

教育部人文社会科学研究规划基金项目



P
Phoenix Originality
凤凰原创

西去东来

West and East

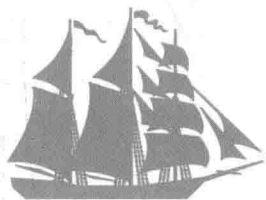
沿丝绸之路数学知识的传播与交流

The Dissemination and Exchange of Mathematical Knowledge along the Silk Road

纪志刚 郭园园 吕 鹏 著



 江苏人民出版社



教育部人文社会科学研究规划基金项目

P
Phoenix Originality
凤凰原创

西去东来

West and East

沿丝绸之路数学知识的传播与交流

The Dissemination and Exchange of Mathematical Knowledge along the Silk Road

纪志刚 郭园园 吕 鹏 著



 江苏人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

西去东来:沿丝绸之路数学知识的传播与交流/纪志刚,郭园园著. —南京:江苏人民出版社, 2018. 8
ISBN 978-7-214-22480-4

I. ①西… II. ①纪… ②郭… III. ①数学
IV. ①01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2018)第 194140 号

书 名 西去东来——沿丝绸之路数学知识的传播与交流

著 者	纪志刚 郭园园 吕 鹏
责 任 编 辑	汪意云
责 任 校 对	王翔宇
装 帧 设 计	徐立权
出 版 发 行	江苏人民出版社
出版社地址	南京市湖南路 1 号 A 楼, 邮编: 210009
出版社网址	http://www.jspph.com
照 排	江苏凤凰制版有限公司
印 刷	江苏凤凰通达印刷有限公司
开 本	710 毫米×1 000 毫米 1/16
印 张	26.5
字 数	350 千字
版 次	2018 年 11 月第 1 版 2018 年 11 月第 1 次印刷
标 准 书 号	ISBN 978-7-214-22480-4
定 价	68.00 元

(江苏人民出版社图书凡印装错误可向承印厂调换)

目 录

绪 论	1
1 “探路者”	1
2 李约瑟的“清单”与马若安的质疑	5
3 海外回响	8
4 吴文俊“数学与天文丝路基金”	11
5 本书的撰写	15
第一篇 中国传统数学的世界意义	17
第一章 中国传统数学的东方特色	18
1.1 “大哉言数”:中国传统数学的社会性	18
1.2 “寓理于算”:中国传统数学的算法神韵	22
1.3 “世术之美”:中国传统数学的普世价值	23
第二章 从“物不知数”到“中国剩余定理”	28
2.1 “物不知数”	28
2.2 秦九韶的“大衍总术”	33
2.3 清代学者的工作	38
2.4 同余问题在欧洲	41

第三章 “百鸡术”:算法演变与历史传播	52
3.1 古算文献中的“百鸡问题”	52
3.2 关于“百鸡原术”的存疑	55
3.3 明清学者关于“百鸡问题”的研究	59
3.4 “百鸡问题”在世界的流传	67
第二篇 印度古代数学及其与中算的若干比较	83
第四章 印度古代数学概述	84
4.1 印度古代数学的历史文化背景	84
4.2 印度古代数学的代表人物与著作	90
第五章 印度数系理论的历史发展	102
5.1 印度的计数法、数词与数字	102
5.2 数系的扩张——零、负数以及无理数	115
第六章 印度与中国传统算法的比较	124
6.1 一般数学问题	124
6.2 典型问题	148
6.3 “库塔卡”与“大衍求一术”	162
6.4 中印数学中的无穷观念和极限方法	182
第三篇 阿拉伯代数学的溯源与演进	191
第七章 中世纪的阿拉伯数学	192
7.1 阿拉伯数学兴起的历史背景	193
7.2 阿拉伯文明中的数学之星	195
第八章 阿拉伯代数学的源头	197
8.1 花拉子米与《还原与对消之书》	197
8.2 花拉子米方程思想来源探析	207
第九章 阿拉伯代数学中多项式理论的演化	217
9.1 阿拉伯多项式理论的萌芽	217
9.2 阿拉伯数学家对多项式理论的突破	219

9.3 阿拉伯多项式理论的成熟	227
第十章 阿拉伯代数学中方程求解的演化	232
10.1 奥马尔·海亚姆对方程几何解的突破	232
10.2 方程数值解的发展与成熟	236
10.3 阿尔·卡西在代数学上的成就	245
第四篇 《计算之书》中的东方数学	253
第十一章 斐波那契与《计算之书》	254
11.1 斐波那契与他的时代	254
11.2 《计算之书》	264
第十二章 《计算之书》与中算相近的算题与算法	270
12.1 《计算之书》与中算相近的算题	271
12.2 《计算之书》与中算相近的算法	277
第十三章 《计算之书》中“elchataym”算法探源	281
13.1 《计算之书》中的双试错法	282
13.2 《计算之书》中双试错法的阿拉伯来源	286
第十四章 《计算之书》中的 Algebra	294
14.1 《计算之书》中的“代数学”	294
14.2 《计算之书》中“代数学”的基本概念和运算	296
第五篇 历史的闭环:明清之际西方数学的传入与影响	305
第十五章 《几何原本》的翻译与明清数学思想的嬗变	306
15.1 西学东渐第一波	306
15.2 《几何原本》卷一“界说”的翻译分析	310
15.3 《几何原本》对中国传统数学的意义	317
15.4 从“翻译”“会通”到“超胜”	323
15.5 《几何原本》与明末清初数学思想的嬗变	325
15.6 《几何原本》的完璧及反思	332

第十六章 从《同文算指》看李之藻对西学的会通与调适	338
16.1 从《实用算术概要》到《同文算指》	339
16.2 《同文算指》介绍的西方笔算方法	343
16.3 《同文算指》算题来源的多元性	350
16.4 《算指》为何称“同文”?	364
第十七章 梅文鼎与《欧罗巴西镜录》	368
17.1 《欧罗巴西镜录》中的梅文鼎订注	370
17.2 梅文鼎《少广拾遗》《笔算》与《西镜录》的关系	374
结语 中外数学知识交流研究的新征程	384
参考文献	394
附录	410
后记	412

绪 论

1 “探路者”

汉武帝建元元年(公元前 140 年),汉武帝刘彻(公元前 156~前 87 年)欲联合大月氏共击匈奴,张骞(公元前 164~前 114 年)应募出任使者,于建元三年(公元前 138 年)出陇西,途经匈奴时被俘。张骞羁留匈奴十余载,“持汉节不失”,后设法逃脱。西行至大宛,经康居,抵达大月氏,再至大夏,停留了一年多才返回。在归汉途中,张骞改从南道,依傍南山,以避免被匈奴发现,但仍为匈奴俘获,又被拘留一年多。元朔三年(公元前 126 年),匈奴内乱,张骞乘机逃回汉朝,向汉武帝详细报告了西域情况,汉武帝授以太中大夫。^① 因张骞在西域有威信,后来汉所遣使者多称“博望侯”以取信于诸国。^②

张骞出使西域本为贯彻汉武帝联合大月氏抗击匈奴的战略意图,但出使西域后汉夷文化交往频繁,中原文明通过张骞开辟的西域通道迅速

① [汉]班固:《汉书·张骞传》卷六十一,北京:中华书局,1962 年,第 2687~2689 页。

② [汉]司马迁:《史记·大宛列传》卷一百二十三,北京:中华书局,1959 年,第 3169 页。或见《汉书·张骞传》,第 2963 页。

向四周传播。因而,张骞“凿空”西域^①这一历史事件便具有特殊的历史意义。

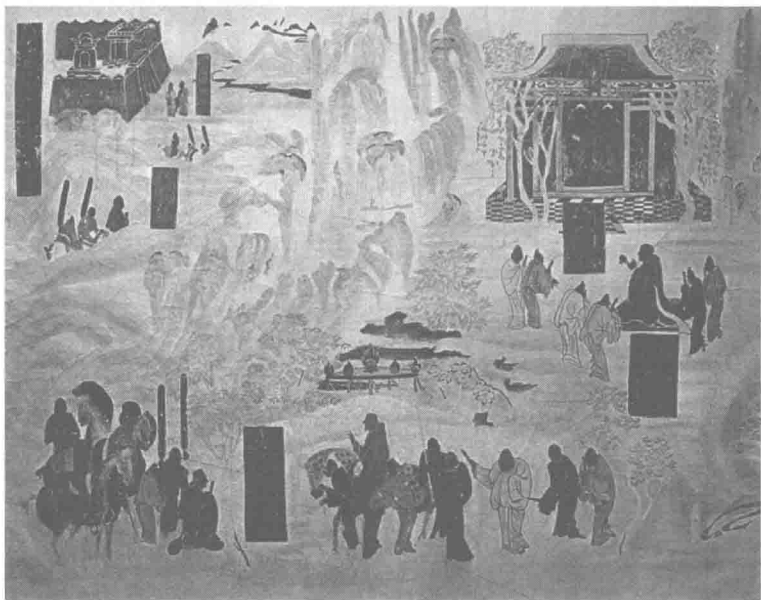


图1 莫高窟第323窟初唐时期张骞出使西域图壁画^②

1877年,德国地理学家李希霍芬(Ferdinand von Richthofen, 1833~1905年)在其著作《中国》^③一书中,把从公元前114年至公元127年间中国与中亚、中国与印度间以丝绸贸易为媒介的这条西域交通道路命名为“丝绸之路”(Seidenstraße),这一名词很快被学术界和大

① 张骞“凿空”西域之说见司马迁“大宛列传”的记载:“骞所遣使通大夏之属者皆颇与其人俱来,于是西北国始通于汉矣。然张骞凿空,其后使往者皆称博望侯,以为质于外国,外国由此信之。”参见《史记·大宛列传》,第3169页。

② 全图以山峦分隔故事情节,分为四个小图。右上为汉武帝在甘泉宫拜金像,底部是张骞辞别汉武帝,左上角是张骞副使经过万水千山最终到达大夏国。<http://www.quanjing.com/imginfo/east-cp-a71-4036990.html>。

③ 费迪南·冯·李希霍芬是一位德国旅行家、地理和地质学家、科学家。1868年到1872年间,他转到中国做了七次探险,李希霍芬用在华考察的资料,完成了巨著《中国:亲身旅行和据此所作研究的成果》(*China: The Results of My Travels and the Studies Based Thereon*, 又翻译为《中国:我的旅行与研究》;简称《中国》)。该书于1877年出版,“丝绸之路”(Seidenstraße)一词便首次出现于该书第一卷中。

众所接受,并正式运用。

历史上的文化交流所能达到的深远程度常常超越人们的意料之外,人们往往赞叹明朝郑和(1371~1433年)下西洋的伟大壮举,其实,早在唐朝就有一位名叫杨良瑶(736~806年)的官员,在唐德宗贞元元年(785年)就已受命出使阿拉伯半岛的黑衣大食。^①杨良瑶从广州出发,走海上丝绸之路,经过3年时间,完成联络大食、夹击吐蕃的政治使命,返回唐朝。^②杨良瑶聘使大食更为重要的成果,是给唐朝带回来珍贵而完整的海上丝路的航海日记。据考证,这应当就是贾耽(730~805年)记录的《皇华四达记》中从广州到巴格达的航海路线。^③当然,这条路线也正是800年之后耶稣会士们梯航东来的路线。

在东西方交往的陆地“丝绸之路”与海洋“丝绸之路”上,不仅有丝绸玉器、陶瓷琉璃、香料药材,还有佛教、景教、摩尼教、伊斯兰教、儒家思想和道教方术。火药、指南针、造纸术和印刷术也是沿着丝绸之路传向西方。^④而对于中外数学文化交流来说,沿丝绸之路数学知识的传播与交流,一直为学者们所关注。

1925年,钱宝琮(1892~1974年)著文《印度数学与中国算学之关系》,比较了中国数学与印度数学的若干关系,论述了佛教与中印数学的传授。值得注意的是,钱宝琮在论文开篇指出:

西算史论印度算史者,有谓印度算学除小部分传自希腊外,创

① 杨良瑶,正史无传。1984年4月,泾阳县文物工作者从事田野文物调查时,在当时扫宋乡(2002年后并入云阳镇)大、小户杨村附近发现了一通晚唐石碑,碑头篆额“唐故杨府君神道之碑”9字。正面镌刻行书碑文,记叙了“唐右三军辟仗、太中大夫、行内侍省内给事,赐紫金鱼袋、上柱国、弘农县开国男、食邑三百户”杨良瑶的家族渊源和生平事迹。该碑文弥足珍贵之处在于,记述了作为外交使节的杨良瑶航海下西洋的出使生涯。参见张世民《杨良瑶:最早开拓中西海洋丝绸之路的咸阳人》,载《咸阳日报》2014年7月28日第6版。

② 张世民:《杨良瑶:中国最早航海下西洋的外交使者》,载《咸阳师范学院学报》第20卷第3期,2005年,第4~8页。

③ 荣新江:《唐朝与黑衣大食关系史新证——记贞元初年杨良瑶的聘使大食》,载《文史》2012年第3期,第231~243页。

④ 韩琦:《中国科学技术的西传及其影响》,石家庄:河北人民出版社,1999年。

造甚富。有谓印度算学大多取材于中国算学。持第一说者漠视中国算学与印度算学之关系。持第二说者对于中国算学又往往过事夸大,易启疑窦。皆未明中国算学之过也。^①

1927年,钱宝琮发表《〈九章算术〉盈不足术流传欧洲考》,在该文的“结论”部分,钱宝琮指出:

中国算学西传,为西域诸民族,及欧洲中古算学所采用者,其例甚多。盈不足术,特其显而易见者耳。但近人熟悉中国算学者少。撰世界算学史者,往往藐视中国算学之地位,以为中国僻处东亚,其算学传授,可以存而不论。兹编述盈不足术之世界史,以补西洋算书之缺憾。取《〈九章算术〉盈不足术流传欧洲考》为本篇题目者,将以引起读者之注意耳。^②

李俨(1892~1963年)也十分关注中外数学的交流问题。相关文章有:《中算输入日本之经过》(1925年)^③、《明清之际西算输入中国年表》(1927年)^④、《印度历算与中国历算之关系》(1934年)^⑤、《伊斯兰教与中国历算之关系》(1941年)^⑥、《从中国算学史上看中朝文化交流》(1955年)。^⑦

① 钱宝琮:《印度算学与中国算学之关系》,载《南开周刊》第1卷第16号,1925年12月28日。此处引自中国科学院自然科学史研究所编《钱宝琮科学史论文选集》,北京:科学出版社,1983年,第75~82页。

② 钱宝琮:《〈九章算术〉盈不足术流传欧洲考》,载《科学》第12卷第6期(1927年6月),此处引自中国科学院自然科学史研究所编《钱宝琮科学史论文选集》,北京:科学出版社,1983年,第83~96页。

③ 李俨:《中算输入日本之经过》,载《东方杂志》第22卷第18号,1925年,第82~89页。并见李俨《中算史论丛》第五集,北京:科学出版社,1955年,第168~186页。

④ 李俨:《明清之际西算输入中国年表》,载《图书馆学季刊》第2卷第1期,1927年,第21~54页。并见李俨《中算史论丛》第三集,北京:科学出版社,1955年,第10~68页。

⑤ 李俨:《印度历算与中国历算之关系》,载《学艺》第13卷第9期,1934年,第57~75页。

⑥ 李俨:《伊斯兰教与中国历算之关系》,载《回教论坛》第5卷第3期,1941年,第3~26页。并见李俨《中算史论丛》第五集,北京:科学出版社,1955年,第57~75页。

⑦ 李俨:《从中国算学史上看中朝文化交流》,并见李俨《中算史论丛》第五集,北京:科学出版社,1955年,第187~191页。

在李俨所著《中国算学史》(1937年)^①和钱宝琮主编的《中国数学史》(1963年)^②中均列有专章论述中外数学交流。

2 李约瑟的“清单”与马若安的质疑

在西方学者的相关论述中,则以李约瑟(Joseph Needham, 1900~1995年)为代表。在其巨著《中国科学技术史》中,李约瑟专用一节来讨论中国传统数学与其他文明的“影响与交流”。他指出:“关于在中国数学与旧大陆其他重要文化区的数学之间似乎发生过的接触,把我们收集到的资料放在一起也没有多少。……但是,当问到有什么数学概念似乎是从中国向南方和西方传播过去的时候,我们却发现有一张相当可观的清单。”^③

兹将李约瑟“清单”内容简要概述如下:^④

(1) 十进位位值制与零 中国的十进位位值制的记数法早在商代(公元前14世纪)就已经出现了。在印度则直到公元6世纪,才放弃了对十的倍数所采用的专门符号;而欧洲则要更晚。

(2) 开平方和开立方 在公元前1世纪,《九章算术》中的“开方法”就已有了高度发展。公元4世纪孙子开平方的方法和五世纪张邱建开立方的方法,同公元630年在梵藏^⑤的著作中给出的法则非常相似。中国从贾宪开始所用的求高次方根的方法,似乎曾影响了阿拉伯的卡西(15世纪)。这些先进方法的痕迹后来不久就在欧洲发现。

(3) “今有术”与三率法 “三率法”的名称属于印度,但它在汉代的《九章算术》中就已出现,早于任何一部梵文古籍。

(4) 分数 所有中世纪印度数学家用竖行表示分数的方法,与汉代

① 李俨:《中国算学史》,北京:商务印书馆,1998年(据1937年版影印)。

② 钱宝琮主编:《中国数学史》,北京:科学出版社,1963年。

③ 李约瑟:《中国科学技术史》第3卷《数学》,北京:科学出版社,1978年,第323页。

④ 李约瑟(1978年),第323~328页。

⑤ 梵藏(Brahmagupta)在本书第二篇中译为“婆罗摩笈多”。

在筹算盘上所用的方法相同。

(5) 负数 最早出现在中国(公元前1世纪)的负数,在印度直到梵藏的时代(630年)才得到运用。

(6) 勾股定理的证明 在公元3世纪赵君卿的《周髀算经注》中给出了毕达哥拉斯定理的“弦图”证明,而在公元12世纪,巴斯卡拉^①丝毫不差地再次给出这个证明。

(7) 几何测量 在《九章算术》及3世纪刘徽的注释中出现的几何测量问题,后来在9世纪大雄^②的著作中再次出现。

(8) 弓形面积 大雄重复了《九章算术》关于求弓形面积的方法,而且中国的弓形面积的错误公式,恰好也在印度的著述中重现。

(9) 用代数法求解几何问题 一千多年来,中国数学家一直深刻地认识到代数关系式与几何关系式基本上是一致的,而在别的国家,这种一致性到了9世纪才第一次由波斯数学家花拉子米加以阐明,虽然除了花拉子米曾出使可萨(Khazaria)以外,没有其他正式的证据说明他受到中国人的影响,但从逻辑上和地理环境来看,认为有这种影响大概也不是不合理的。

(10) 双假设法,即盈不足术 《九章算术》中的双假设法在公元13世纪以 Regula Elchataym 为名出现在意大利,这个名称说明它是阿拉伯人传播过去的。阿拉伯人可能是从印度学到这种方法的,^③但中国很可能是它的发源地。

(11) 不定分析 不定分析首先是在《孙子算经》(4世纪)开始的,然后才出现在圣使^④(5世纪末)和梵藏(7世纪)的著作中。这一数学方法通过阿拉伯人和印度人的介绍传给14世纪拜占廷僧人阿吉罗斯。丢番

① 巴斯卡拉(Bhāskara II)在本书第二篇中译为“婆什迦罗二世”。

② 大雄(Mahāvira)在本书第二篇中译为“马哈维拉”。

③ 查考印度数学史相关著作,并无“双假设法”的记载。参见杜石然《试论宋元时期中国与伊斯兰国家间的数学交流》,收于钱宝琮等《宋元数学史论文集》,北京:科学出版社,1966年,第241~265页。

④ 圣使(Āryabhata)在本书第二篇中译为“阿耶波多”。

图(3世纪末)所提出的问题和法则与《孙子算经》颇为不同。

(12) 不定方程 《张邱建算经》中的“百鸡问题”是最早的不定方程的问题,随后以几乎完全相同的形式在大雄(9世纪)和巴斯卡拉(12世纪)的著作中出现。

(13) 高次数字方程 王孝通(7世纪)成功地解决了三次数方程。在宋末(12和13世纪),中国代数学已经特别善于处理高次数字方程。在欧洲,斐波那契(13世纪)是第一个提出王孝通那类问题的解法的人,有理由认为,他可能是受到东亚来源的影响。

(14) 二项式系数表 中国在公元1100年左右就已经知道二项式系数的帕斯卡三角形。大致在同一时期,在波斯,由于接触到印度的开方法,似乎也产生了帕斯卡三角形,而印度开方法本身大半应归功于早期中国的著作。在16世纪前不久,这种三角形传到欧洲,于公元1527年在那里公开发表。

但是,李约瑟的这份“清单”并没有得到学界的一致赞同。法国学者马若安(J-C. Martzloff)指出,李约瑟的论证因其“年代学”和“方法论”的不严密而颇受争议,并提出以下质疑:比如,第9条中的“代数与几何的关系”究竟指代何意?难道是指依据几何图形推导出某种代数公式吗?而巴比伦数学家中对这一方法的使用要远远早于中国。再如,第14条中的“帕斯卡三角形”的形式如何?用处何在?它是印度数学家用于求解组合问题,还是中国数学家用于求解开方问题?或者是像帕斯卡那样去计算概率?马若安还指出“三率法”在埃及的“莱茵德纸草书”(the Rhind papyrus)中就已经被使用;中国古代的负数概念与印度的负数概念亦不尽相同;“弓形面积的近似公式”罗马的测量员们也在用,而且海伦的书中还称之为“此为古法”;巴比伦数学中对毕达哥拉斯定理的认识比中国更要古老。等等。^①

马若安对李约瑟“清单”的质疑,并不是否认中外数学交流的存在及

^① Martzloff, J-C., *A History of Chinese Mathematics*, Berlin: Springer-Verlag, 1997, 91.

其意义。马若安指出：

然而，有关数学知识传播问题的回答并不令人满意，并不是说这一问题并未产生，更不意味着这一问题并不重要。只要这一问题继续存在，中国科学思想的起源就难以给出清晰的判断。无论如何，可以确定地说，在不同的历史时期，中国通过陆路和海路都保持着与外界的联系。^①

所以，马若安在自己的书中也设立专章“影响与传播”，视野所及比李约瑟还要广泛。马若安讨论的问题有^②：

中国与塞琉古(Seleucids)的可能接触；

中国与印度的交流；

中国与伊斯兰国家间的交流；

中国数学在朝鲜与日本的传播；

中国与蒙古的接触；

中国与西藏的交流；

中国与越南的交流；

中国与欧洲的交流。

3 海外回响

1997年7月，11位学者齐聚德国 Oberwolfach“数学研究所”(Mathematisches Forschungsinstitut)，他们的任务是依据原始文献，考察从古代到欧洲文艺复兴时期，沿着那条连接中国与西方的“传奇丝绸之路”(the legendary silk routes)，数学问题、概念和技巧在各种文明之间可能存在的相互交流。但 Oberwolfach 会议没有通晓梵语的专家，也没有印度数学史家，于是与会学者们决定再举行一次规模更大、论题更为集中

^① Martzloff(1997), 93.

^② Martzloff(1997), 94~122.

的会议。2000年5月,第二次会议在意大利 Bellagio“洛克菲勒基金会研究与会议中心”(the Rockefeller Foundation's Research and Conference Center)举行,参会学者有23人,会期一周。会议主题聚焦于早期的数学著作,特别是古代中国、印度、美索不达米亚、阿拉伯/伊斯兰世界,以及中世纪晚期/文艺复兴时期的数学问题。

近二三十年以来,大量有关中国、印度、美索不达米亚、阿拉伯或波斯原始数学文献的发掘,各类古典和中世纪西方数学作品的仔细研究和编辑出版,使得跨文化的数学传播研究成为可能。Oberwolfach 会议与 Bellagio 会议的举办,正是得益于此。事实上,由于跨文化数学知识的传播与交流研究的复杂性,几乎没有哪一位学者能够熟练地掌握汉语、梵语、阿拉伯语、波斯语、希腊语、拉丁语、希伯来语、意大利语、法语、德语和西班牙语,而要想在东西方文化交流领域做出令人满意的成果,掌握这些语言则是十分必需的。因此,就需要组成一个国际化的研究团队,其成员具有共同的研究志趣,各自熟悉相关的语言,进而一起构建早期数学知识的传播图景,从而展示出商贸旅途上知识迁徙最初的也是最重要的路径。

Bellagio 会议成果丰硕,与会学者的报告结集出版,论文集的标题是:《从中国到巴黎:数学思想传播 2000 年》,^①内收 20 篇论文,其中与中国相关的论文如下:

Kurt Vogel: *A Surveying Problem Travels from China to Paris.*

Jens Hoyrup: *Seleucid Innovations in the Babylonian 'Algebraic' Tradition and their Kin Abroad.*

J. Lennart Berggren: *Some Ancient and Medieval Approximations to Irrational Numbers and Their Transmission.*

Andrea Bréard: *Problems of Pursuit: Recreational Mathe-*

^① Dold-Samplonius, Y., Dauben, J., Folkers M., et. ed, *From China to Paris: 2000 Years Transmission of Mathematics Ideas*, Stuttgart: Franz Steiner Verlage, 2002.

matics or Astronomy.

Karine Chemla & Agathe Keller: *The Sanskrit karanīs and the Chinese mian.*

Liu Dun: *A Homecoming Stranger: Transmission of the Method of Double False Position and the Story of Hiero's Crown.*

Benno van Dalen: *Islamic and Chinese Astronomy under the Mongols: a Little-Known Case of Transmission.*

Alexei Volkov: *On the Origins of the Toan phap dai thanh (Great Compendium of Mathematical Methods).*

Menso Folkerts: *Regiomontanus' Role in the Transmission of Mathematical Problems.*

特别值得介绍的是论文集的第一篇,即 Kurt Vogel(1888~1985 年)的 *A Surveying Problem Travels from China to Paris*。^① 原文以德语发表于 1983 年,Vogel 此文考察了历史上的山高或塔高测量问题,山峰或塔顶以及底部距观测者距离皆不可直接测量。此类问题给出的形式有诸多不同,但解答方法却几乎一致。Vogel 依次考察了中国的刘徽,印度的阿耶波多(Āryabhata)与婆罗摩笈多(Brahmagupta),伊斯兰的比鲁尼(al-Biruni),中世纪欧洲的列奥纳多(Leonardo),以及圣·维克多的休(Hugh of St. Victor)的相关著述。最后一位休来自法国北部,先是住在马赛(Marseille),后在巴黎(Paris)教书,于 1141 年去世,著有《实用几何》(*Practica Geometriae*),书中设有两次测望问题。Vogel 还提到了 14 世纪中叶,多米尼库斯(Dominicus)的同名著作 *Practica Geometriae* 也在巴黎问世。Vogel 在论文的结尾处说道:

我们的从中国到巴黎之旅到此结束。(Thus our travels from

^① Vogel, K., *A Surveying Problem Travels from China to Paris*. Dold-Samplonius(2002), 1~7.