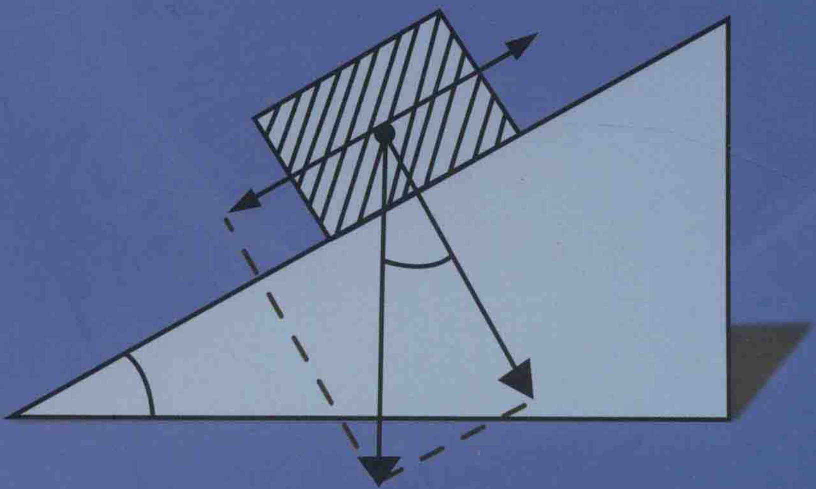
普通高等教育“十三五”规划教材

浙江省普通高校“十三五”新形态教材



大学基础物理学学习指导

汪小刚　倪涌舟 ◎ 主编

科学出版社

普通高等教育“十三五”规划教材
浙江省普通高校“十三五”新形态教材

大学基础物理学学习指导

汪小刚 倪涌舟 主编

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书是为配合《大学基础物理学》(汪小刚，戴朝卿，陈翼翔编著，科学出版社)使用而编写的学习指导书。全书分 14 章，章节顺序与主教材同步，每章包括基本要求、内容提要、习题与解答、同步自测、同步自测参考答案五个部分。通过各种典型题目的分析和求解，指导学生掌握和理解物理基本概念与原理，提升学生分析和解决问题的能力。同步自测部分知识点覆盖全面、难易适度，便于学生学完主教材的每章内容后进行自我检测。

本书既可作为高等院校非物理专业的理、工、农、医类各专业的大学物理（普通物理）课程的辅导教材，也可供大学物理教师参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学基础物理学学习指导/汪小刚，倪涌舟主编. —北京：科学出版社，2018.1

（普通高等教育“十三五”规划教材·浙江省普通高校“十三五”新形态教材）

ISBN 978-7-03-056024-7

Ⅰ.①大… Ⅱ.①汪… ②倪… Ⅲ.①物理学-高等学校-教学参考资料 Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2017）第 317084 号

责任编辑：吕燕新 杨 昕 / 责任校对：王万红
责任印制：吕春珉 / 封面设计：东方人华平面设计部

科学出版社 出版
北京东黄城根北街 16 号
邮政编码：100717
http://www.sciencep.com
三河市骏杰印刷有限公司印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销
*
2018 年 1 月第 一 版 开本：787×1092 1/16
2018 年 1 月第一次印刷 印张：16
字数：379 000

定价：36.00 元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈骏杰〉）
销售部电话 010-62136230 编辑部电话 010-62135397-2032

本书编写人员

主　编　汪小刚　倪涌舟

副主编　戴朝卿　陈均朗　陈翼翔

　　　　周国泉　姚　旻

前　言

物理学属于基础科学，它研究的是物质结构和物质运动的基本规律。物理学是当代所有技术科学及工程科学的理论基础之一。大学物理是一门面向非物理专业本科生的基础课程，该课程向大学生介绍物理学的基本理论和研究方法，为后续的技术基础课及专业基础课奠定必要的物理基础。此外，它也是培养学生的科学精神、科学态度及科学思维能力的科学素质课，在学生的能力和素质培养中有着重要的地位和作用。

本书是为配合《大学基础物理学》(汪小刚，戴朝卿，陈翼翔编著，科学出版社)使用而编写的学习指导书。全书分 14 章，章节顺序与主教材同步，每章包括基本要求、内容提要、习题与解答、同步自测、同步自测参考答案五个部分。课后习题对帮助学生深刻领会和应用物理学的思想、方法和理论有着十分重要的作用。学生只有通过各种典型题目的训练，才能巩固和深化所学知识，提升分析和解决问题的能力。同步自测部分知识点覆盖全面、难易适度，便于学生学完教材每章内容后进行自我检测。

本书由汪小刚、倪涌舟组织编写与统稿，具体编写分工如下：汪小刚编写第 1 章至第 6 章，陈均朗编写第 7 章，倪涌舟编写第 8、9 章，戴朝卿编写第 11、12 章， 陈翼翔编写第 13 章，周国泉编写第 10 章，姚昱编写第 14 章。

限于我们的学识和教学经验，书中难免存在不妥和疏漏之处，恳请读者批评指正。

编　者

2017 年 10 月

目　录

第 1 章 质点运动学

基本要求

（1）理解质点模型和参考系、坐标系等概念。

（2）掌握位置矢量、位移、速度、加速度等描述质点运动的物理量。理解不同参考系中的速度变换定则。

（3）理解圆周运动的角速度、角加速度、切向加速度和法向加速度等概念。了解一般曲线运动的加速度概念。

内容提要

1. 参考系和坐标系

1）参考系

为描述物体的运动而选的标准物或物体组叫做参考系。

2）坐标系

为了定量地描述物体相对于此参考系的空间位置及位置随时间的变化，需要在参考系上建立的一个坐标系。

2. 位置矢量和运动方程

（1）从原点到物点的有向线段 $\vec{r}$ 称为位置矢量，平面直角坐标系中可写成

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}$$

（2）运动方程表示质点位置随时间的变化规律，即

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j}$$

3. 路程和位移

（1）由始点 A 指向终点 B 的有向线段 $\Delta\vec{r}$ 称为点 A 到点 B 的位移，即

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

其中，$\vec{r}_A$、$\vec{r}_B$ 分别是 A、B 两点的位矢。在平面直角坐标系中位移可表示为

$$\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$$

其大小为

$$\Delta \vec{r}=|\Delta \vec{r}|=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}$$

（2）质点实际运动的轨迹长度称为质点所经历的**路程**，记作 Δs 。

位移 $\Delta \vec{r}$ 是矢量，路程 Δs 是标量。一般来说，$|\Delta \vec{r}| \neq \Delta s$ 。只有在 $\Delta t \rightarrow 0$ 时，$\mathrm{d} s=|\mathrm{d} \vec{r}|$ 。

4. 速度

速度是描述质点运动快慢和方向的物理量，即

$$\vec{v}=\lim _{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d} \vec{r}}{\mathrm{d} t}$$

平面直角坐标系中有

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d} x}{\mathrm{d} t} \vec{i}+\frac{\mathrm{d} y}{\mathrm{d} t} \vec{j}=v_x \vec{i}+v_y \vec{j}$$

速度的大小等于速率，即

$$v=|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

5. 不同参考系中的速度变换

速度的相对性用公式表示为

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$$

式中，$\vec{v}$（绝对速度）和 $\vec{v}'$（相对速度）代表物体相对于两个参考系的运动速度；$\vec{u}$（牵连速度）代表两个参考系之间的相对速度。

6. 加速度

加速度是描述质点运动速度变化的快慢物理量，即

$$\vec{a}=\lim _{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d} \vec{v}}{\mathrm{d} t}=\frac{\mathrm{d}^2 \vec{r}}{\mathrm{d} t^2}$$

在平面直角坐标系中有

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d} t^2} \vec{i}+\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d} t^2} \vec{j}=a_x \vec{i}+a_y \vec{j}$$

加速度的大小为

$$a=|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}$$

7. 抛体运动

抛体运动的运动方程为

$$\begin{cases}x=v_x t=\left(v_0 \cos \theta\right) t \\ y=v_{0y} t-\dfrac{1}{2} g t^2=\left(v_0 \sin \theta\right) t-\dfrac{1}{2} g t^2\end{cases}$$

抛体运动的轨道方程为

$$y=x \tan \theta-\frac{g}{2 v_0 \cos ^2 \theta} x^2$$

抛体运动的射高和射程分别为

$$y_m = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}, \quad x_m = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

8. 圆周运动

（1）角位置 θ 是时间 t 的函数，即 $\theta=\theta(t)$。

（2）角速度 $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}$，角速度 $\vec{\omega}$ 的方向可由右手定则确定。

（3）角加速度 $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$。

（4）线速度大小与角速度的关系可表示为

$$v = r\omega$$

（5）曲线运动的质点在某点处的加速度为

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n$$

式中，v、ρ 分别是该点的速率和曲率圆半径。

习题与解答

1-1 某个质点做直线运动，其运动方程为 $x = 1 + 4t - t^2$，其中 x 以 m 计，t 以 s 计。试求：（1）第 3 s 末质点的位置；（2）质点在运动开始后 3 s 内的位移大小；（3）质点在该时间内经过的路程。

解 （1）第 3 s 末质点的位置为

$$x(3) = 1 + 4 \times 3 - 3^2 = 4 \text{ m}$$

（2）质点在运动开始后 3s 内的位移大小为

$$x(3) - x(0) = 3 \text{ m}$$

（3）由于 $x = 1 + 4t - t^2 = 5 - (2-t)^2$，因此 $t = 2$ s 时，x 有最大值，最大值 $x(2) = 5$ m。到达 5 m 后 x 值变小，说明质点做反向运动。质点在运动开始后 3 s 内经过的路程为

$$\Delta s = |x(3) - x(2)| + |x(2) - x(0)| = |4-5| + |5-1| = 5 \text{ m}$$

或者通过如下方式求解。

因为质点做反向运动时有 $v(t) = 0$，所以令 $\frac{dx}{dt} = 0$，即 $4 - 2t = 0$，从而有 $t = 2$ s。质点在运动开始后 3 s 内经过的路程为

$$\Delta s = |x(3) - x(2)| + |x(2) - x(0)| = |4-5| + |5-1| = 5 \text{ m}$$

1-2 已知质点沿 x 轴做直线运动，其运动方程为 $x = 1 + 5t - t^2$ m。试求：（1）质点在运动开始后 4 s 内的位移大小；（2）质点在该时间内经过的路程；（3）质点在第 4 s 的速度和加速度。

解 （1）根据题意，质点在运动开始后 2 s 内的位移大小为

$$\Delta x = x(2) - x(0) = 7 - 1 = 6 \text{ m}$$

（2）质点在运动开始后 4 s 内的位移大小为

$$x(4)-x(0)=5-1=4\ \mathrm{m}$$

因为质点做反向运动时有 $v(t)=0$，所以令 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$，即 $5-2t=0$，从而有 $t=2.5\ \mathrm{s}$。

质点在运动开始后 4 s 内经过的路程为

$$\Delta s=\left|x(2.5)-x(0)\right|+\left|x(4)-x(2.5)\right|=\left|7.25-1\right|+\left|5-7.25\right|=8.5\ \mathrm{m}$$

（3）任意时刻质点的速度和加速度分别为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=5-2t\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad a=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=-2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

质点在第 4 s 的速度和加速度分别为

$$v=-3\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad a=-2\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-3 已知某个质点的运动方程为 $x=2t$，$y=2-t^2$，式中，x 和 y 以 m 计，t 以 s 计。试求：（1）质点的运动轨迹；（2）$t=1\ \mathrm{s}$ 到 $t=2\ \mathrm{s}$ 这段时间内质点的平均速度；（3）1 s 末和 2 s 末质点的速度；（4）1 s 末和 2 s 末质点的加速度。

解 （1）由质点的运动方程 $x=2t$，$y=2-t^2$，消去时间参数 t 得到质点的运动轨迹为

$$y=2-\frac{x^2}{4}\ \ (x>0)$$

（2）根据题意可知质点的位置矢量为

$$\vec{r}=(2t)\vec{i}+\left(2-t^2\right)\vec{j}$$

$t=1\ \mathrm{s}$ 到 $t=2\ \mathrm{s}$ 这段时间内质点的平均速度为

$$\bar{\vec{v}}=\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\frac{\vec{r}(2)-\vec{r}(1)}{2-1}=2\vec{i}-3\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

（3）由位置矢量求导可得质点的速度为

$$\vec{v}=\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t}=2\vec{i}-(2t)\vec{j}$$

1 s 末和 2 s 末的质点速度分别为

$$\vec{v}(1)=2\vec{i}-2\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},\quad \vec{v}(2)=2\vec{i}-4\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

（4）由速度求导可得质点的加速度为

$$\vec{a}=\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}=2\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1 s 末和 2 s 末质点的加速度为

$$\vec{a}(1)=\vec{a}(2)=-2\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-4 质点的运动方程为 $x=-10t+30t^2$，$y=10t-30\sqrt{3}t^2$。试求：（1）初速度的大小和方向；（2）加速度的大小和方向。

解 （1）由题意，平面直角坐标系中质点的速度分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=-10+60t,\quad v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=10-60\sqrt{3}t$$

当 $t=0\ \mathrm{s}$ 时，初速度 $\vec{v}=-10\vec{i}+10\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$。

初速度的大小为

$$v=|\vec{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(10)^2+(10)^2}=10\sqrt{2}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}},$$

因为 $\tan\theta=\dfrac{v_y}{v_x}=-1$，所以速度方向与 x 轴呈 135°。

（2）由运动方程得加速度的两个分量分别为 $a_x=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}=60$，$a_y=\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}=-60\sqrt{3}$，因此，加速度为

$$\vec{a}=60\vec{i}-60\sqrt{3}\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

加速度的大小为

$$a=|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2}=\sqrt{(60)^2+\left(-60\sqrt{3}\right)^2}=120\ \mathrm{m\cdot s^{-2}},$$

因为 $\tan\theta'=\dfrac{a_y}{a_x}=-\sqrt{3}$，所以加速度的方向与 x 轴呈 120°。

1-5 一个质点自原点开始沿抛物线 $2y=x^2$ 运动，它在 Ox 轴上的分速度为一个恒量，其值 $v_x=4\mathrm{m\cdot s^{-1}}$。试求质点位于 $x=2$ m 的速度和加速度。

解 设质点在 y 轴上的速度分量为 v_y，$v_y=\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}$，又因为 $v_x=\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，对轨迹方程 $2y=x^2$ 两边求导，得

$$2\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

即 $v_y=x\cdot v_x=4x$，当 $x=2$ m时，$v_y=8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

$x=2$ m时质点的速度为

$$v=4\vec{i}+8\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

又由于 $v_x=4\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，则 $a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$；$v_y=4x$，则 $a_y=\dfrac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=4v_x=16\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$。

$x=2$m 处质点的加速度为

$$\vec{a}=16\vec{j}\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-6 有一个质点做直线运动，其加速度 $a=-kv$（$k=$ 常量），且当 $t=0$ 时，$x_0=0, v=v_0$。试求 t 时刻的速度 $\vec{v}$ 和坐标 x。

解 质点沿 Ox 轴做一维运动，所以各运动量都可以作为标量处理。由 $a=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv$ 得

$$\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\mathrm{d}t$$

两边积分，有

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{v}=-k\int_0^t\mathrm{d}t$$

式中，积分上限 v 为质点在某一时刻 t 的速度，由上式可得

$$\ln\frac{v}{v_0}=-kt$$

解得

$$v = v_0 e^{-kt}$$

又由速度 $v = \frac{dx}{dt} = v_0 e^{-kt}$ 可得

$$dx = v_0 e^{-kt} dt$$

两边积分，有

$$\int_0^x dx = \int_0^t v_0 e^{-kt} dt$$

式中，积分上限 x 为质点在某一时刻 t 的位置坐标，由上式解得

$$x = -\frac{v_0}{k} e^{-kt} \Big|_0^t = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)$$

1-7 一个质点具有恒定加速度 $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$，在 $t = 0$ 时，其速度为零，位置矢量 $\vec{r}_0 = 10\vec{i}\ \mathrm{m}$。试求：（1）在任意时刻的速度和位置矢量；（2）质点在 Oxy 平面上的轨迹方程。

解 （1）由题意 $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 3\vec{i} + 2\vec{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

有

$$\int_0^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \left(3\vec{i} + 2\vec{j}\right) dt$$

解得

$$\vec{v} = 3t\vec{i} + 2t\vec{j}\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

又由 $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3t\vec{i} + 2t\vec{j}$，可得

$$\int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \left(3t\vec{i} + 2t\vec{j}\right) dt$$

解得

$$\vec{r} = \left(10 + \frac{3}{2}t^2\right)\vec{i} + t^2\vec{j}\ \mathrm{m}$$

（2）$\vec{r} = \left(10 + \frac{3}{2}t^2\right)\vec{i} + t^2\vec{j}\ \mathrm{m}$，则

$$\begin{cases} x = (10 + \frac{3}{2}t^2) \\ y = t \end{cases}$$

解得

$$y = \frac{2}{3}(x - 10)$$

1-8 质点沿直线运动，加速度 $a = 4 - t^2$，式中，a 的单位为 $\mathrm{m \cdot s^{-2}}$，t 的单位为 s。如果当 $t = 3\ \mathrm{s}$ 时，位移和速度分别为 $x = 9\ \mathrm{m}$、$v = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，求质点的运动方程。

解 根据 $a = \frac{dv}{dt}$，有 $dv = a dt$，则

$$\int_{v_0}^{v} \mathrm{d}v = \int_0^t a\mathrm{d}t = \int_0^t \left(4 - t^2\right)\mathrm{d}t$$

解得

$$v = 4t - \frac{1}{3}t^3 + v_0$$

由 $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$ 得 $\mathrm{d}x = v\mathrm{d}t$，则

$$\int_{x_0}^{x} \mathrm{d}x = \int_0^t v\mathrm{d}t$$

解得

$$x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 + v_0 t + x_0$$

将 $t = 3\ \mathrm{s}$ 时的位移和速度 $x = 9\ \mathrm{m}$、$v = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$ 分别代入速度和位移表达式，解得 $v_0 = -1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$，$x_0 = 0.75\ \mathrm{m}$，于是得质点的运动方程为

$$x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 + 0.75$$

1-9 有一个球体在某液体中竖直下落，球体的初速为 v_0，它在液体中的加速度 $a = -v$。试求：（1）t 时刻球体的速度；（2）t 时刻球体运动的路程。

解 （1）设竖直向下为 y 轴的正方向。由题意知，球体做直线运动，加速度的方向与球体的速度方向相反。由加速度的定义，有

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -v$$

两边积分，有

$$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = \int_0^t \mathrm{d}t$$

解得

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-t}$$

（2）由速度的定义，有

$$v = \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = v_0 \mathrm{e}^{-t}$$

两边积分，有

$$\int_0^y \mathrm{d}y = \int_0^t v_0 \mathrm{e}^{-t}\mathrm{d}t$$

解得

$$y = v_0(1 - \mathrm{e}^{-t})$$

1-10 一个石子从空中由静止下落，由于空气阻力，石子并非做自由落体运动，现测得其加速度 $a = A - Bv$，式中 A、B 为正恒量。试求石子下落的速度和运动方程。

解 选取石子下落方向为 y 轴正向，下落起点为坐标原点。由题意知

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = A - Bv$$

用分离变量法把上式改写为

$$\frac{\mathrm{d}v}{A-Bv}=\mathrm{d}t$$

两边积分并考虑初始条件，有

$$\int_{v_0}^{v}\frac{\mathrm{d}v}{A-Bv}\mathrm{d}v=\int_0^t\mathrm{d}t$$

解得石子的速度为

$$v=\frac{A}{B}\left(1-\mathrm{e}^{-Bt}\right)$$

由此可知，当$t\to\infty$时，$v\to\frac{A}{B}$为一常量，通常称为极限速度或收尾速度。

再由$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{A}{B}\left(1-\mathrm{e}^{-Bt}\right)$并考虑初始条件有

$$\int_0^y\mathrm{d}y=\int_0^t\frac{A}{B}\left(1-\mathrm{e}^{-Bt}\right)\mathrm{d}t$$

得到石子运动方程的表达式为

$$y=\frac{A}{B}t+\frac{A}{B^2}\left(\mathrm{e}^{-Bt}-1\right)$$

1-11 无风的下雨天，一列火车以$v_1=20.0\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的速率匀速前进，在车内的旅客看见玻璃窗外的雨滴和垂线呈 75°下降，设下降的雨滴做匀速运动。试求雨滴下落的速率v_2。

解 设地面为静止参考系S，火车为动参考系S'，$\vec{v}_1$为S'相对S的牵连速度，$\vec{v}_2$为雨滴相对S的绝对速度，令旅客看到雨滴下落的速度为$\vec{v}_2'$，即雨滴相对动参考系S'的相对速度，如图 1-1 所示，有

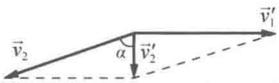


图 1-1

$$\vec{v}_2=\vec{v}_2'+\vec{v}_1$$

$$v_2=\frac{v_1}{\tan 75^\circ}=5.36\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

1-12 一个人能在静水中以$1.10\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的速度划船前进。今欲横渡一条宽为$1.00\times10^3\ \mathrm{m}$、水流速度为$0.55\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$的大河。（1）他若从出发点横渡该河到达正对岸的一点，那么应如何确定划行方向？到达正对岸需要多少时间？（2）如果希望用最短的时间过河，应如何确定划行方向？船到达对岸的位置在什么地方？

解 设地面为静止参考系，水流为动参考系。在划速一定的条件下，若要用最短时间过河，则必须使船相对于岸，即相对于静止参考系的速度$\vec{v}$有极大值。由于水流速度$\vec{u}$的存在，$\vec{v}$与船在静水中划行的速度$\vec{v}'$之间有

$$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$$

（1）如图 1-2 所示，由$\vec{v}=\vec{v}'+\vec{u}$可知，$\alpha=\arcsin\frac{u}{v'}$，则船到达正对岸所需时间为

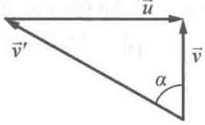


图 1-2

$$t=\frac{d}{v}=\frac{d}{v'\cos\alpha}=1.05\times10^3\ \mathrm{s}$$

（2）由于 $v = v'\cos\alpha$，在划速 v' 一定的条件下，只有当 $\alpha = 0$ 时，v 最大(即 $v = v'$)，即船头始终垂直于对岸的方向划行。此时，船过河时间 $t = \dfrac{d}{v'}$，船到达距正对岸为 l 的下游处，且有

$$l = ut' = u\frac{d}{v'} = 5.0\times10^2\ \text{m}$$

1-13 飞机 A 以 $v_A = 1000\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ 的速率相对于地面向南飞行，同时另一架飞机 B 以 $v_B = 800\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ 的速率相对于地面向东偏南 $30°$ 方向飞行。试求飞机 A 相对于飞机 B 的速度。

解 如图 1-3 所示，设地面为静止参考系，飞机 B 固定在动参考系上，已知飞机 A 相对地面的绝对速度 $\vec{v}_A$ 和飞机 B 相对地面的牵连速度 $\vec{v}_B$，因此飞机 A 相对于飞机 B 的相对速度 $\vec{v}_{AB}$ 为

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

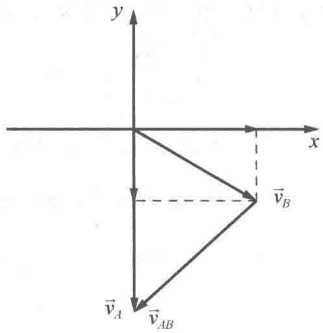


图 1-3

则有

$$v_{ABx} = -v_{Bx} = -v_B\cos30° = 800\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 693\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

$$v_{ABy} = -v_A - v_{By} = -v_A + v_B\sin30° = -1000 + 800\times0.5 = -600\ \ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

飞机 A 相对于飞机 B 的速度为

$$\vec{v}_{AB} = 693\vec{i} - 600\vec{j}\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

其大小为

$$v = \sqrt{v_{ABx}^2 + v_{ABy}^2} = 917\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$$

方向为向西偏南，偏向角为

$$\theta = \tan^{-1}\left|\frac{v_{ABy}}{v_{ABx}}\right| = 41°$$

1-14 湖边一个倾角为 $30°$ 的大坝横截面示意图如图 1-4 所示，水面与大坝的交点为 O。设一人站在 A 点以大小为 v_0 的速度沿水平方向扔一粒小石子，已知 $AO = 40\ \text{m}$，不计空气阻力，若石子落入水中，v_0 至少要多大？

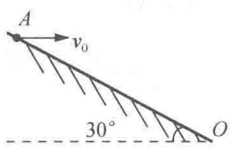


图 1-4

解 石子从 A 到 O 的过程中，由平抛运动规律有

$$\overline{AO}\sin30° = \frac{1}{2}gt^2,\quad \overline{AO}\cos30° = v_0 t$$

联立解得

$$v_0 = 17.3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

即只要 $v_0 > 17.3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的石子均能落入水中。

1-15 飞机以 $100\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速度沿水平直线飞行，在离地面高为 $100\ \text{m}$ 时，飞行员要把物品空投到前方某一个地面目标处。试求：（1）此时目标在飞机下方前的距离；（2）投放

物品时，飞行员看目标的视线和水平线所成的角度；（3）物品抛出 2 s 后，它的法向加速度和切向加速度。

解 （1）取如图 1-5 所示的坐标，物品下落时在水平和竖直方向的运动方程分别为

$$x = v_x t\,,\quad y = \frac{1}{2}gt^2$$

飞机水平飞行速度 $v_x = 100\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，飞机离地面的高度 $y = 100$ m，可得目标在飞机正下方前的距离

$$x = v_x\sqrt{\frac{2y}{g}} = 100\times\sqrt{\frac{2\times 100}{9.8}} = 452\ \mathrm{m}$$

（2）飞行员的视线和水平线的夹角为

$$\theta = \arctan\frac{y}{x} = \arctan\frac{100}{452} = 12.5^\circ$$

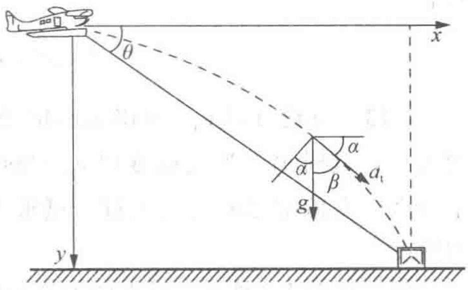


图 1-5

（3）在任意时刻物品的速度与水平轴的夹角为

$$\alpha = \arctan\frac{v_y}{v_x} = \arctan\frac{gt}{v_x}$$

物品在抛出 2 s 时，重力加速度的切向分量与法向分量分别为

$$a_t = g\sin\alpha = g\sin\left(\arctan\frac{gt}{v}\right) = 9.8\times\sin\left(\arctan\frac{9.8\times 2}{100}\right) = 1.88\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

$$a_n = g\cos\alpha = g\cos\left(\arctan\frac{gt}{v}\right) = 9.8\times\cos\left(\arctan\frac{9.8\times 2}{100}\right) = 9.62\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$$

1-16 表面平直的山坡与水平面呈 30°，已知炮弹初速率 $v_0 = 150\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，炮筒与水平面呈 60°。如果要在山脚用炮轰击山腰处的目标，则击中的目标距离炮位有多远？

解 取坐标如图 1-6 所示，以炮位为原点，目标为 P，则有

$$y = x\tan 30^\circ$$

抛体运动的轨迹方程为

$$y = x\tan 60^\circ - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2 60^\circ}$$

联立解得

$$x = \frac{2v_0^2\cos^2 60^\circ}{g}(\tan 60^\circ - \tan 30^\circ) \approx 1326\ \mathrm{m}$$

$$y = x\tan 30^\circ = 765.6\ \mathrm{m}$$

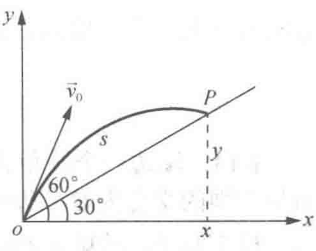


图 1-6

目标距离炮位的距离为

$$s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1326)^2 + (765.6)^2} \approx 1531.2\mathrm{m}$$

1-17 一个质点做圆周运动，运动方程为 $\theta = 2t - 4t^2$，θ 的单位是 rad，t 的单位为 s，在 $t = 0$ 时质点开始逆时针旋转。试求：（1）$t = 0.5$ s 时，质点以什么方向转动；（2）质点转动方向改变的瞬间，它的角位置 θ 的大小。

解 （1）因质点做圆周运动，角速度方向发生改变的瞬间，有

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}=0$$

即 $2-8t=0$，得 $t=0.25$ s。$t=0.5$ s 时，质点将以顺时针方向转动。

（2）质点转动方向改变的瞬间，它的角位置为

$$\theta=2t-4t^2=2\times0.25-4\times(0.25)^2=0.25\ \text{rad}$$

1-18 一个半径为0.50 m的飞轮在起动时的短时间内，其角速度与时间成正比。在 $t=2$ s时测得轮缘一点的速度值为 $4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$。试求：（1）该轮在 $t=0.5$ s时的角速度，轮缘一点的切向加速度和法向加速度；（2）该点在2 s内转过的角度。

解 （1）因为角速度与时间成正比，可设 $\omega=ct$，则轮缘一点的速度为

$$v=\omega R=0.5ct$$

因为 $t=2$ s时，$v=4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$，所以 $c=4$。从而轮缘一点的角速度和角加速度分别为

$$\omega=4t,\quad \beta=\frac{d\omega}{dt}=4\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

在 $t=0.5$ s时，轮缘一点的角速度 $\omega=4t=2\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$，其切向加速度和法向加速度分别为

$$a_t=\beta R=2\text{m}\cdot\text{s}^{-2},\quad a_n=\omega^2R=2\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$$

（2）该点在2 s内转过的角度

$$\theta=\int_0^2\omega dt=\int_0^2 4t dt=8\ \text{rad}$$

1-19 一个质点做变速率圆周运动，角速度随时间的变化关系为 $\omega=100\left(1-e^{-t/2}\right)\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$。试求：（1）$t=6$ s时质点的角速度；（2）质点在 $t=6$ s时间内转过的圈数；（3）质点的角加速度随时间变化的规律。

解 （1）将 $t=6$ s代入角速度随时间的变化关系式，得到

$$\omega=100\left(1-e^{-t/2}\right)=100\times\left(1-e^{-3}\right)=100\times\left[1-(2.718)^{-3}\right]\approx95\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

（2）质点在 $t=6$ s时间内转过的圈数

$$N=\frac{1}{2\pi}\int_0^6\omega dt=\frac{1}{2\pi}\int_0^6 100(1-e^{-t/2})dt=65.3\ \text{r}$$

（3）质点的角加速度为

$$\beta=\frac{d\omega}{dt}=50e^{-t/2}\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$$

1-20 一个质点从静止出发沿半径 $r=1$ m的圆周运动，其角加速度随时间的变化规律是 $\beta=12t^2-6t$。试求该质点的角速度 ω 和切线方向加速度 a_t。

解 因为 $\beta=\frac{d\omega}{dt}=12t^2-6t$，所以有 $d\omega=\left(12t^2-6t\right)dt$，等式两边积分得

$$\int_0^\omega d\omega=\int_0^t\left(12t^2-6t\right)dt$$

故质点的角速度为

$$\omega=4t^3-3t^2$$

切线方向加速度为

$$a_t=r\beta=12t^2-6t$$