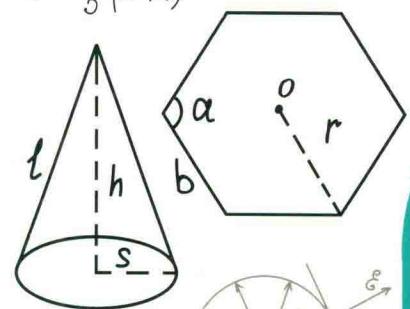
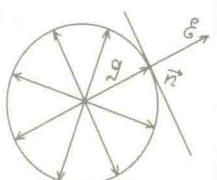


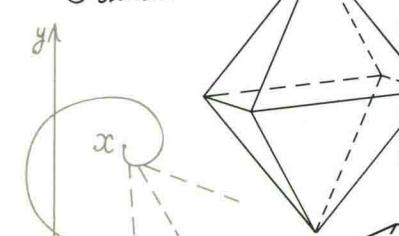
$$J = \frac{2R}{5}(2\sqrt{2})$$



$$ud\sqrt{(u^2-\alpha^2)}$$



$$S = 2\pi ab$$



高等院校小学教师培养（初中起点）规划教材

基础数学

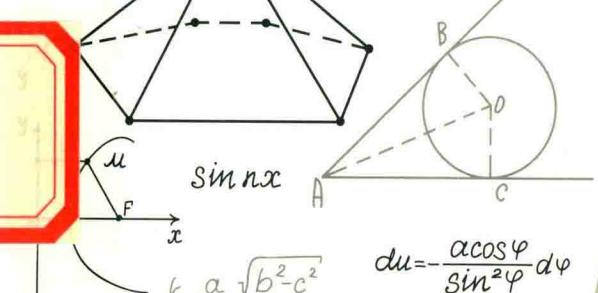
第5册

JICHI
SHUXUE

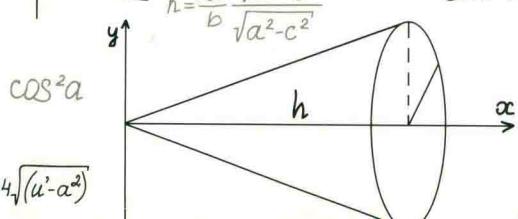
卓志红 谢立红◎主编 赵小超 何艳丽◎副主编



$$\cos nx$$



$$du = -\frac{\alpha \cos \varphi}{\sin^2 \varphi} d\varphi$$



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

高等院校小学教师培养（初中起点）规划教材

基础数学

第5册

JICHU
SHUXUE

卓志红 谢立红◎主 编
赵小超 何艳丽◎副主编



北京师范大学出版集团
BEIJING NORMAL UNIVERSITY PUBLISHING GROUP
北京师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

基础数学. 第5册 / 卓志红, 谢立红主编. —北京: 北京师范大学出版社, 2017.9

高等院校小学教师培养(初中起点)规划教材

ISBN 978-7-303-22879-9

I. ①基… II. ①卓… ②谢… III. ①小学数学课—师范大学—教材 IV. ①G623.5

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 225515 号

营销中心电话 010-58802181 58805532
北师大出版社高等教育分社网 <http://gaojiao.bnup.com>
电子信箱 gaojiao@bnupg.com

出版发行: 北京师范大学出版社 www.bnup.com
北京市海淀区新街口外大街 19 号
邮政编码: 100875

印 刷: 北京玺诚印务有限公司
经 销: 全国新华书店
开 本: 787 mm×1092 mm 1/16
印 张: 9
字 数: 152 千字
版 次: 2017 年 9 月第 1 版
印 次: 2017 年 9 月第 1 次印刷
定 价: 18.00 元

策划编辑: 路 娜 责任编辑: 王玲玲
美术编辑: 焦 丽 装帧设计: 焦 丽
责任校对: 陈 民 责任印制: 陈 涛

版权所有 侵权必究

反盗版、侵权举报电话: 010-58800697

北京读者服务部电话: 010-58808104

外埠邮购电话: 010-58808083

本书如有印装质量问题, 请与印制管理部联系调换。

印制管理部电话: 010-58808284

高等院校小学教师培养(初中起点)规划教材

编 委 会

顾 问 顾明远

主 任 彭小奇 童小娇

副主任 刘志敏 江正云

编 委 (以姓氏笔画为序)

刘志敏 刘明东 刘祥清 江正云

李小君 李茂平 李勇帆 余向军

余国强 张尚晏 范迎春 周小李

黄依柱 彭小奇 蒋 蓉 童小娇

本册编写人员

主 编 卓志红 谢立红

副 主 编 赵小超 何艳丽

参编人员 唐剑雄 胡华香 何孝凯

郑 果 吴雄健

序一

顾明远^{*}

百年大计，教育为本；教育大计，教师为本。

基础教育新课程改革的不断深化和素质教育的推进，对教师的能力和素质提出了更高的要求。而当前小学教师队伍特别是农村小学教师队伍，普遍存在着年龄老化、知识老化、学历偏低、数量不足、优质师资流失严重等问题，农村小学教师队伍建设面临严峻挑战。

《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》明确提出，要“加强教师教育，深化教师教育改革，创新培养模式”“以农村教师为重点，提高中小学教师队伍整体素质。创新和完善农村教师补充机制。积极推进师范生免费教育，进一步完善制度政策，吸引更多优秀人才从教”。

为加强小学教师队伍建设，进一步优化农村师资队伍，湖南省在2010年率先开始了“初中起点六年制本科农村小学教师公费定向培养”试点工作，该项改革被列入国家教育体制改革试点项目。湖南第一师范学院作为最先承担该试点项目的培养学校。湖南第一师范学院素有“千年学府、百年师范”的美誉，在小学教师的培养上积累了丰富的经验，做了许多探索性的工作。目前，该项目在小学教师培养领域产生了广泛影响，并已辐射至全国多个地区。

从初中毕业起点培养小学教师，我非常赞同。当年取消中师我就感到不妥。小学教师需要的是宽广而不是专深的知识，而且他们最好在体育、艺术方面有所专长，会唱善跳，能适应儿童活泼的天性。特别是农村小学教师应是全科性的，什么课程都能胜任。但是高中毕业生，可塑性就不如中师生，艺术素养和技能都不如原

* 作者系北京师范大学资深教授，国家教育咨询委员会委员，中国教育学会名誉会长。

来的中师生。再加上高等学校那种专业的导向作用，不利于培养小学教师。而且当年中师都提前招生，师范生都是初中毕业生中最优秀的。因此，从初中毕业起点培养小学教师是明智的，是符合实事求是精神的。记得 2007 年我访问湖南第一师范学院时就和该校校长讨论过这个问题。

初中起点本科学历小学教师培养模式在培养目标、培养规格、课程体系、教学内容和教学方式方法等方面均有其特殊性。教材作为教学内容和教学方法的重要载体，是实现人才培养目标的重要保障。本套系列教材就是为初中起点本科学历小学教师培养而专门编写的。

这套教材针对培养对象初中学历起点、教师综合素质可塑性强的特点及培养目标，从学生认知发展规律和能力培养规律入手，不仅关注了学生作为小学教师基本知识、基本技能的需求，而且关注了他们未来的职业可持续发展能力的培养，帮助学生构建合理的知识结构，提高教师综合素养。同时，又充分借鉴了国内外小学教师培养的成功经验，吸收了学科的最新研究成果，注重了对学生学习主动性和积极性的调动，对学生学习、思考、研究能力的培养。对于全面有效地达成初中起点本科学历小学教师培养的预期目标、有效地促进教育教学改革，必将起到十分重要的作用。

希望该系列教材的编撰者们密切关注当今世界教师教育的发展趋势，力求使新编写的教材与学生的全面发展需求相适应，与高等教育大众化条件下多样化的学习需求相契合，与国家基础教育课程改革要求相衔接，具有足够的广度、深度和梯度，成为一套富有特色的精品教材。

2014 年 8 月

序二

彭小奇^{*}

党的十八大指出，教育是民族振兴和社会进步的基石。《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》提出，有好的教师，才有好的教育，要以农村教师为重点，深化教师教育改革，创新人才培养模式，提高教师培养质量。

教育之关键在基础教育，教育之质量在教师，教师之培养在师范。随着高等教育大众化，师范教育对优质生源的吸引力越来越弱。而对于培养小学教师来说，高中起点的本科师范生虽然有文化知识优势，但是其生理和心理条件都错过了高素质小学教师所应有的艺体综合素养和教师技能发展的最佳时期，培养潜质相对不足，导致师范生教学技能弱化、专业情意降低，不少毕业生“站不稳三尺讲台”，不能适应小学教学岗位需求。

为提高小学教师培养质量，促进城乡义务教育均衡发展和教育公平，湖南省人民政府在全国率先恢复免费师范教育，于2006年启动了“农村小学教师专项培养计划”，按照“初中起点，五年一贯，综合培养，分向发展”的思路实施专科学历农村小学教师定向免费培养。这一培养模式吸引了一大批优秀初中毕业生积极报考，走上了小学教师岗位，其中的许多毕业生迅速成长为学校的教学、管理骨干。

在初中起点五年制专科学历小学教师的培养实践中发现，初中毕业生年龄小、可塑性强、培养潜质大，特别是艺体综合素养养成教育效果好，有利于培养出“三能三会”（“能说会道”“能写会画”“能唱会跳”）、富有爱心和亲和力的小学教师，但其学科知识水平、教育教学研究能力和校本课程的开发能力等相对不足。而且，随着本科教育的日益普及，专科学历对优质生源的吸引力日益减弱。为此，2010

* 作者系湖南第一师范学院教授、党委书记，中南大学博士生导师。

年，湖南省又按照“自愿报名，择优录取，定向培养，公费教育，定期服务”的招生原则，采取“初中起点，六年一贯，分科培养，综合发展，定向就业”的模式，率先启动实施了初中起点六年制本科学历农村小学教师公费定向培养计划，每年面向省内县市区招收1500名优秀初中毕业生，为农村小学免费定向培养热爱教育事业、基础知识宽厚、专业知识扎实、德智体美全面发展、综合素质高、发展潜力大、具有实施素质教育能力和一定的教育教学研究及管理能力的优秀骨干教师。几年来的培养实践证明，六年制本科学历小学教师培养模式所采取的免费教育、定向就业和适度缩短学制等措施，有效吸引了具有较大培养潜质的优秀初中毕业生，特别是品学兼优的农村学生，显著提高了生源质量。而长达六年的系统培养和训练使学科教育与师范技能培养能实现统筹兼顾、齐头并进，使师范生的教师专业情意明显强化、教学教研能力显著增强。这种培养模式作为我国免费师范教育的重大创举，2010年被教育部列为国家教育体制改革试点项目，相关的改革成果不仅获得了各级领导的充分肯定，而且受到社会各界的广泛关注和赞誉，产生了深远影响，不少省市教育行政部门和众多兄弟院校纷纷来校考察交流，学习、借鉴并付诸实践。

湖南第一师范学院作为这项国家教育体制改革试点项目的具体组织和实施单位，在六年制本科学历小学教师的培养中，按照“定格在本科，定性在教育，定向在小学”的思路，立足于基础教育实际与改革发展趋势，紧紧围绕人才培养目标，科学设计人才培养方案，构建了由“通识课程”“专业课程”“任选课程”“辅修课程”“实践课程”五大板块构成的融“高等教育共性”“高师教育个性”“小学教育特性”和“知识、能力、素质”为一体的六年制人才培养课程体系。该体系以“立足小学、服务小学、研究小学”为主线，从小学教师所必需的知识、技能及素养出发，依照各阶段培养目标和知识发展的逻辑顺序统筹兼顾、整体设计，重点突出教育教学能力、课程实施与开发能力、教育教学创新与研究能力、终身学习能力、现代教育技术应用能力等小学教师核心职业能力的培养，使毕业生能较好适应小学教育教学岗位的特殊要求。

由于初中起点本科学历小学教师培养是一种全新的人才培养模式，它在培养目标、培养规格、课程体系、教学方法等方面均有其特殊性，很多课程尤其是基础阶段的文化课程和技能课程没有现成的教材。因此，湖南第一师范学院举全校之力、

聚内外资源，组织校内外精干力量编写了这套规划教材。总体上看，这套教材有如下显著特点：一是科学性。每本教材都在精心研制教学大纲的基础上编写，力求从培养基础知识宽厚、专业知识扎实、综合素质高、具有实施素质教育能力和一定的教育教学研究及管理能力的小学教师的培养目标出发，既注重选取学生必需的知识，又注重学科内容的相对系统性和完整性；既注重学科知识内在体系的逻辑完整性，又注重吸收学科最新研究成果，反映国内外教师教育的发展趋势。二是针对性。针对培养对象初中起点、综合素质可塑性强的特点及专业培养目标需要，教材力求符合学生认知发展规律和能力培养规律，注重与学生已有知识经验、生活环境的联系，重视知识的传授及课程资源开发能力的培养，帮助学生构建合理的知识和能力结构；针对优秀小学教师基本知识、基本技能需求，切实提高学生的专业化水平，强化学生未来可持续发展能力的培养。三是时代性。教材注重吸收学科最新研究成果，力求反映当今教师教育发展趋势，与国家基础教育课程改革相衔接，力求与人的全面发展相适应，与高等教育大众化条件下多样化学习和就业相适应，具有足够的广度、深度和梯度，凸显多样化、开放性和可选择性的特点。四是综合性。根据现代科技发展和基础教育课程改革综合化的趋势，教材强化综合素质教育，加强文理渗透，体现人文精神，注重科学素养，注重课程之间的相互渗透和知识整合，形成内容互补、相互融通的知识体系，确保了学制内知识体系的一贯性。

正因为本套教材具有上述鲜明特点，所以，这项既有传承性又有开创性的工作，对于推动小学教育专业建设和课程教学改革、实现高素质小学教师培养目标、提高基础教育教学水平等具有重要意义，同时也为国内兄弟院校开展小学教师培养提供了课程教学参考。愿此举在我国教师教育史上画上浓墨重彩的一笔。

2014年8月

本册部分数学符号

符号	意义
\bar{x}	平均数
s	标准差
s^2	方差
Ω	样本空间或必然事件
\emptyset	不可能事件
$A \cup B$	事件 A 与事件 B 的和事件
$A \cap B$	事件 A 与事件 B 的积事件
$\bigcup_{i=1}^n A_i$	事件 A_1, A_2, \dots, A_n 的和事件
$\bigcap_{i=1}^n A_i$	事件 A_1, A_2, \dots, A_n 的积事件
\overline{A}	事件 A 的对立事件
$f_n(A)$	事件 A 出现的频率
$P(A)$	事件 A 的概率
$B(n, p)$	以 n 和 p 为参数的二项分布
$g(k, p)$	以 k 和 p 为参数的几何分布
$E(X)$	随机变量 X 的期望
$D(X)$	随机变量 X 的方差

目 录

第一章 统 计	(1)
本章知识结构图	(2)
1.1 随机抽样	(3)
1.1.1 简单随机抽样	(3)
1.1.2 系统抽样	(6)
1.1.3 分层抽样	(8)
1.2 用样本估计总体	(14)
1.2.1 用样本的频率分布估计总体分布	(14)
1.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	(20)
1.3 变量的相关性	(31)
1.3.1 变量间的相关关系	(31)
1.3.2 线性回归方程	(33)
阅读与思考 相关系数	(44)
小结与复习	(46)
复习题一	(49)
第二章 概 率	(53)
本章知识结构图	(54)
2.1 事件与概率	(55)
2.1.1 基本概念	(55)
2.1.2 事件的关系与运算	(57)
2.1.3 随机事件的概率	(60)

2.2 古典概型与几何概型	(66)
2.2.1 古典概型	(66)
2.2.2 几何概型	(70)
阅读与思考 概率论的起源与发展	(76)
2.3 和事件的概率	(79)
2.3.1 互不相容事件的和的概率	(79)
2.3.2 任意两个事件 A, B 的和的概率	(81)
2.4 相互独立事件同时发生的概率	(86)
2.4.1 相互独立事件同时发生的概率	(86)
2.4.2 独立重复试验	(89)
阅读与思考 抽签结果是否与抽签顺序有关	(94)
2.5 离散型随机变量	(96)
2.5.1 离散型随机变量	(96)
2.5.2 离散型随机变量的分布列	(98)
2.5.3 离散型随机变量的期望与方差	(104)
小结与复习	(115)
复习题二	(121)
附录 随机数表	(126)

第一章 统计

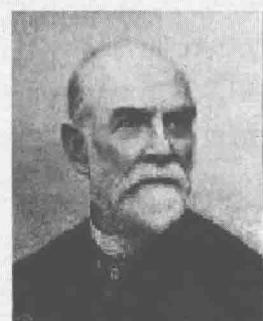
1.1 随机抽样

1.2 用样本估计总体

1.3 变量的相关性

计算机厂要了解生产产品的使用寿命，需要将所有产品都逐一测试吗？北京奥运会的举办日期比原定日期推迟了两周，原因是北京地区7月末8月初的气温高于8月中下旬的气温，这一结论是如何得出的呢……这些问题的解决都离不开统计学。统计学是用科学方法收集、整理、描述和分析所得数据资料，并由此进行推断或决策的学科。

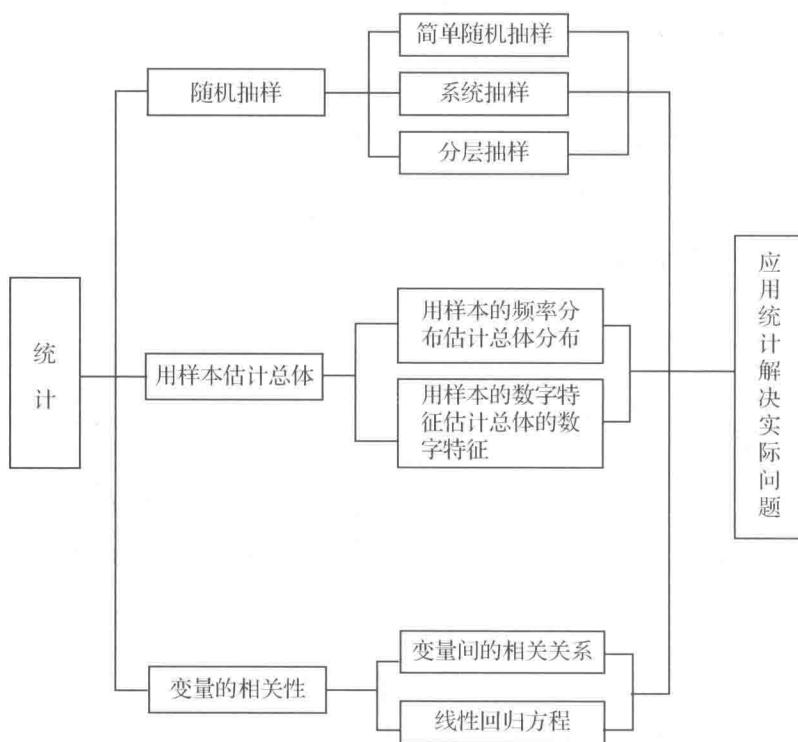
在本章，我们将学习如何科学、合理地收集数据，怎样根据所获得的数据提取有用的信息，做出合理的决策。另外，还将了解变量间的相关关系及线性回归方程。



恩格尔



本章知识结构图



► 1.1 随机抽样



学习目标

- 结合具体的实际问题情境，理解抽样的必要性和重要性，理解简单随机抽样、系统抽样和分层抽样的概念及特点。
- 针对具体问题进行抽样方法的设计并抽取样本，掌握用抽签法、随机数表法、系统抽样法和分层抽样法进行随机抽样的一般步骤。
- 通过对生活中实例的分析、解决，体验随机抽样在生活中的应用。

我们生活在数字化的时代，生活中的很多问题需要我们收集数据。例如，食品、饮料中的细菌是否超标；比较某个电视节目的收视率，某个城市居民的工资水平，某桥全年的车流量等——这些问题都要通过收集数据才能做出回答。多数情况下收集全部的数据是不切实际的，一般是从总体中收集部分个体的数据，通过样本去推断总体。因此收集的样本数据应能够很好地反映总体情况，这是从样本推断出关于总体的正确结论的前提。那么，怎样才能收集到高质量的样本数据呢？比如，为了判断一锅汤的味道，需先将汤充分搅拌，再品尝一勺就可以了。同样，高质量的样本数据来自“搅拌均匀”的总体（使每个个体被抽中的机会相同）。

根据样本抽出后是否放回，我们将抽样分为不放回抽样和放回抽样两种情况。当我们逐个从总体中抽取个体时，如果抽取的个体不再放回总体中，这种抽样叫做不放回抽样；如果每次抽取一个个体后，先将它放回总体中，然后再抽取下一个个体，这种抽样叫做放回抽样。很明显，放回抽样的特点是，在从总体中抽取个体的过程中，总体里所含个体的情况始终未发生变化。

下面我们着重研究在实践中应用较多的不放回抽样，其中主要包括简单随机抽样、系统抽样和分层抽样。

1.1.1 简单随机抽样

思考：假设你是一名质检员，要对某门店销售的一批U盘进行质量合格情况检验，你准备怎样做？

显然，你只能从中抽取一定数量的U盘作为样本进行检验。那么，如何获取样本呢？



设计抽样方法时，在充分考虑样本代表性的前提下，应当尽量使抽样过程简便易行。

得到U盘样本的一种方法是：将这批U盘产品放入一个不透明的袋子里，搅拌均匀，然后不放回地抽取（这样能够保证每一个U盘被抽取的机会相等），这样我们就可以得到一个简单随机样本，相应的抽样方法就是简单随机抽样。

一般地，设一个总体含有有限个个体，并记其个数为N，从中逐个不放回地抽取n个个体作为样本($n \leq N$)，如果每次抽取时各个个体被抽到的机会都相等，则称这样的抽样方法为简单随机抽样，也称为纯随机抽样。

简单随机抽样是所有抽样方式中最基本的方式。我们知道如果用简单随机抽样从个体数为N的总体中抽取一个容量为n的样本，那么每个个体被抽到的机会都等于 $\frac{n}{N}$ 。也就是说，它可以使总体中所有相互独立的单位都有同等可能的机会被抽中，是等可能抽样。因此，简单随机抽样体现了抽样的客观性与公平性。

在实施简单随机抽样时，常用的方法有抽签法和随机数法。

(1) 抽签法(抓阄法)。

抽签法是大家很熟悉的，也许同学们在做某种游戏或者选派一部分人参加某项活动时就用过这种方法。例如，某班有50个学生，现要从中选取3个学生参加啦啦队，每个学生机会均等。我们可以把50个学生的学号分别写在相同的50张小纸片上，即制成50个号签，然后把它们放到一个不透明的袋子里并充分搅拌，再从中逐个抽出3个号签，与号签上学号对应的3个学生参加啦啦队。

一般地，用抽签法从个体数为N的总体中抽取一个容量为n的样本，先要将总体中所有个体编号(号码可以是从1到N)，并把号码写在形状、大小相同的号签上(号签可以是小球、卡片、纸条等)，然后将这些号签放在一个容器里搅拌均匀。抽取时，每次抽出1个号签，并记录其编号，连续抽取n次，最后从总体中将与抽到的号签编号一致的个体抽出，就得到一个容量为n的样本。在个体编号时，也可以利用已有的编号，如学号、座位号、票根号等。

思考：你认为抽签法有什么优点和缺点？

抽签法简单易行，当总体的个体数不多时，常常采用这种方法；但当总体中的个体数很多时，不仅编号很难做到，而且将总体“搅拌均匀”也比较困难，此种情况下用抽签法产生的样本，代表性差的可能性很大。