



同濟大學 1907-2017  
Tongji University



同濟博士論丛  
TONGJI Dissertation Series

总主编 伍江 副总主编 雷星晖

吕玺琳 黄茂松 著

# 岩土材料应变局部化 理论预测及数值模拟

Theoretical Prediction and Numerical Modeling of  
Strain Localization in Geomaterials



同濟大學出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

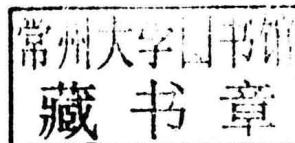


总主编 伍江 副总主编 雷星晖

吕玺琳 黄茂松 著

# 岩土材料应变局部化 理论预测及数值模拟

Theoretical Prediction and Numerical Modeling of  
Strain Localization in Geomaterials



## 内 容 提 要

本书是有关岩土材料应变局部化理论预测及数值模拟的著作,共8章内容。基于变形分叉理论探讨了剪切带、膨胀带和压实带三种应变局部化现象发生的条件。对 Mohr-Coulomb 强度准则三维化并引入非共轴塑性流动法则,建立了三维非共轴弹塑性模型,通过变形分叉分析预测了平面应变和真三轴条件下土体应变局部化触发点。推导一维应变局部化问题的解析解,证实了过非局部修正的必要性。采用局部和非局部塑性软化模型,对一维、二维应变局部化进行有限元模拟,并对增量平衡方程切线刚度矩阵谱分析,揭示了离散平衡系统非局部理论正则化的本质。

本书可作为土木工程及相关专业的师生的参考书也可作为工程技术人员参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

岩土材料应变局部化理论预测及数值模拟 / 吕玺琳,  
黄茂松著. —上海: 同济大学出版社, 2017. 8

(同济博士论丛 / 伍江总主编)

ISBN 978 - 7 - 5608 - 7022 - 9

I. ①岩… II. ①吕… ②黄… III. ①石—建筑材料  
—材料力学—预测②土—建筑材料—材料力学—数值模拟  
IV. ①TU521

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 093896 号

---

# 岩土材料应变局部化理论预测及数值模拟

吕玺琳 黄茂松 著

出 品 人 华春荣 责任编辑 葛永霞 胡晗欣

责 任 校 对 徐春莲 封面设计 陈益平

---

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

排 版 制 作 南京展望文化发展有限公司

印 刷 浙江广育爱多印务有限公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 13.25

字 数 265 000

版 次 2017 年 8 月第 1 版 2017 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5608 - 7022 - 9

---

定 价 65.00 元

# “同济博士论丛”编写领导小组

组 长：杨贤金 钟志华

副 组 长：伍 江 波

成 员：方守恩 蔡达峰 马锦明 姜富明 吴志强  
徐建平 吕培明 顾祥林 雷星晖

办公室成员：李 兰 华春荣 段存广 姚建中

# “同济博士论丛”编辑委员会

总 主 编：伍 江

副 总 主 编：雷星晖

编委会委员：（按姓氏笔画顺序排列）

丁晓强	万 钢	马卫民	马在田	马秋武	马建新
王 磊	王占山	王华忠	王国建	王洪伟	王雪峰
尤建新	甘礼华	左曙光	石来德	卢永毅	田 阳
白云霞	冯 俊	吕西林	朱合华	朱经浩	任 杰
任 浩	刘 春	刘玉擎	刘滨谊	闫 冰	关信红
江景波	孙立军	孙继涛	严国泰	严海东	苏 强
李 杰	李 斌	李风亭	李光耀	李宏强	李国正
李国强	李前裕	李振宇	李爱平	李理光	李新贵
李德华	杨 敏	杨东援	杨守业	杨晓光	肖汝诚
吴广明	吴长福	吴庆生	吴志强	吴承照	何品晶
何敏娟	何清华	汪世龙	汪光焘	沈明荣	宋小冬
张 旭	张亚雷	张庆贺	陈 鸿	陈小鸿	陈义汉
陈飞翔	陈以一	陈世鸣	陈艾荣	陈伟忠	陈志华
邵嘉裕	苗夺谦	林建平	周 苏	周 琪	郑军华
郑时龄	赵 民	赵由才	荆志成	钟再敏	施 肇
施卫星	施建刚	施惠生	祝 建	姚 熹	姚连璧

袁万城 莫天伟 夏四清 顾 明 顾祥林 钱梦騤  
徐 政 徐 鉴 徐立鸿 徐亚伟 凌建明 高乃云  
郭忠印 唐子来 阎耀保 黄一如 黄宏伟 黄茂松  
戚正武 彭正龙 葛耀君 董德存 蒋昌俊 韩传峰  
童小华 曾国荪 楼梦麟 路秉杰 蔡永洁 蔡克峰  
薛 雷 霍佳震

秘书组成员：谢永生 赵泽毓 熊磊丽 胡晗欣 卢元姗 蒋卓文

# 总序

在同济大学 110 周年华诞之际，喜闻“同济博士论丛”将正式出版发行，倍感欣慰。记得在 100 周年校庆时，我曾以《百年同济，大学对社会的承诺》为题作了演讲，如今看到付梓的“同济博士论丛”，我想这就是大学对社会承诺的一种体现。这 110 部学术著作不仅包含了同济大学近 10 年 100 多位优秀博士研究生的学术科研成果，也展现了同济大学围绕国家战略开展学科建设、发展自我特色，向建设世界一流大学的目标迈出的坚实步伐。

坐落于东海之滨的同济大学，历经 110 年历史风云，承古续今、汇聚东西，秉持“与祖国同行、以科教济世”的理念，发扬自强不息、追求卓越的精神，在复兴中华的征程中同舟共济、砥砺前行，谱写了一幅幅辉煌壮美的篇章。创校至今，同济大学培养了数十万工作在祖国各条战线上的人才，包括人们常提到的贝时璋、李国豪、裘法祖、吴孟超等一批著名教授。正是这些专家学者培养了一代又一代的博士研究生，薪火相传，将同济大学的科学的研究和学科建设一步步推向高峰。

大学有其社会责任，她的社会责任就是融入国家的创新体系之中，成为国家创新战略的实践者。党的十八大以来，以习近平同志为核心的党中央高度重视科技创新，对实施创新驱动发展战略作出一系列重大决策部署。党的十八届五中全会把创新发展作为五大发展理念之首，强调创新是引领发展的第一动力，要求充分发挥科技创新在全面创新中的引领作用。要把创新驱动发展作为国家的优先战略，以科技创新为核心带动全面创新，以体制机制改

革激发创新活力,以高效率的创新体系支撑高水平的创新型国家建设。作为人才培养和科技创新的重要平台,大学是国家创新体系的重要组成部分。同济大学理当围绕国家战略目标的实现,作出更大的贡献。

大学的根本任务是培养人才,同济大学走出了一条特色鲜明的道路。无论是本科教育、研究生教育,还是这些年摸索总结出的导师制、人才培养特区,“卓越人才培养”的做法取得了很好的成绩。聚焦创新驱动转型发展战 略,同济大学推进科研管理体系改革和重大科研基地平台建设。以贯穿人才培养全过程的一流创新创业教育助力创新驱动发展战略,实现创新创业教育的全覆盖,培养具有一流创新力、组织力和行动力的卓越人才。“同济博士论丛”的出版不仅是对同济大学人才培养成果的集中展示,更将进一步推动同济大学围绕国家战略开展学科建设、发展自我特色、明确大学定位、培养创新人才。

面对新形势、新任务、新挑战,我们必须增强忧患意识,扎根中国大地,朝着建设世界一流大学的目标,深化改革,勠力前行!

万 钢

2017年5月

# 论丛前言

承古续今，汇聚东西，百年同济秉持“与祖国同行、以科教济世”的理念，注重人才培养、科学研究、社会服务、文化传承创新和国际合作交流，自强不息，追求卓越。特别是近 20 年来，同济大学坚持把论文写在祖国的大地上，各学科都培养了一大批博士优秀人才，发表了数以千计的学术研究论文。这些论文不但反映了同济大学培养人才能力和学术研究的水平，而且也促进了学科的发展和国家的建设。多年来，我一直希望能有机会将我们同济大学的优秀博士论文集中整理，分类出版，让更多的读者获得分享。值此同济大学 110 周年校庆之际，在学校的支持下，“同济博士论丛”得以顺利出版。

“同济博士论丛”的出版组织工作启动于 2016 年 9 月，计划在同济大学 110 周年校庆之际出版 110 部同济大学的优秀博士论文。我们在数千篇博士论文中，聚焦于 2005—2016 年十多年间的优秀博士学位论文 430 余篇，经各院系征询，导师和博士积极响应并同意，遴选出近 170 篇，涵盖了同济的大部分学科：土木工程、城乡规划学（含建筑、风景园林）、海洋科学、交通运输工程、车辆工程、环境科学与工程、数学、材料工程、测绘科学与工程、机械工程、计算机科学与技术、医学、工程管理、哲学等。作为“同济博士论丛”出版工程的开端，在校庆之际首批集中出版 110 余部，其余也将陆续出版。

博士学位论文是反映博士研究生培养质量的重要方面。同济大学一直将立德树人作为根本任务，把培养高素质人才摆在首位，认真探索全面提高博士研究生质量的有效途径和机制。因此，“同济博士论丛”的出版集中展示同济大

学博士研究生培养与科研成果,体现对同济大学学术文化的传承。

“同济博士论丛”作为重要的科研文献资源,系统、全面、具体地反映了同济大学各学科专业前沿领域的科研成果和发展状况。它的出版是扩大传播同济科研成果和学术影响力的重要途径。博士论文的研究对象中不少是“国家自然科学基金”等科研基金资助的项目,具有明确的创新性和学术性,具有极高的学术价值,对我国的经济、文化、社会发展具有一定的理论和实践指导意义。

“同济博士论丛”的出版,将会调动同济广大科研人员的积极性,促进多学科学术交流、加速人才的发掘和人才的成长,有助于提高同济在国内外的竞争力,为实现同济大学扎根中国大地,建设世界一流大学的目标愿景做好基础性工作。

虽然同济已经发展成为一所特色鲜明、具有国际影响力的综合性、研究型大学,但与世界一流大学之间仍然存在着一定差距。“同济博士论丛”所反映的学术水平需要不断提高,同时在很短的时间内编辑出版 110 余部著作,必然存在一些不足之处,恳请广大学者,特别是有关专家提出批评,为提高同济人才培养质量和同济的学科建设提供宝贵意见。

最后感谢研究生院、出版社以及各院系的协作与支持。希望“同济博士论丛”能持续出版,并借助新媒体以电子书、知识库等多种方式呈现,以期成为展现同济学术成果、服务社会的一个可持续的出版品牌。为继续扎根中国大地,培育卓越英才,建设世界一流大学服务。

伍 江

2017 年 5 月

# 前 言

应变局部化是岩土材料中的一种常见现象,它的发生常伴随着应变软化,以致岩土结构整体承载力的降低。本书针对应变局部化理论预测及数值模拟两方面内容展开深入研究后,取得如下成果:

采用一般形式的本构模型,基于分叉理论探讨了剪切带、膨胀带和压实带3种应变局部化现象发生的条件。在轴对称状态下,详细分析了临界硬化模量和变形带角度随本构参数的变化特性。分析表明,应变局部化的发生和表现形式强烈地依赖于所采用的本构模型。

引入应力 Lode 角并考虑到三轴压缩试验和三轴拉伸试验所得强度参数存在的差异,在  $\pi$  面上建立了适当的角隅函数,对三维 Mohr-Coulomb 强度准则进行修正。修正后的强度准则在  $\pi$  面上与 Lade-Duncan 准则相似,但更具有灵活性,更能合理描述一般应力状态下,土体的强度及峰值内摩擦角随中主应力比的变化特性。在修正强度准则基础上,建立了一个简单适用的三维 Mohr-Coulomb 本构模型,准确模拟了松砂的真三轴试验结果。

为提高模型预测应变局部化发生的准确性,引入非共轴塑性流动法则,建立了三维非共轴弹塑性本构模型。密砂平面应变试验分叉分析表

明非共轴模型能准确预测一系列围压下应变局部化的发生，并能合理反映围压对剪切带倾角的影响。密砂真三轴试验分叉分析表明非共轴项的引入能改进共轴模型的预测结果，并能合理反映中主应力比对应变局部化发生点的影响，同时，当中主应力比不为零时，应变局部化的产生降低了土体强度。

由于塑性软化模型将导致控制偏微分方程呈现病态，需引入适当的正则化机制，如非局部理论才能合理求解。波传播分析表明，在采用过非局部形式的情况下，非局部模型能保证动力学方程在软化材料中的双曲性。通过求解一个第二类 Fredholm 积分方程，得到了一维静力应变局部化问题的解析解。等截面拉杆应变局部化解析解表明，非局部平均使塑性应变光滑分布于一个宽度固定的带内，塑性应变分布、局部化带宽和荷载响应取决于特征长度和过非局部参数的值。当拉杆横截面积变化时，局部化带宽还受到控制截面变化率外部尺度的影响；当外部尺度与特征长度接近时影响较大，并随外部尺度的增大而迅速减小，同时，带宽随着屈服应力的减小而增大，当屈服应力降低到零时，带宽达到最大值。

由于缺少一个特征尺度，求解局部塑性软化模型导致的病态控制偏微分方程将得到不符合客观实际的数值解。通过对切线刚度矩阵进行谱分析，研究离散增量平衡方程的本质特性来揭示其本质原因。分析结果表明，局部理论使得塑性区大小取决于弱单元尺寸，变形模式不规则且具有强烈的网格依赖性。通过引入一个特征长度，非局部理论使塑性区大小保持固定，变形模式变得光滑并保持网格客观性，从而使塑性应变分布和荷载响应的数值解收敛于真解。

采用局部和非局部塑性软化模型对双轴试验应变局部化进行数值模拟，在应变局部化刚发生时对总体切线刚度矩阵进行谱分析。结果表

明局部模型随着网格的细化有负特征值出现,解分叉,表明边值问题出现病态。而非局部化理论使得所有特征值始终保持为正,表明病态边值问题得到了正则化。决定局部化变形模式的主特征向量分析表明,当单元尺寸足够细,非局部理论能充分发挥效率时,局部化变形区域保持固定并保持网格客观性。这些分析结果揭示了非局部理论克服数值解网格敏感性的本质。

# 目 录

总序

论丛前言

前言

<b>第 1 章 绪论</b>	.....	1
1. 1 概述	.....	1
1. 2 岩土体应变局部化试验研究现状	.....	2
1. 2. 1 试验成果总结	.....	2
1. 2. 2 剪切带倾角和厚度	.....	6
1. 3 应变局部化理论研究现状	.....	7
1. 3. 1 剪切带倾角理论分析	.....	7
1. 3. 2 分叉理论预测	.....	8
1. 4 应变局部化数值模拟研究现状	.....	11
1. 4. 1 改进的有限元技术	.....	11
1. 4. 2 改进的材料模型	.....	14
1. 5 主要研究内容	.....	21
<b>第 2 章 应变局部化理论解析</b>	.....	24
2. 1 概述	.....	24

2.2	材料失稳与应变局部化 .....	24
2.2.1	材料失稳与分叉 .....	24
2.2.2	应变局部化的数学描述 .....	28
2.3	应变局部化理论预测 .....	31
2.3.1	应变局部化的表现形式 .....	31
2.3.2	应变局部化的产生条件 .....	32
2.3.3	试验验证 .....	39
2.4	剪切带角度预测的改进 .....	42
2.4.1	屈服方向的改进 .....	42
2.4.2	剪切带角度预测结果分析 .....	43
2.5	剪切带厚度 .....	47
2.6	本章小结 .....	52
<b>第3章</b>	<b>三维弹塑性本构模型及数值积分 .....</b>	<b>53</b>
3.1	概述 .....	53
3.2	热力学基础 .....	54
3.3	三维弹塑性本构模型 .....	56
3.3.1	三维强度准则 .....	57
3.3.2	修正三维 Mohr-Coulomb 模型 .....	63
3.3.3	数值积分 .....	67
3.4	松砂真三轴试验模拟 .....	73
3.5	本章小结 .....	76
<b>第4章</b>	<b>基于非共轴模型的应变局部化预测 .....</b>	<b>77</b>
4.1	概述 .....	77
4.2	非共轴模型 .....	78
4.3	分叉理论 .....	80
4.4	密砂试验模拟 .....	81
4.4.1	平面应变试验模拟 .....	81
4.4.2	真三轴试验模拟 .....	83



4.5 本章小结 .....	86
<b>第5章 基于非局部塑性模型的一维应变局部化理论解析 .....</b>	<b>88</b>
5.1 概述 .....	88
5.2 偏微分方程的适定性 .....	89
5.3 积分非局部塑性理论 .....	89
5.3.1 积分型非局部变量 .....	91
5.3.2 热力学基础 .....	93
5.3.3 一维非局部塑性本构关系 .....	94
5.4 动力波传播及应变局部化解析 .....	95
5.4.1 局部模型 .....	95
5.4.2 非局部模型 .....	97
5.5 静力应变局部化分析 .....	101
5.5.1 等截面拉杆应变局部化分析 .....	101
5.5.2 非等截面拉杆应变局部化分析 .....	107
5.6 本章小结 .....	111
<b>第6章 一维应变局部化数值解及谱分析 .....</b>	<b>112</b>
6.1 概述 .....	112
6.2 有限元方程及谱分析 .....	113
6.2.1 偏微分方程离散 .....	113
6.2.2 增量非线性方程组求解 .....	115
6.2.3 解的稳定性及谱分析 .....	117
6.3 应变局部化数值解 .....	119
6.3.1 局部软化塑性模型 .....	119
6.3.2 非局部软化塑性模型 .....	123
6.4 离散系统谱分析 .....	125
6.4.1 弹性模型 .....	125
6.4.2 局部软化塑性模型 .....	127
6.4.3 非局部软化塑性模型 .....	129

6.5 本章小结 .....	133
第 7 章 二维应变局部化数值模拟 ..... 134	
7.1 概述 .....	134
7.2 率型本构方程及积分算法 .....	135
7.2.1 率无关 J2 局部塑性模型.....	135
7.2.2 率方程线性化及应力更新 .....	136
7.2.3 一致切线模量 .....	137
7.3 非线性有限元算法 .....	139
7.4 非局部软化塑性模型的有限元实现 .....	141
7.4.1 非局部变量数值积分 .....	141
7.4.2 有限元实现 .....	144
7.5 双轴试验应变局部化数值模拟 .....	148
7.5.1 数值模拟 .....	148
7.5.2 谱分析 .....	152
7.6 本章小结 .....	158
第 8 章 结语与展望 ..... 160	
8.1 结语 .....	160
8.2 展望 .....	162
参考文献 .....	165
附录 ..... 188	
附录 A 第二类 Fredholm 方程的求解 .....	188
附录 B .....	190
后记 .....	192