

爱游戏，就爱数学王

小牛顿

Mathematics Little Newton Encyclopedia

数学王

牛顿出版股份有限公司◎编

分数的计算，概数，约数



四川少年儿童出版社

爱游戏，就爱数学王

小牛顿

Mathematics Little Newton
Encyclopedia

数学王

分数的计算，概数，约数

牛顿出版股份有限公司◎编



图书在版编目(CIP)数据

分数的计算, 概数, 约数 / 牛顿出版股份有限公司
编. — 成都: 四川少年儿童出版社, 2018. 1
(小牛顿数学王)
ISBN 978-7-5365-8740-3

I. ①分… II. ①牛… III. ①数学—少年读物 IV.
①01-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2017)第326132号
四川省版权局著作权合同登记号: 图进字21-2018-07

出版人: 常青
项目统筹: 高海潮
责任编辑: 王晗笑 赖昕明
封面设计: 汪丽华
美术编辑: 刘婉婷 徐小如
责任印制: 袁学团

XIAONIUDUN SHUXUEWANG · FENSHUDEJSUAN GAISHU YUESHU

书 名: 小牛顿数学王·分数的计算, 概数, 约数
出 版: 四川少年儿童出版社
地 址: 成都市槐树街2号
网 址: <http://www.sccph.com.cn>
网 店: <http://scsnetcbs.tmall.com>
经 销: 新华书店
印 刷: 艺堂印刷(天津)有限公司
成品尺寸: 275mm×210mm
开 本: 16
印 张: 3.5
字 数: 70千
版 次: 2018年4月第1版
印 次: 2018年4月第1次印刷
书 号: ISBN 978-7-5365-8740-3
定 价: 19.80元

台湾牛顿出版股份有限公司授权出版

版权所有 翻印必究

若发现印装质量问题, 请及时向市场营销部联系调换。

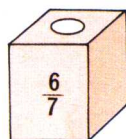
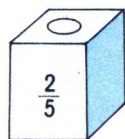
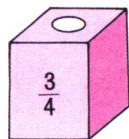
地址: 成都市槐树街2号四川出版大厦六层

四川少年儿童出版社市场营销部 邮编: 610031

咨询电话: 028-86259237 86259232

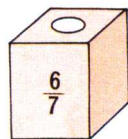
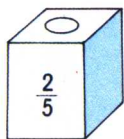
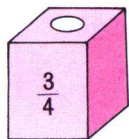
目录

1. 分数的表示方法和意义 (1)	2
2. 分数的表示方法和意义 (2)	6
3. 分数的加法和减法	10
4. 分母不同的分数的加法和减法	16
5. 分数与小数的加法及减法	24
6. 分数计算的法则	28
7. 分数的意义和分数的加减法	32
8. 概数	40
9. 概数的计算	46



目录

1. 分数的表示方法和意义 (1)	2
2. 分数的表示方法和意义 (2)	6
3. 分数的加法和减法	10
4. 分母不同的分数的加法和减法	16
5. 分数与小数的加法及减法	24
6. 分数计算的法则	28
7. 分数的意义和分数的加减法	32
8. 概数	40
9. 概数的计算	46



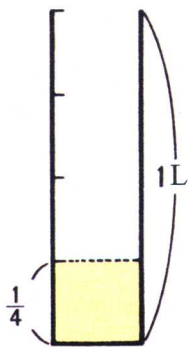
1 分数的表示方法和意义 (1)

多少个 $\frac{1}{4}$ 的大小

大成家有4个人，共同平分1升的牛奶。

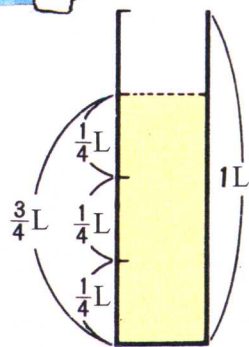


把1升等分成4份，因此每1人份是 $\frac{1}{4}$ 升。



3人份，就是有3个 $\frac{1}{4}$ 升，写成 $\frac{3}{4}$ 升。

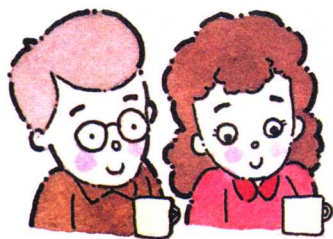
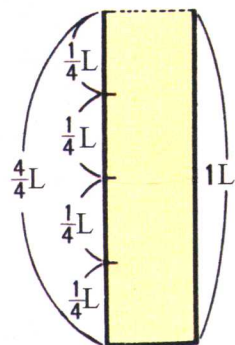
读作“四分之三升”。



4人份，就是有4个 $\frac{1}{4}$ 升。

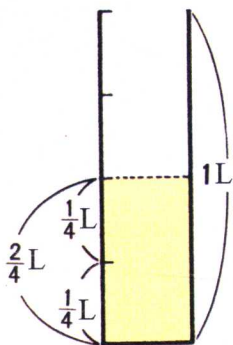
4个 $\frac{1}{4}$ 升，写成 $\frac{4}{4}$ 升，读作“四分之四升”。

$\frac{4}{4}$ 升就等于1升。



2人份，就是有2个 $\frac{1}{4}$ 升，写成 $\frac{2}{4}$ 升。

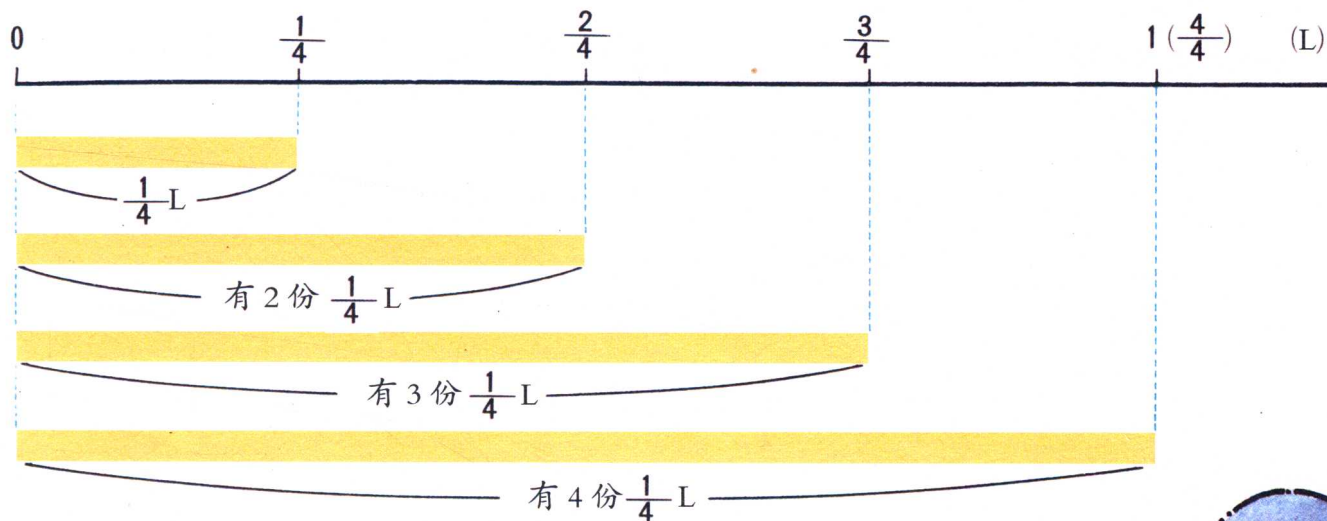
读作“四分之二升”。



$\frac{1}{4}$ 升、 $\frac{2}{4}$ 升、 $\frac{3}{4}$ 升、 $\frac{4}{4}$ 升 (1 升), 也可以利用数线来表示。如果把分数在数线上表示出来, 就可以很清楚地了解它们的大小了。

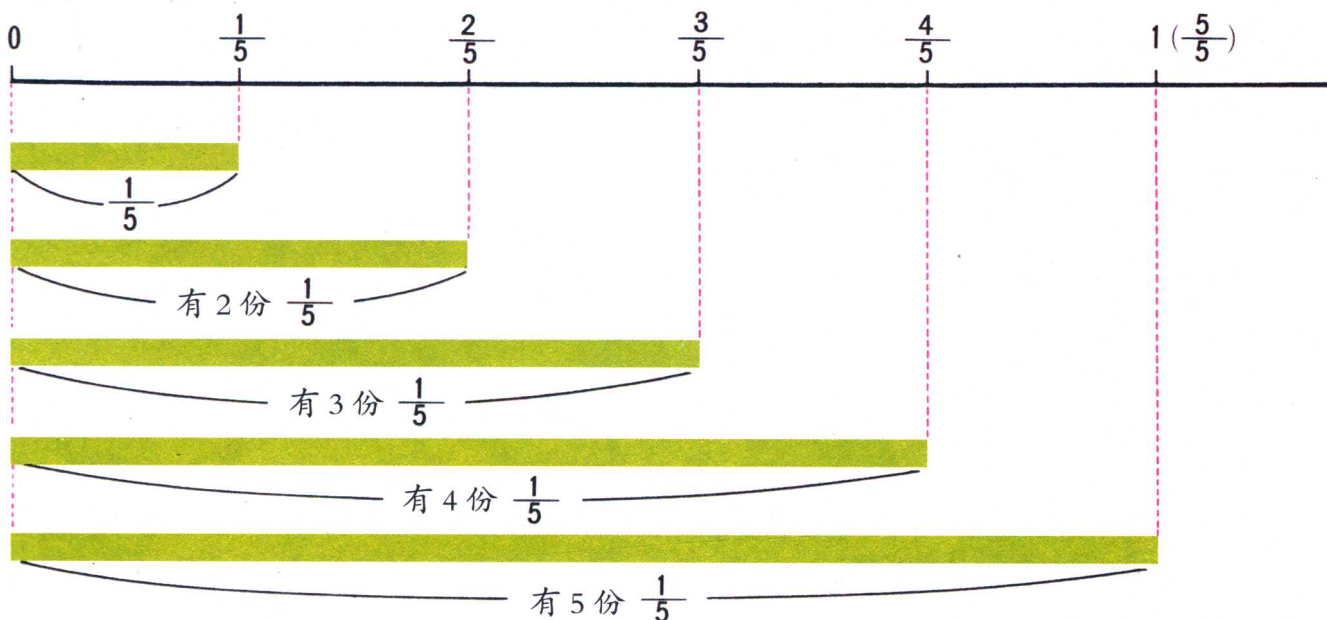
学习重点

- ① 了解 $\frac{1}{4}$ 或 $\frac{1}{5}$ 的 1 份、2 份……的大小。
- ② 了解分母和分子的意义。

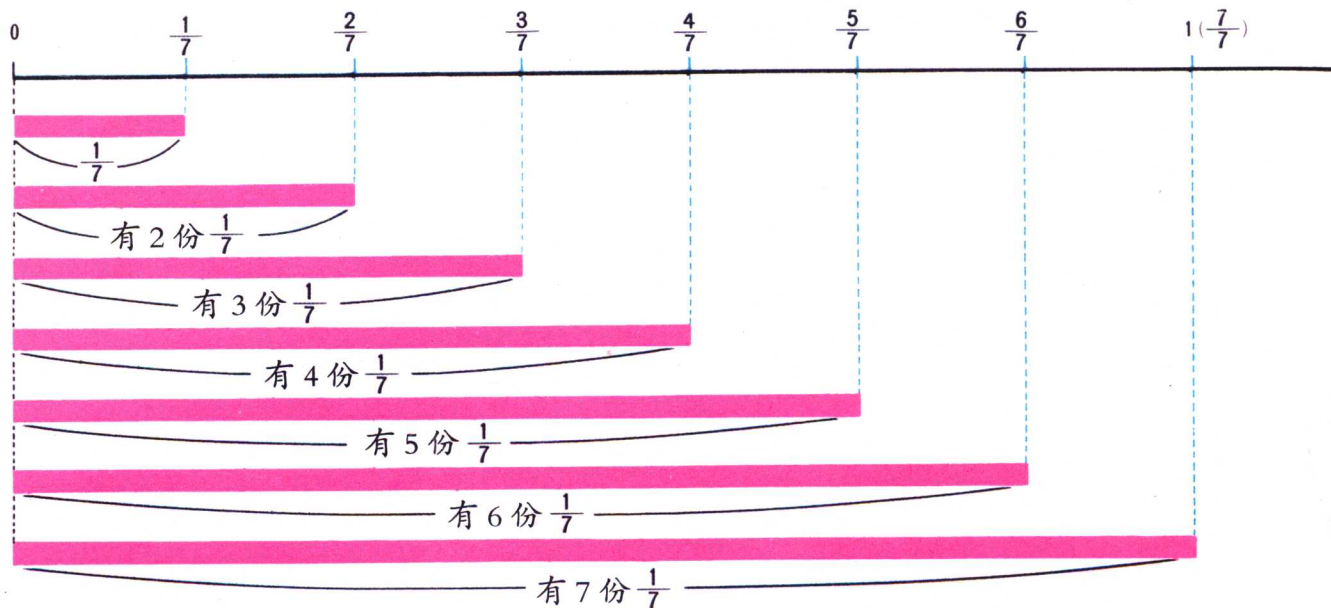


其他的分数也可以在数线上表示出来。例如 $\frac{1}{5}$ 有 2 份、3 份……也可以用下图来表示。

我已经弄清楚分数的大小了。



◆ 以其他的分数来研究看看



分母和分子的意义

分数是一种用分母和分子来表示的数，那么想想看，分母和分子分别代表什么呢？



这里有1千克的砂糖，想把其中 $\frac{3}{5}$ 千克装进另一个容器中保存。

应该要如何分出来呢？



◆ 如果要从1千克的砂糖中，取出 $\frac{3}{5}$ 千克的砂糖，应该怎么做才好？

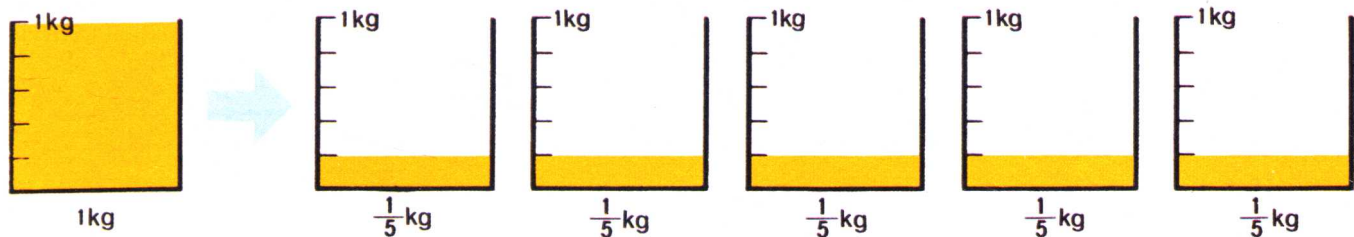


首先，我们可以把1千克等分成5份。

你知道为什么要这么做吗？



看见分数的分母, 就可以知道它把“1”等分成几份。 $\frac{3}{5}$ 千克的分母5, 就是表示1千克等分成5份。

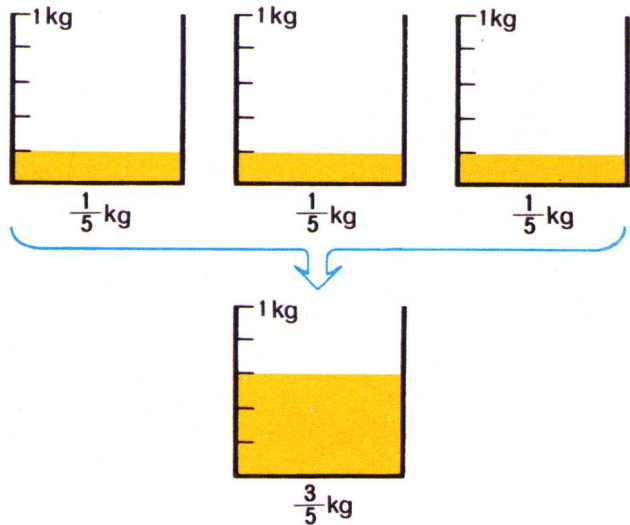
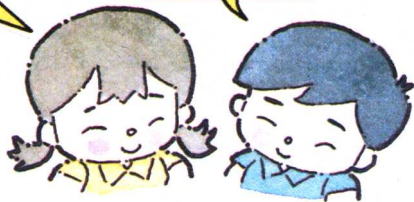


◆我们已经把1千克等分成5份, 每一份是 $\frac{1}{5}$ 千克, 那么 $\frac{3}{5}$ 千克应该怎么来表示呢?

$\frac{3}{5}$ 千克的分子3, 就表示集合了3个 $\frac{1}{5}$ 千克。

如果集合了3个 $\frac{1}{5}$ 千克, 就变成了 $\frac{3}{5}$ 千克。

为什么?



我们从分数的分子, 就可以知道它集合了几个等分成几份的东西。

整理

(1) 3个 $\frac{1}{4}$ 写成 $\frac{3}{4}$, 读作“四分之三”。

$\frac{5}{5}$ 米是5个 $\frac{1}{5}$ 米的长度, 也就是1米。

(2) 分数的分母, 是代表把“1”等分成多少份。分子则是表示它集合了几个被等分的数。

(3) 分数可以在数线上表示出来。

2 分数的表示方法和意义 (2)

除法和分数

大明、国强和小惠3个人,为了要做自然实验,想把2升的食盐水分成3等份。把2升分成3等份以后,每1等份是几升呢?



● 把2升分成3等份

为了把2升等分成3份,因此列成算式就是 $2 \div 3$ 。



大明

$2 \div 3 = 0.666$, 因此答案若四舍五入就是0.7, 每0.7升分开来就可以啦!



小惠

我把0.666后面的数舍去,变成0.6。所以每0.6升分成1份就对了。

现在我们来看看2人计算出的答案。

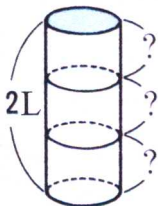
大明和小惠算出的答案,都是在0.7升和0.6升之间,而没有精确的答案。

难道我们不能精确地表示出“把2升分成3等份”到底是几升吗?

● 用分数来表示整数的除法

把2升分成3等份,
画成图形如右。

现在我再把它恢复
原状, 用数线来表示。



已经分成3等份了, 但每一份有几升呢?



我把每1升分成3等份了。

◆ 把2人的想法综合后表示出来。



2个人答案都是 $\frac{2}{3}$ 升。

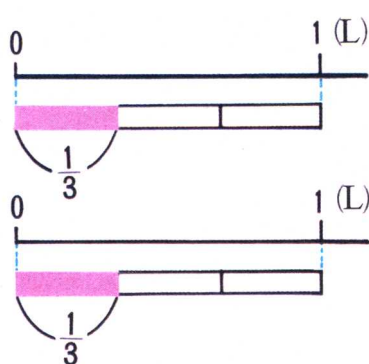
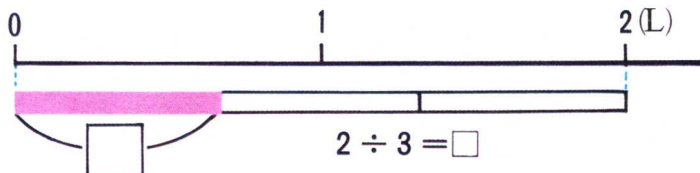
把1升分成3等份, 每1份是 $\frac{1}{3}$ 升。
2升是1升的2倍, 因此若把2升分成3等份, 就等于是2个 $\frac{1}{3}$ 升, 也就是 $\frac{2}{3}$ 升。

因此, 2升分成3等份, 每1份就是 $\frac{2}{3}$ 升。

换句话说, 就变成了 $2 \div 3 = \frac{2}{3}$

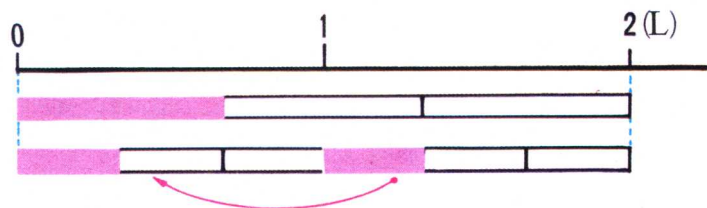
学习重点

- ① 整数除法的商和分数。
- ② 真分数、假分数、带分数的意义。
- ③ 利用带分数和整数来表示假分数。
- ④ 用假分数来代表带分数。

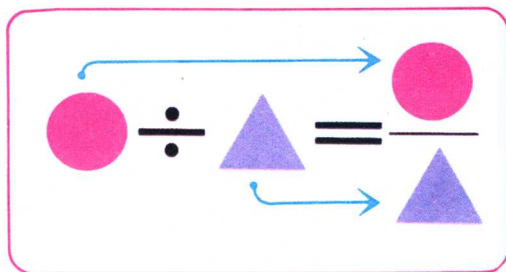


$\frac{1}{3}$ 有2份, 因此表示成 $\frac{2}{3}$ 。

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \dots \frac{2}{3} \text{升}$$



像这样, 整数除法的商, 可以利用分子所表示的被除数以及分母所表示的除数合成分数后来表示。



分数的种类

小惠他们想检查看看，教室里的花瓶中有几升的水？

如果利用容量为 $\frac{1}{3}$ 升的小容器往花瓶中倒水，刚好可以倒入4杯。那么花瓶的容量是多少升？

● 真分数、假分数

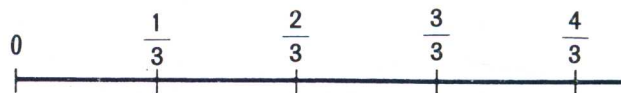
◆ 首先，利用 $\frac{1}{3}$ 升容量的小容器，一杯一杯地倒进去，请算算看花瓶可装入的水量。



列成算式来表示，就变成

$$\frac{1}{3} \text{升} + \frac{1}{3} \text{升} + \frac{1}{3} \text{升} + \frac{1}{3} \text{升} = \frac{4}{3} \text{升}$$

◆ 用数线来表示 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{3}$ 、 $\frac{4}{3}$



从这条数线中，我们可以得知 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{2}{3}$ 都是比1小的分数。

另外，3个 $\frac{1}{3}$ 是 $\frac{3}{3}$ ，而 $\frac{3}{3}$ 和1大小相等。 $\frac{4}{3}$ 是4个 $\frac{1}{3}$ ，因此是个比1大的分数。

* 这里所出现的 $\frac{1}{3}$ 和 $\frac{2}{3}$ ，都是分子比分母小的分数，称为真分数。真分数就是指比1小的分数。

而 $\frac{3}{3}$ 和 $\frac{4}{3}$ 是分子和分母相同，或分子比分母大的分数，称为假分数。假分数是指和1相等或比1大的分数。

$\frac{1}{3}$ L

用小容器倒进1杯，就是 $\frac{1}{3}$ 升。

$\frac{1}{3}$ L

$\frac{1}{3}$ L

用小容器倒进2杯，就是2个 $\frac{1}{3}$ 升，也就成了 $\frac{2}{3}$ 升。

$\frac{2}{3}$ L

$\frac{1}{3}$ L

$\frac{1}{3}$ L

用小容器倒进3杯以后，就是3个 $\frac{1}{3}$ 升，也就成了 $\frac{3}{3}$ 升。

$\frac{3}{3}$ L

$\frac{1}{3}$ L

$\frac{1}{3}$ L

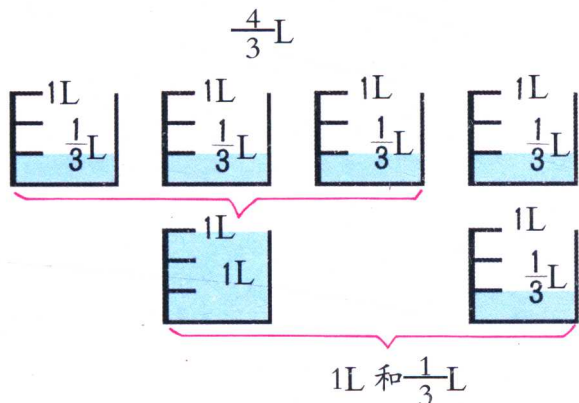
用小容器倒进4杯以后，就是4个 $\frac{1}{3}$ 升，也就成了 $\frac{4}{3}$ 升。

$\frac{4}{3}$ L

只要倒入4杯小容器的水，花瓶就满了，因此花瓶的容量为 $\frac{4}{3}$ 升。

● 带分数

4个 $\frac{1}{3}$ 升, 可以用 $\frac{4}{3}$ 升这种假分数来表示, 但是, $\frac{4}{3}$ 升难道不能用其他方式来表示吗?



如左下图中, $\frac{4}{3}$ 升是 $\frac{3}{3}$ 升再加上 $\frac{1}{3}$ 升。 $\frac{3}{3}$ 升等于1升, 因此 $\frac{4}{3}$ 升可以说成1又 $\frac{1}{3}$ 升。

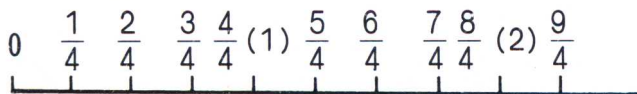
$$\begin{aligned}\text{也就是 } \frac{4}{3}\text{升} &= \frac{3}{3}\text{升} + \frac{1}{3}\text{升} \\ &= 1\text{升} + \frac{1}{3}\text{升}.\end{aligned}$$

像这样, 把1升和 $\frac{1}{3}$ 升加起来的容量, 写成 $1\frac{1}{3}$ 升, 读作“一又三分之一升”。

* 如 $1\frac{1}{3}$ 和 $1\frac{2}{3}$ 之类整数与真分数的和所形成的分数, 称为带分数。

● 把假分数化为带分数, 带分数化为假分数

◆ 把 $\frac{9}{4}$ 化为带分数



$\frac{9}{4}$ 等于9个 $\frac{1}{4}$ 。4个 $\frac{1}{4}$ 等于1, 因此 $9 \div 4 = 2$ 余1, $\frac{9}{4}$ 为2个1再加上 $\frac{1}{4}$ 。所以 $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ 。

◆ 把 $1\frac{2}{3}$ 化为假分数



$1\frac{2}{3}$ 可以分成1和 $\frac{2}{3}$ 。因为1等于 $\frac{3}{3}$, 所以 $\frac{3}{3}$ 加上 $\frac{2}{3}$ 就变成 $\frac{5}{3}$ 。因此, $1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ 。

整理

(1) (整数) \div (整数) 的商, 可以用分数来表示。

$$\text{●} \div \text{▲} = \frac{\text{●}}{\text{▲}}$$

(2) 如 $\frac{1}{3}$ 或 $\frac{3}{4}$ 等分子比分母小的分数, 称为真分数。

(3) 如 $\frac{3}{3}$ 或 $\frac{4}{3}$ 等分子等于或大于分母的分数, 称为假分数。

(4) 如 $1\frac{1}{3}$ 或 $2\frac{2}{3}$ 等, 是整数和真分数加起来的分数, 称为带分数。

3 分数的加法和减法

整理

1 分数的加法

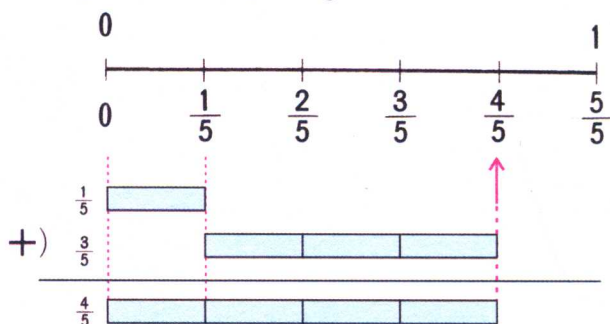
分数和分数相加时，如果分母相同，只需把分子和分子相加，分母则保持不变。

带分数和带分数相加时，整数部分和分数部分要分开计算。

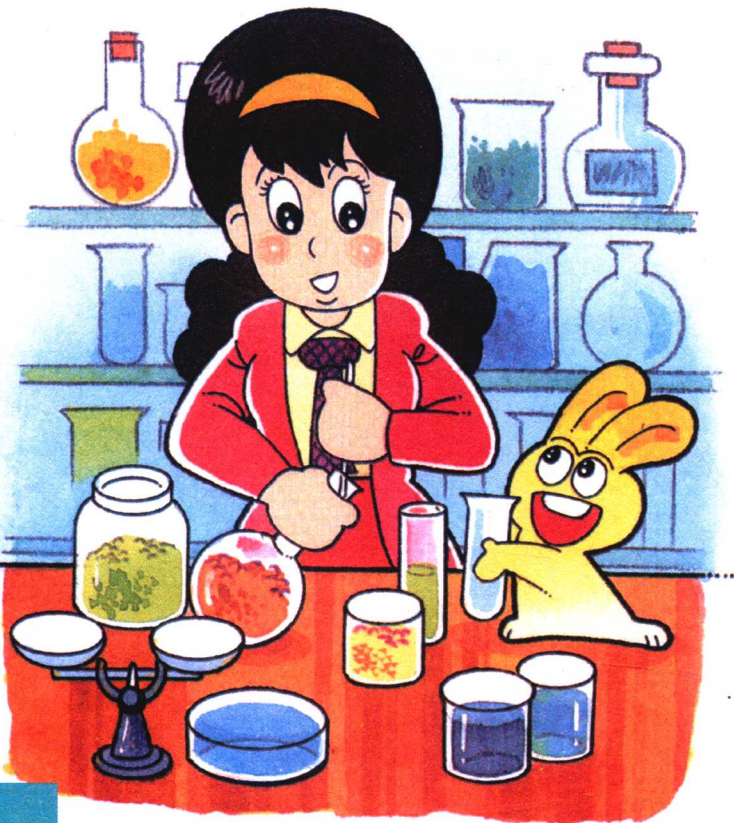
相加后的答案若是假分数，通常把假分数改写成带分数。（有些书上依旧用假分数表示。）

$$\textcircled{1} \frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5}$$

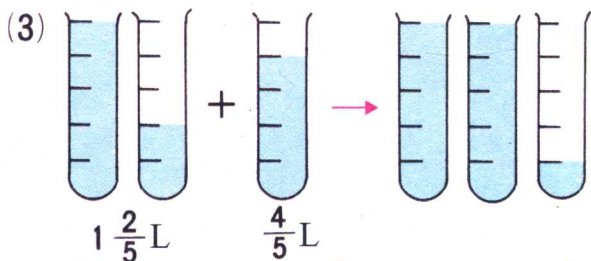
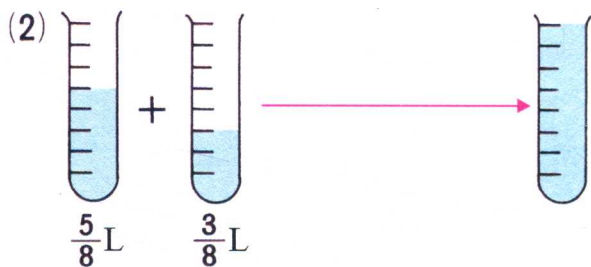
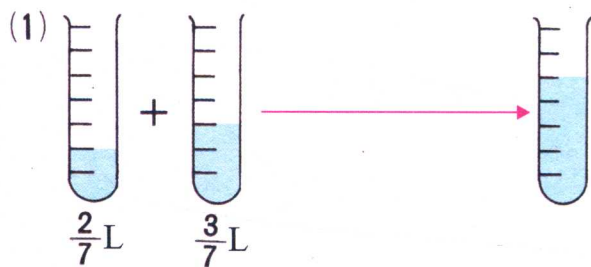
(1个 $\frac{1}{5}$ 加上3个 $\frac{1}{5}$ 是 $\frac{4}{5}$)



试试看，会几题？



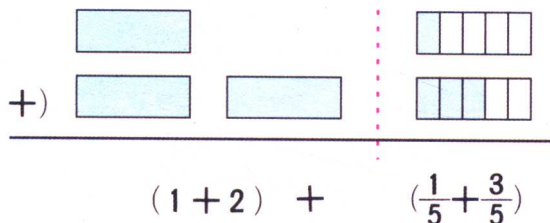
1 药剂师总共调制了几升的药？



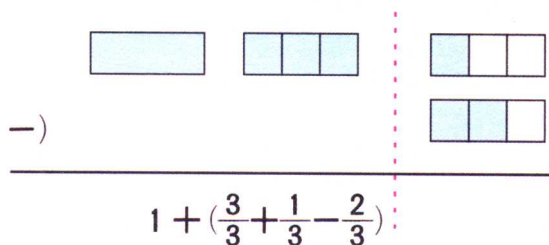
答：(1) $\frac{4}{7}$ L (2) 1 L (3) $2\frac{1}{5}$ L

$$\textcircled{2} 1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{5} = (1+2) + (\frac{1}{5} + \frac{3}{5})$$

$$= 3 + \frac{4}{5} = 3\frac{4}{5} = \frac{19}{5}$$



$$2\frac{1}{3} - \frac{2}{3} = 1\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$$



由于 $\frac{1}{3}$ 小于 $\frac{2}{3}$, 当计算 $\frac{1}{3} - \frac{2}{3}$ 时, 可以从整数的2取1, 可得

出 $2\frac{1}{3} = 1\frac{4}{3}$, 然后再进行计算。



2 分数的减法

分数和分数相减时, 如果分母相同, 只需把分子相减, 分母保持不变。

带分数和带分数相减时, 整数和分数部分应分开计算。分数部分不能相减时, 由整数取1再做计算。

2 把 $\frac{5}{6}$ 升的药和另外 $\frac{5}{6}$ 升的药相互混合, 混合后的新药是几升?

3 现在有 $1\frac{3}{4}$ 升的药, 若再制作 $1\frac{2}{4}$ 升, 混合后共有多少升?

4 原有 $\frac{4}{5}$ 升的药, 服食了 $\frac{1}{5}$ 升, 还剩几升?

5 原有 $1\frac{7}{10}$ 升的药, 用了 $\frac{3}{10}$ 升, 还剩几升?

6 把 $\frac{5}{12}$ 升的药和 $\frac{3}{12}$ 升的药相互混合制成新药, 如果用掉 $\frac{1}{12}$ 升, 还剩几升?

7 共有 $1\frac{3}{4}$ 升的药, 第一天用了 $\frac{2}{4}$ 升, 第二天用了 $\frac{3}{4}$ 升, 最后还剩几升?



$$\textcircled{2} 1\frac{4}{6}\text{L} (1\frac{2}{3}\text{L}) \quad \textcircled{3} 3\frac{1}{4}\text{L} \quad \textcircled{4} \frac{3}{5}\text{L} \quad \textcircled{5} 1\frac{4}{10}\text{L} (1\frac{2}{5}\text{L}) \quad \textcircled{6} \frac{7}{12}\text{L} \quad \textcircled{7} \frac{2}{4}\text{L} (\frac{1}{2}\text{L})$$

解题训练

真分数的加减法

提示

$\frac{3}{5}$ 米和 $\frac{1}{5}$ 米相加后成为 $(\frac{3}{5} + \frac{1}{5})$ 米。

提示

$$5 = 4\frac{5}{5}$$

带分数的加减法

提示

整数和分数分开计算。

1 缎带的全长是5米。姐姐用了 $\frac{3}{5}$ 米，妹妹用了 $\frac{1}{5}$ 米。

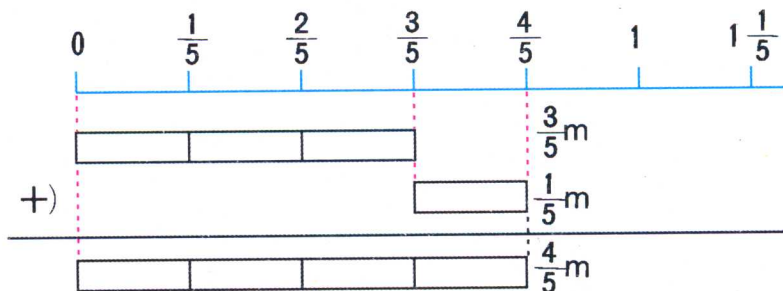
(1) 两个人总共用了多少米？

(2) 最后还剩下多少米？



解法

(1) 2人使用的缎带长度是 $\frac{3}{5}$ 米和 $\frac{1}{5}$ 米。



$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3+1}{5} = \frac{4}{5}$$

答： $\frac{4}{5}$ 米

$$(2) 5 - \frac{4}{5} = 4\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = 4\frac{1}{5}$$

答： $4\frac{1}{5}$ 米

2 在 $1\frac{2}{5}$ 千克重的容器里盛装 $2\frac{4}{5}$ 千克重的糖，容器和糖的总重量是多少千克？



解法

$$\begin{aligned} 1\frac{2}{5} + 2\frac{4}{5} &= (1+2) + (\frac{2}{5} + \frac{4}{5}) \\ &= 3 + \frac{6}{5} = 3 + 1\frac{1}{5} = 4\frac{1}{5} \end{aligned}$$

答： $4\frac{1}{5}$ 千克

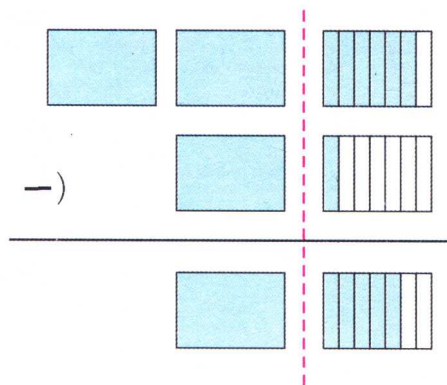
带分数的减法练习

- 3 容器里有 $2\frac{6}{7}$ 升的水, 倒出 $1\frac{1}{7}$ 升之后, 还剩下多少升?



解法

$$2\frac{6}{7} - 1\frac{1}{7} = (2 - 1) + (\frac{6}{7} - \frac{1}{7}) = 1 + \frac{5}{7} = 1\frac{5}{7}$$



$$\begin{array}{r} 2 \quad \frac{6}{7} \\ - 1 \quad \frac{1}{7} \\ \hline (2-1) \quad (\frac{6}{7}-\frac{1}{7}) \\ \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad 1 + \frac{5}{7} \end{array}$$

答: $1\frac{5}{7}$ 升

带分数的减法练习

- 4 绳子的全长是 $3\frac{1}{4}$ 米, 剪去 $1\frac{3}{4}$ 米来制作跳绳, 还剩多少米?



解法

$3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} = (3 - 1) + (\frac{1}{4} - \frac{3}{4})$, 由于 $\frac{1}{4}$ 不能减 $\frac{3}{4}$, 所以把 $3\frac{1}{4}$ 改写成 $2\frac{5}{4}$ 再做计算。

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ 3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{4} &= 2\frac{5}{4} - 1\frac{3}{4} = (2 - 1) + (\frac{5}{4} - \frac{3}{4}) \\ &= 1 + \frac{2}{4} = 1\frac{2}{4} \end{aligned}$$

答: $1\frac{2}{4}$ 米 ($1\frac{1}{2}$ 米)

提示

整数和分数分开计算。

提示

分数部分不能相减时, 先从整数部分取1, 使 $3\frac{1}{4} = 2\frac{5}{4}$ 。