -1, \\ -(1+x)^2, & -1 < x \leq 0, \\ -x^2, & x > 0. \end{cases}$$

2 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 分别为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的严格增函数与严格减函数, 则

(A) $f(g(x))$ 为严格减函数.

(B) $f(g(x))$ 为严格增函数.

(C) $f(x)g(x)$ 为严格减函数.

(D) $f(x)g(x)$ 为严格增函数.

3 下列命题正确的是

(A) 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = A \geq 0$, 则存在 $\delta > 0$, 使得 $f(x) \geq 0, x \in (-\delta, 0) \cup (0, \delta)$.

(B) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = A \geq 0$, 则存在 $\delta > 0$, 使得 $f(x) \geq 0, x \in (-\delta, 0) \cup (0, \delta)$.

(C) 若 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = A > 0$, 则存在 $\delta > 0$, 使得 $f(x) > 0, x \in (-\delta, 0) \cup (0, \delta)$.

(D) 若 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = A > 0$, 则存在 $\delta > 0$, 使得 $f(x) > 0, x \in (-\delta, 0) \cup (0, \delta)$.

4 下述命题

① 设 $f(x)$ 在任意的闭区间 $[a, b]$ 上连续, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续.

② 设 $f(x)$ 在任意的闭区间 $[a, b]$ 上有界, 则 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有界.

③ 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为正值的连续函数, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上也是正值的连续函数.

④ 设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为正值的有界函数, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上也是正值的

有界函数.

其中正确的个数为

- (A)1. (B)2. (C)3. (D)4.

5 下述命题正确的是

- (A) 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在, 则必存在 $\delta > 0$, 当 $x \in \dot{U}_\delta(x_0)$ 时, $f(x)$ 必存在.
 (B) 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处连续, 则必存在 $\delta > 0$, 当 $x \in \dot{U}_\delta(x_0)$ 时, $f(x)$ 亦连续.
 (C) 设 $x = x_0$ 为 $f(x)$ 的间断点, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必不存在.
 (D) 设 $f(x_0)$ 不存在, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 必不存在.

6 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)$ 不是无穷大, 则下述结论正确的是

- (A) 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $g(x)$ 是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必是无穷小.
 (B) 设 $x \rightarrow x_0$ 时 $g(x)$ 不是无穷小, 则 $f(x)g(x)$ 必不是无穷小.
 (C) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 无界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必是无穷大.
 (D) 设在 $x = x_0$ 去心邻域 $g(x)$ 有界, 则 $x \rightarrow x_0$ 时 $f(x)g(x)$ 必不是无穷大.

7 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = A$. 则正确的是

- (A) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \infty$. (B) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = 0$.
 (C) $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + h(x)) = \infty$. (D) $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x)f(x) = \infty$.

8 下述命题

- ① 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$.
 ② 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = \infty$.
 ③ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = 0$.
 ④ 设 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$, 则 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = +\infty$.

正确的个数为

- (A)1. (B)2. (C)3. (D)4.

9 下列运算

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} + \frac{1}{\ln(1-x)} \right) \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(1+x)} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\ln(1-x)} \stackrel{\textcircled{2}}{=} \\ \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x} \right) \stackrel{\textcircled{3}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x} \right) \stackrel{\textcircled{4}}{=} 0.$$

其中错误的等号是

- (A)①与②. (B)③与④. (C)①与③. (D)②与④.

10 下列运算过程没有错误的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{2}}{=}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{3}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) = \frac{1}{2}.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{1}{2}x^2}{x^2} \stackrel{\textcircled{4}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) \stackrel{\textcircled{5}}{=}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x}{x^2} - \frac{x - \frac{1}{2}x^2}{x^2} \right) = \frac{1}{2}.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - \cos x}{x^2} \stackrel{\textcircled{6}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1 - (\cos x - 1)}{x^2} \stackrel{\textcircled{7}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1}{x^2} -$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \stackrel{\textcircled{8}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2}{x^2} = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - \cos x}{x^2} \stackrel{\textcircled{9}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{2}x^2} - 1 - (-\cos x - 1)}{x^2} \stackrel{\textcircled{10}}{=} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{1}{2}x^2 - (-\frac{1}{2}x^2)}{x^2} = 0.$$

11 设函数 $f(x)$ 在 $[-\delta, \delta]$ 上有定义, $f(0) = 1$, 且满足 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-2x) + 2xf(x)}{x^2}$

$= 0$, 则

- (A) 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点不连续.
 (B) 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点连续, 但不可微.
 (C) 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点可微, 且 $f'(0) = 0$.
 (D) 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 点可微, 且 $f'(0) = 1$.

12 设 $f(x) = \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$

- (A) 是无穷小, (B) 是无穷大.
 (C) 有界但不是无穷小, (D) 无界但不是无穷大.

13 下列极限正确的是

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} = 1.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin x = \infty.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{\sin x}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = 1.$$

14 考查下列运算:

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}} \left(\frac{2}{x^3}\right)}{1} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3} = \frac{4}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^5} = \dots = \infty.$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} = \dots,$$

由于分子与分母一直反复,所以该极限不存在.

$$\textcircled{3} \text{ 由于 } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{\sin x}{x}}{1 + \frac{\cos x}{x}} = \frac{1+0}{1+0} = 1, \text{ 另一方面, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} \text{ 为“} \frac{\infty}{\infty} \text{型”,}$$

由洛必达法则, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$, 所以 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = 1$.

其中运算与结论都正确的个数为

- (A)0. (B)1. (C)2. (D)3.

15 设 $u(x), v(x), w(x)$ 为定义在 $x=0$ 的某去心邻域内的函数, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} u(x) = 0$, 下述结论:

$$\textcircled{1} x \rightarrow 0 \text{ 时 } (1 + u(x))^{v(x)} - 1 \sim v(x)u(x).$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{v(x)w(x)} = \left[\lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{v(x)} \right]^{\lim_{x \rightarrow 0} w(x)}.$$

$$\textcircled{3} \lim_{x \rightarrow 0} (1 + u(x))^{\frac{1}{u(x)}} = e.$$

正确的个数

- (A)3 个. (B)2 个. (C)1 个. (D)0 个.

16 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下述一些无穷小与 x^3 为同阶无穷小的是

$$(A) \alpha(x) = x^3 + x^2.$$

$$(B) \beta(x) = \frac{1 - \cos x}{x}.$$

$$(C) \gamma(x) = \int_0^{\ln(1+x)} (e^t - 1) dt.$$

$$(D) \delta(x) = (1 + \sin x)^{\ln(1+x)} - 1.$$

17 设 $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$, 则

$$(A) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0.$$

$$(B) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty.$$

$$(C) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1.$$

$$(D) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \text{ 不存在, 但不为 } \infty.$$

$$18 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(n^2 e^{\frac{1}{n}} - \frac{n^3}{n-1} \right) =$$

$$(A) 2.$$

$$(B) -2.$$

$$(C) \frac{1}{2}.$$

$$(D) -\frac{1}{2}.$$

19 设数列 $\{x_n\}$ 存在极限, 数列 $\{y_n\}$ 不存在极限, 则下列命题正确的是

- (A) 数列 $\{x_n y_n\}$ 不存在极限. (B) 数列 $\{x_n + y_n\}$ 不存在极限.
 (C) 数列 $\left\{\frac{x_n}{y_n}\right\}$ 存在极限. (D) 数列 $\left\{\frac{y_n}{x_n}\right\}$ 存在极限.

20 设 $\ln x_n \leq \ln z_n \leq \ln y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln z_n$

- (A) 存在且等于 1. (B) 存在且等于 0.
 (C) 一定不存在. (D) 不一定存在.

21 设 $\ln x_n \leq \ln a \leq \ln y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{y_n}{x_n} = 1$, 其中 a 是常数, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 与

$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$

- (A) 都存在且都等于 a . (B) 都存在且都等于 1.
 (C) 都不存在. (D) 可能存在, 可能不存在.

22 设 $z_n = x_n y_n (n = 1, 2, \dots)$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 0$. 则下述命题正确的是

- (A) 必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$ 或 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$.
 (B) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$, 则 $\{x_n\}$ 必为有界数列.
 (C) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$, 则必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$.
 (D) 数列 $\{x_n\}$ 与 $\{y_n\}$ 不可能都是无界数列.

23 设 $u_n > 0 (n = 1, 2, \dots)$ 并设数列 $\{u_n\}$ 无上界, 则

- (A) 数列 $\left\{\frac{1}{u_n}\right\}$ 必有上界.
 (B) 必有 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$.
 (C) 对于任意给定的 $M > 0$, 满足 $u_n < M$ 的 n 只有有限个.
 (D) 对于任意给定的 $M > 0$, 满足 $u_n > M$ 的 n 总有无限个.

24 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, $\{x_n\}$ 为一个数列. 下列命题正确的为

- (A) 若 $\{x_n\}$ 收敛, 则 $\{f(x_n)\}$ 亦收敛. (B) 若 $\{x_n\}$ 单调, 则 $\{f(x_n)\}$ 收敛.
 (C) 若 $\{f(x_n)\}$ 收敛, 则 $\{x_n\}$ 收敛. (D) 若 $\{f(x_n)\}$ 单调, 则 $\{x_n\}$ 收敛.

25 设 $f(x) = \frac{(x^3 - 1)\sin x}{(x^2 + 1)x}, x \in (-\infty, +\infty), x \neq 0$. 则

- (A) 存在某 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 无界, 但在 $|x| > X$ 上有界.
 (B) 存在某 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 有界, 但在 $|x| > X$ 上无界.
 (C) 对任意 $X > 0$, 在 $|x| \leq X$ 上 $f(x)$ 有界, 但在 $(-\infty, +\infty)$ 上无界.
 (D) 在 $(-\infty, +\infty)$ 上 $f(x)$ 有界.

26 下列等式正确的是

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\sin x)}{x} = 1.$

(B) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx} = \frac{m}{n}$ (m, n 为正整数).

(C) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x^2 - 1)}{x - 1} = 1.$

(D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^4} = 0.$

27 将 $x \rightarrow 0^+$ 时的三个无穷小量 $\alpha = \int_0^x \cos t^2 dt, \beta = \int_0^{x^2} \sin \sqrt{t} dt, \gamma = \sqrt{1-x^2} - 1$ 排列起来,使得排在后面一个是前面一个的高阶无穷小,则正确的排列次序是

(A) $\alpha, \beta, \gamma.$

(B) $\alpha, \gamma, \beta.$

(C) $\beta, \alpha, \gamma.$

(D) $\beta, \gamma, \alpha.$

28 当 $x \rightarrow 0$ 时,与 $\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}} - 1$ 为同阶无穷小的是

(A) $\sqrt[3]{x}.$

(B) $\sqrt[3]{x^2}.$

(C) $x.$

(D) $\sqrt[3]{x^4}.$

29 当 $x \rightarrow 0^+$ 时,函数 $5^{x^2} - 1, x - \sin 2x, \ln(1 + \sqrt{x}), x^{3/2}$ 是无穷小量.按阶数从低到高排列起来应为

(A) $\ln(1 + \sqrt{x}), x - \sin 2x, x^{3/2}, 5^{x^2} - 1.$

(B) $x - \sin 2x, \ln(1 + \sqrt{x}), x^{3/2}, 5^{x^2} - 1.$

(C) $\ln(1 + \sqrt{x}), x^{3/2}, x - \sin 2x, 5^{x^2} - 1.$

(D) $5^{x^2} - 1, x^{3/2}, x - \sin 2x, \ln(1 + \sqrt{x}).$

30 设 $x \rightarrow 0^+$ 时, $f(x) \sim x^m$ ($m > 0$), $F(x) = \int_0^{x^n} f(t) dt$ ($n > 0$), 并且已知 $x \rightarrow 0^+$ 时, $F(x)$ 与 x^k 为同阶无穷小, 则 $k =$

(A) $mn.$

(B) $mn + n.$

(C) $mn + 1.$

(D) $m + n.$

31 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 问下列函数中有可能不连续的函数为

(A) $|f(x)|.$

(B) $\frac{1}{f(x)}.$

(C) $\sqrt{|f(x)|}.$

(D) $f(|x|).$

32 函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - 1}{x^{2n} + 1}$

(A) 没有间断点.

(B) $x = 1$ 是第一类间断点, $x = -1$ 是连续点.

(C) $x = 1$ 是连续点, $x = -1$ 是第一类间断点.

(D) $x = \pm 1$ 都是间断点.

33 设 $f(x) = \begin{cases} (x+1)\arctan \frac{1}{x^2-1}, & |x| \neq 1, \\ 0, & |x| = 1. \end{cases}$ 则

- (A) 函数 $f(x)$ 只有一个间断点 $x = 1$, 且是第一类间断点.
 (B) 函数 $f(x)$ 有两个间断点 $x = \pm 1$, 其中 $x = 1$ 是第一类间断点, $x = -1$ 是第二类间断点.
 (C) 函数 $f(x)$ 只有一个间断点 $x = -1$, 且是第二类间断点.
 (D) 函数 $f(x)$ 有两个间断点 $x = \pm 1$, 其中 $x = 1$ 是第二类间断点, $x = -1$ 是第一类间断点.

34 设 $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1+ax}{1-ax}\right)^{\frac{1}{x}}, & \text{当 } x \neq 0, \\ e, & \text{当 } x = 0, \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则常数 $a =$

- (A) 1. (B) $\frac{1}{2}$. (C) 2. (D) e.

35 设常数 $a_i > 0 (i = 1, 2, 3)$, b_1, b_2, b_3 互不相等. 则方程

$$\frac{a_1}{x-b_1} + \frac{a_2}{x-b_2} + \frac{a_3}{x-b_3} = 0$$

有且仅有实根的个数为

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

36 设 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上都有定义, 且 $x = x_1$ 是 $f(x)$ 的唯一间断点, $x = x_2$ 是 $g(x)$ 的唯一间断点. 则

- (A) 当 $x_1 = x_2$ 时, $f(x) + g(x)$ 必有唯一的间断点 $x = x_1$.
 (B) 当 $x_1 \neq x_2$ 时, $f(x) + g(x)$ 必有两个间断点 $x = x_1$ 与 $x = x_2$.
 (C) 当 $x_1 = x_2$ 时, $f(x)g(x)$ 必有唯一的间断点 $x = x_1$.
 (D) 当 $x_1 \neq x_2$ 时, $f(x)g(x)$ 必有两个间断点 $x = x_1$ 与 $x = x_2$.

37 设 $f(x) = \frac{x}{a - e^{bx}}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. 则常数 a, b 应满足的充要条件是

- (A) $a \leq 0, b < 0$. (B) $a > 0, b > 0$.
 (C) $a \leq 0, b > 0$. (D) $a > 0, b < 0$.

38 设 $f(x) = \frac{1}{e^{\frac{1}{x}} - 1}$, 则

- (A) $x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点.
 (B) $x = 0$ 与 $x = 1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点.
 (C) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点, $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点.
 (D) $x = 0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点, $x = 1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点.

39 函数 $f(x) = (x^2 + x - 2) |x^3 - 4x| \cdot \sin |x|$ 的不可导点为 $x =$

- (A) -2 (B) 0 (C) 1 (D) 2